
MIT LIBRARIES
3 9080 02467 3722


VAIL LIBRARY
Gift of American Telephone
and Telegraph Company
to the
Massachusetts Institute
of Technology 1912

LA PROPAGATION

DES

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

A LA SURFACE DE LA TERRE

A LA MÊME LIBRAIRIE

BIBLIOTHÈQUE DES RADIOCOMMUNICATIONS

PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION DE

LÉON BOUTHILLON

INGÉNIEUR EN CHEF DES TÉLÉGRAPHES

G. E. Petit, Ingénieur des Postes et Télégraphes. Directeur technique de la Compagnie Générale de Radiotélégraphie, et Léon Bouthillon.

T. S. F. La Télégraphie sans fil. Applications diverses.

Préface par le Professeur d'Arsonval, Membre de l'Institut.
1 vol. in-8°. Nombreuses illustr. texte et hors texte. Broché.

Léon Bouthillon, Ingénieur en chef des Postes et Télégraphes.

La Théorie et la Pratique des Radiocommunications.

Tome I. — *Introduction à l'étude des Radiocommunications.* 1 vol. in-8° raisin.
Tome II. — *La Propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la terre.* 1 vol. in-8° raisin.

En préparation :

Tome III. — *Oscillations électriques.*
— IV. — *L'Antenne. — La direction des ondes.*
— V. — *Les Méthodes de transmission.*
— VI. — *Les Méthodes de réception.*
— VII. — *Les Divers Genres de radiocommunications.*
— VIII. — *Formulaire du radiotélégraphiste.*

LÉON BOUTHILLON
INGÉNIEUR EN CHEF DES POSTES ET TÉLÉGRAPHES
ANCIEN DIRECTEUR DU SERVICE DE LA TÉLÉGRAPHIE SANS FIL
INSPECTEUR GÉNÉRAL DES EXPLOITATIONS DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL, DES COMPAGNIES FILIALES ET ASSOCIÉES
PROFESSEUR A L'ÉCOLE SUPÉRIEURE DES POSTES ET TÉLÉGRAPHES
RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

LA THÉORIE ET LA PRATIQUE DES RADIOCOMMUNICATIONS

II

LA PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES A LA SURFACE DE LA TERRE



PARIS
LIBRAIRIE DELAGRAVE
15, RUE SOUFFLOT, 15
1921

PRÉFACE

La propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la terre, à laquelle est consacré le présent volume, qui fait suite à l'*Introduction à l'Étude des Radiocommunications,* est, à plusieurs points de vue, un sujet des plus intéressants.

Elle est, pour la science, un chapitre important de la physique du globe, en liaison étroite avec les autres parties; avec la géographie et la géologie : la constitution des divers sols et sous-sols, la répartition des terres et des océans contribuent à déterminer le tracé des rayons électromagnétiques; avec la météorologie, avec le magnétisme terrestre, avec l'optique et l'électricité atmosphériques : nous verrons que les signaux parasites, les particularités de la propagation des ondes, les variations diurnes et annuelles du champ magnétique, les aurores boréales, ont probablement pour origine commune l'existence, la distribution et les mouvements des ions atmosphériques; il n'est pas jusqu'à la constitution physique de l'atmosphère terrestre, ses variations de composition et sa raréfaction croissante avec l'altitude, qui n'interviennent pour faciliter la propagation. Ainsi les divers phénomènes dont l'étude constitue la physique du globe réagissent les uns sur les autres. La science de la propagation des ondes électromagnétiques, qui est éclairée par les résultats acquis dans d'autres domaines, contribue de son côté à élucider des points obscurs par ailleurs. Elle a du reste excité un tel intérêt qu'elle est peut-être un des chapitres les mieux explorés de ce sujet si complexe.

Au point de vue mathématique, le problème, déjà très délicat quand il ne s'agit que d'étudier la propagation des ondes émises

3503

par un oscillateur placé à la surface de séparation, supposée plane, de deux milieux différents, se complique encore quand on suppose la surface sphérique, comme celle de la terre. Cette question délicate a depuis vingt-cinq ans tenté les plus illustres savants. Et le spectacle est impressionnant de ces intelligences d'élite, de ces virtuoses de l'art des mathématiques qu'on voit, en dépit de leur habileté, hésiter devant le problème posé, se tromper et se reprendre, se corriger eux-mêmes et se laisser corriger par d'autres, remettre sans cesse sur le métier l'ouvrage inachevé ; mais le travail est plus beau de l'effort qu'il exige ; la vérité est d'autant plus séduisante qu'elle se dérobe davantage ; et l'ouvrage collectif avance, chacun apportant un étai à l'édifice chancelant qui se consolide à mesure qu'il monte, mais qui s'élève tout de même, toujours plus ferme, toujours plus haut, vers la vérité.

Toutefois, quelque intéressantes que puissent être ces considérations, elles ne justifieraient pas l'importance que je donne, dans cette série de volumes sur les radiocommunications, à la question de la propagation des ondes électromagnétiques. Si je lui attribue la première place, immédiatement après l'étude des principes fondamentaux qui est la préface nécessaire de toute étude sérieuse de la technique radioélectrique, c'est que la propagation des ondes constitue le phénomène essentiel utilisé dans les applications ; c'est que, de la façon dont elle se fait, dépend toute l'économie des projets et toutes les particularités de l'exploitation. S'il s'agit de définir les caractéristiques à prévoir pour assurer une radiocommunication déterminée, c'est assurément une question de sensibilité et de forme des appareils récepteurs, qui doivent être adaptés au service qu'on en attend ; la réponse détermine l'intensité du champ électromagnétique qu'il faut provoquer dans l'atmosphère aux environs du poste de réception ; mais, s'il s'agit de l'émission, le premier problème qui se pose est le suivant : Quelle énergie faut-il émettre en un point donné, sous forme d'ondes électromagnétiques, pour qu'en un autre point, également donné, de la surface de la terre, le champ électromagnétique ait l'intensité voulue. La question des parasites, si importante pour la détermination des caractéristiques des radiocommunications, est également un chapitre du problème général de

la propagation. Et si la réponse à faire dépend de la configuration géologique et de la constitution géologique du sol, de l'heure et de la saison, voilà évidemment qui intéresse le technicien qui devra, dans son projet, tenir compte de ces contingences; l'exploitant, qui devra organiser ses services de façon à tirer le meilleur parti de l'outil mis entre ses mains.

La question de la propagation des ondes électromagnétiques autour de la terre domine ainsi toute la science et toute la technique des radiocommunications.

Mais, de ce que le sujet est important, il ne s'ensuit pas qu'il soit facile. Les ondes électromagnétiques traversent d'une part la croûte terrestre, d'autre part l'atmosphère. Considérons seulement ce dernier milieu : il y a d'autres sciences qui s'en occupent; il est, depuis longtemps, l'objet d'études constantes et de travaux innombrables, parce qu'il s'agit de problèmes qui intéressent la vie de tous les jours, et dont la solution aurait des répercussions immédiates pour l'ensemble de l'humanité et pour chaque homme en particulier. Quelle importance n'aurait pas la réponse à cette simple question : quel temps fera-t-il demain? Mais la météorologie, qui est née avec la question, c'est-à-dire avec l'esprit humain, hésite et se trompe. Il n'y a d'ailleurs pas lieu de s'en étonner, le temps qu'il fait aujourd'hui est l'effet résultant de la combinaison d'influences multiples, réagissant les unes sur les autres, qu'il est difficile de distinguer, dont il est impossible de suivre les effets individuels. Mais il serait encore plus insensé de s'étonner que la science de la propagation des ondes électromagnétiques, qui étudie des phénomènes soumis à des causes du même genre que ceux de la météorologie, et à d'autres influences, et qui, de plus, n'est née que d'hier, ne soit pas encore très avancée.

Ici, comme partout ailleurs, l'expérience est la source de la vérité. L'esprit humain, fait d'intelligence, de mémoire et de raison, ne peut contribuer utilement au progrès de la science sans un point de départ certain, qui ne peut être fourni que par elle. Le moindre problème est en effet trop complexe pour donner prise au raisonnement, et particulièrement à ce mécanisme perfectionné qu'est l'analyse mathématique, instrument inventé par

l'intelligence pour suppléer à certaines de ses défaillances; il faut simplifier, distinguer, parmi tous les autres, le fait principal qui commande la marche du phénomène étudié. Et ce n'est pas seulement au début du travail; à tout instant, le mathématicien, obligé à des simplifications ou des hypothèses nouvelles, doit choisir entre plusieurs directions; à chaque carrefour il risque de s'égarer; il ne peut se maintenir dans le bon chemin, sans l'aide de l'expérience qui est, en ce sens, l'origine et le guide de la découverte scientifique, à tous les stades de son évolution.

Provoquer, par des essais combinés en vue d'un but déterminé, des phénomènes dont l'observation sert au progrès de la science; profiter des hasards qui mettent sur la voie d'une invention, et savoir les favoriser, c'est le rôle de l'expérience; et l'on connait d'illustres exemples, comme Fresnel, comme Maxwell, comme Hertz, où le génie mathématique était doublé des dons qui font l'expérimentateur; il n'en est pas toujours ainsi : il est des cas nombreux de savants non moins illustres par leur maladresse manuelle que par leur habileté dans le domaine de la théorie. Mais il importe de demander à tous ceux qui s'occupent des sciences de la nature, fût-ce à un point de vue purement spéculatif, d'avoir le sens physique, ce sens qui fait deviner, en présence d'un résultat, s'il est de l'ordre de grandeur de celui qu'on devait atteindre, ou, sinon, fait prévoir à quel phénomène inattendu peut correspondre une conclusion théorique; il importe d'avoir le sens des réalités; et c'est à le donner aux élèves que devrait tendre, avant tout, l'enseignement supérieur de la physique. On trouve trop souvent des jeunes gens qui, à la sortie des écoles et des universités, se classent parmi les meilleurs, tout en ignorant l'ordre de grandeur de la perméabilité d'un fer, ou même de l'air, qui n'ont aucune idée de la précision des appareils de mesure, fût-ce les plus usuels, ni de la manière de s'en servir.

On en trouve d'autres qui, prenant le moyen pour le but, ne savent parler qu'en mathématiques alors que des raisonnements simples suffiraient dans bien des cas. Les mathématiques sont un instrument indispensable; en mettant les choses sous des aspects imprévus, en tirant des données certaines conséquences que les

limites de l'intelligence empêcheraient de mettre en lumière autrement, elles ouvrent au raisonnement de nouveaux domaines d'activité; mais un outil, si perfectionné qu'il soit, ne peut que transformer la matière sur laquelle il travaille; un calcul ne peut fournir aucun résultat qui ne soit pas implicitement dans les prémisses ; il n'est pas par lui-même un instrument de découverte. Croire que les mathématiques peuvent remplacer le raisonnement est une erreur; croire qu'elles peuvent être fécondes en l'absence du sens physique en est une autre.

C'en serait une troisième, enfin, de penser que l'expérience, à elle seule, telle qu'elle est fournie par nos sens, ou par ces prolongements et ces perfectionnements de nos sens que sont les instruments de mesure, est une source de vérité : les faits bruts ne sont pas, à eux seuls, suffisants : les animaux ont des sens analogues aux nôtres; ils ont l'expérience; ils ont l'instinct, qui est une sorte de sens physique; ils n'ont pas de science.

Ni l'expérience seule ni le raisonnement seul ne suffisent donc au progrès des connaissances. Seul un accord étroit peut le provoquer, la première fournissant les données à la théorie, lui montrant les bornes au delà desquelles elle risquerait de s'égarer, lui permettant de vérifier, à chaque étape, les résultats obtenus, et la guidant constamment dans la bonne voie; la raison tirant les conséquences des observations, les généralisant, les rapprochant d'autres résultats, formant, de l'ensemble des données ainsi acquises, des combinaisons d'où résultent des aperçus imprévus, et qui permettent d'établir des relations nouvelles et d'avancer ainsi dans la découverte.

Ces idées, nous les retrouverons vivantes dans toutes les pages de ce livre : et, puisque l'expérience est la source initiale de la connaissance, il sera logique de consacrer la première partie de l'ouvrage à l'exposé des observations relatives à la propagation des ondes. Je serai d'ailleurs amené à suivre, en gros, l'histoire de la télégraphie sans fil : partant des phénomènes caractéristiques de la propagation sur mer, à courte distance et avec de petites longueurs d'ondes, nous constaterons que, dans ce cas, la théorie de Hertz, dont le développement a été l'essentiel de l'*Introduction à l'étude des radiocommunications,* rend compte

des observations. De sorte qu'historiquement la science de la propagation des ondes à la surface de la terre s'est présentée comme un prolongement des travaux de Hertz; c'est en les prenant comme point de départ que Blondel, dès 1899, expliqua correctement les lois expérimentales de la télégraphie sans fil à courte distance, tandis que la vérification quantitative dut attendre que Tissot, en perfectionnant le bolomètre, et Duddell, en construisant le thermogalvanomètre, eussent créé les instruments de mesure nécessaires.

Sur terre, même pour les courtes distances, et sur mer, dès que les portées augmentèrent au delà de quelques dizaines de kilomètres, des phénomènes nouveaux apparurent. Les propriétés électromagnétiques du sol, la courbure de la terre, l'état de l'atmosphère, agissent sur la propagation et provoquent des particularités qui ne furent pas sans déconcerter les premiers observateurs : les mémoires originaux trahissent cet état d'esprit. D'une façon générale, sauf la nuit en certaines circonstances, intensités de réception plus faibles que ne voudrait la théorie de Hertz-Blondel; variation diurne de l'intensité, qui est plus grande la nuit que le jour, et qui éprouve des changements particulièrement remarquables au passage d'un régime à l'autre; variations annuelles, sous l'influence des saisons; variations rapides et interférences, surtout dans le régime de nuit; telles sont les caractéristiques principales de la propagation à grande distance. D'autres observations viennent en compléter l'étude : celles des radiocommunications sous-marines, et la mesure de la vitesse des ondes à la surface de la terre. Enfin, il existe un cas spécial, d'un grand intérêt en raison de l'éclatante confirmation des théories admises sur la propagation qui peut résulter de son observation : la grande sensibilité des appareils actuels de réception, jointe à l'augmentation continue de la puissance des stations, permet maintenant la recherche expérimentale des particularités de la réception aux antipodes de l'antenne d'émission : en ce point, tous les rayons électromagnétiques, envoyés dans toutes les directions, arrivent après avoir parcouru des chemins sensiblement égaux : de sorte qu'on doit s'attendre à trouver au voisinage des antipodes des interférences particulièrement nettes : cette circonstance montre

la grande importance des expériences qui, comme la mission de l'*Aldébaran* en 1919-1920, ont pour objet l'observation de ces phénomènes; il est à souhaiter que les observations soient reprises et multipliées.

Les chapitres ci-dessus s'occupent des lois générales de la propagation, abstraction faite des irrégularités de la croûte terrestre et de l'atmosphère : l'étude de l'influence de ces particularités vient ensuite, qu'il s'agisse de la distribution géologique des différents éléments, ou de leur distribution géographique, ou du relief terrestre, montagnes, obstacles, etc., ou enfin des circonstances météorologiques.

Et je terminerai l'étude des constatations expérimentales relatives à la propagation des ondes par les signaux parasites. La façon dont se produisent et se propagent ces perturbations a, pour la pratique des radiocommunications, une importance toute particulière, puisque leur élimination constitue, en fait, le seul problème de radiotechnique qui ne soit pas encore résolu. Car les radiotélégraphistes s'accommoderaient tant bien que mal de la faiblesse et de la variation des signaux reçus : les amplificateurs actuels permettent d'amener l'intensité à la valeur nécessaire pour l'audition ou l'enregistrement. Mais, disais-je en 1917 dans une étude sur les radiocommunications à grande distance, et la situation n'a pas sensiblement changé, mais la télégraphie sans fil a un ennemi plus gênant que la faiblesse et l'inconstance des signaux. Pour concrétiser, considérons un mode particulier de réception : l'opérateur perçoit les signaux au moyen d'un récepteur téléphonique sous forme de traits plus ou moins longs : la station d'émission crie dans le téléphone les signaux à recevoir. Mais il y a beaucoup d'autres voix qui crient en même temps; les stations rapprochées, et celles dont les caractéristiques sont voisines de celles du correspondant, sont entendues comme lui; toutes les variations de l'état électromagnétique du sol et de l'atmosphère, les orages, les mouvements de corpuscules électrisés dans la haute atmosphère, engendrent dans l'antenne des courants qui crient, eux aussi, dans le téléphone, et souvent beaucoup plus fort que le correspondant : d'où, parfois, une cacophonie à travers laquelle il est impossible de rien déchiffrer. Les amplificateurs, les nouvelles

méthodes de réception des ondes entretenues, les procédés d'élimination des parasites, ne donnent que des résultats insuffisants : ils n'empêchent pas les signaux vagabonds de faire obstacle, dans certains cas, à toute réception. De sorte qu'en définitive il n'existe actuellement qu'un seul remède : produire, à la station d'émission, des ondes suffisamment intenses pour qu'elles crient, dans le téléphone, plus fort que les parasites. La conclusion pratique est que c'est sur l'intensité et les caractéristiques des parasites à la réception que doivent se modeler l'énergie et les caractéristiques de la transmission; et, pour les très grandes distances, les constructeurs les plus avisés sont ceux qui font les stations les plus puissantes : l'usine d'émission du centre radioélectrique de Paris sera constituée par une antenne de trois kilomètres de longueur, supportée par seize pylônes de 250 mètres de hauteur, et à laquelle sera fournie une puissance qui pourra atteindre 1500 kilowatts. Telle est l'énormité des moyens que la nécessité de lutter contre les parasites conduit à mettre en jeu. Et ceci montre l'importance pratique de l'étude de ces signaux, qui pourrait paraître, à première vue, n'avoir qu'un intérêt purement spéculatif.

La deuxième partie du volume, consacrée aux recherches théoriques, a été modestement intitulée : *Tentatives d'explications*. Mis en face d'un problème aussi complexe, où tant d'influences jouent et se combinent, les théoriciens ont dû simplifier, aborder la question de biais, en étudiant des cas particuliers, d'abord très simples, puis de plus en plus compliqués, à mesure que les résultats devenaient plus complets et plus sûrs. Aussi cette partie se divise naturellement en chapitres correspondants aux facteurs les plus importants qui interviennent dans la propagation : influence de la nature du sol, influence de la courbure de la terre, rôle de l'atmosphère.

Que les propriétés électromagnétiques du sol jouent un rôle, cela résultait des premières expériences de télégraphie sans fil; qu'il se dissipe, dans la terre, une portion de l'énergie émise, et qu'il en résulte une diminution de la portée des stations, cela fut immédiatement prévu par la théorie; mais le problème était très difficile, de trouver les lois exactes de cette absorption d'é-

nergie. Aussi le cas général de la propagation des ondes émises par un oscillateur placé à la limite de deux milieux différents, terre et atmosphère, ne fut-il abordé qu'assez tard : les premières études, qui préparèrent la voie, s'occupèrent de problèmes plus simples : on supposa d'abord les ondes planes; on se limita au cas où les propriétés électromagnétiques du sol étaient assimilées à celles d'un conducteur; l'influence de la constante diélectrique, d'abord négligée, fut ensuite introduite par Zenneck. Dans un très beau mémoire, Sommerfeld étudia enfin le cas d'ondes divergeant à partir d'un oscillateur. A la question du rôle de la terre se rattachent d'ailleurs deux problèmes plus particuliers qui seront également envisagés : l'effet de la superposition dans le sol de plusieurs couches de constitutions différentes, et l'explication de la réussite des communications sous-marines.

L'étude de l'influence, sur la propagation des ondes électromagnétiques, de la courbure de la terre, a tenté les plus illustres mathématiciens du début du vingtième siècle. C'était le type du beau problème de physique-mathématique; il s'imposait naturellement à l'esprit des savants, particulièrement des écoles anglaise et française qui, développant la théorie de Fresnel, ont, sous l'influence de maîtres éminents, comme lord Rayleigh et Henri Poincaré, mené à une si grande perfection les études sur la diffraction des ondes. La question était d'ailleurs si délicate que les plus illustres hésitèrent, chacun remettant sur le métier, sans se lasser, ses propres travaux ou les travaux des autres. Toutefois, après des corrections successives, des conclusions d'ensemble s'imposèrent; la forme du facteur de correction à appliquer à la formule de Hertz, trouvée par Henri Poincaré, fut confirmée par les mathématiciens anglais qui reprirent le problème et aboutirent enfin à des résultats complets et concordants. La solution est d'ailleurs négative : si d'autres influences ne venaient favoriser la propagation, les portées obtenues et les intensités constatées en des points éloignés des stations d'émission seraient inexplicables par les lois de la diffraction. Le résultat n'en est pas moins important : il épargne aux chercheurs de l'avenir le risque de s'égarer dans une fausse direction.

Ni la forme ni la constitution du globe terrestre ne permettent

donc d'expliquer complètement les lois expérimentales de la propagation des ondes. L'atmosphère est le facteur le plus important dont l'influence puisse être ensuite envisagée. Même si l'on supposait l'air parfaitement diélectrique, la variation de sa constitution physique et sa raréfaction avec l'altitude provoqueraient des changements dans la constante diélectrique et, par conséquent, dans la vitesse de propagation des ondes, et les rayons électromagnétiques issus des antennes ne seraient pas des lignes droites. Mais l'atmosphère n'est pas l'espace parfaitement diélectrique auquel on l'assimile en électrostatique; il est parsemé de corpuscules électrisés; il est ionisé; et l'on conçoit qu'un tel milieu réagisse sur les ondes électromagnétiques tout autrement qu'un diélectrique. L'existence et les propriétés de l'influence de cette ionisation sont étudiées au chapitre VIII. Là encore, l'exposé va du simple au complexe, en partant de la propagation dans un diélectrique parfait compris entre deux plans conducteurs parallèles représentant le sol et les hautes couches de l'atmosphère; en supposant ensuite, avec Eccles, la terre sphérique et l'ionisation croissante avec l'altitude, ce qui correspond assez bien au jour, tandis que, la nuit, on peut, d'une façon générale, considérer comme diélectriques les couches basses et moyennes de l'atmosphère. L'étude d'Eccles est du plus grand intérêt, elle donne une interprétation de plusieurs fois expérimentales importantes; mais elle conduit à des conclusions purement qualitatives, elle n'aboutit pas à des résultats numériques; Watson a résolu, au contraire, complètement, le problème de la propagation entre la terre, supposée sphérique, et une couche atmosphérique supérieure, supposée conductrice. L'ionisation atmosphérique ne dépend d'ailleurs pas que de l'altitude; elle n'est pas la même en tous les points de la surface de la terre, ni à toutes les heures du jour : d'où la variation diurne de l'intensité des signaux; d'où les phénomènes observés au lever et au coucher du soleil. D'autres influences jouent, qui paraissent expliquer partiellement l'origine et la nature des signaux parasites. Et, quand nous aurons terminé l'étude du rôle des propriétés électromagnétiques de l'atmosphère, il restera à considérer celui de sa constitution physique.

Il s'agirait enfin de rassembler ces résultats divers, venus de

points de départ différents, et d'en tirer une théorie d'ensemble de la propagation, d'en extraire des règles utilisables par l'ingénieur ou par l'exploitant. Nous verrons, dans la conclusion de cet ouvrage, ce qui peut être tenté en ce sens, et nous constaterons que les efforts faits jusqu'ici nous laissent encore loin du but. Aussi bien au point de vue théorique qu'au point de vue expérimental, les résultats acquis à ce jour sont fragmentaires, non coordonnés, incertains. Les déductions tirées de la formule d'Austin, qui ont été pendant quelque temps acceptées assez généralement comme fournissant une base de calcul, ont été remises en question par les récentes expériences des marines française et italienne, de sorte que l'établissement des projets de station et des méthodes d'exploitation ne repose sur aucune base scientifique, n'a guère pour guide, dans quelques-unes de ses parties les plus importantes, que le flair, pas toujours sûr, de l'ingénieur ou du chef de station.

La conclusion de ce livre ne peut être qu'un appel à de nouvelles recherches. Il en faudra encore d'innombrables pour que puisse être établie la géographie radioélectrique du globe, qui, pour chaque point et chaque heure, renseignera sur la nature et les particularités des parasites, contiendra les courbes caractéristiques des émissions et des réceptions suivant les longueurs d'onde, les distances et les directions. Et ce n'est cependant qu'un ensemble suffisamment complet de données de ce genre qui permettra d'établir sur des bases certaines la technique des radiocommunications. Le champ des recherches est illimité.

LA PROPAGATION

DES

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

A LA SURFACE DE LA TERRE

Nous avons abouti, comme conclusion à notre **Introduction à l'Etude des Radiocommunications,** *dans l'hypothèse la plus simple, où l'on suppose d'une part l'atmosphère parfaitement diélectrique et la surface du sol plane et parfaitement conductrice, et d'autre part des antennes ouvertes, de dimensions latérales faibles par rapport à leurs hauteurs,* à la formule suivante, qui donne le *courant dans l'antenne de réception* en fonction des données des antennes de transmission et de réception, de leur distance, et de la longueur d'onde :

$$I_{\rho\,\mathrm{eff}} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\,\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r}\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}\,I_{\varepsilon\,\mathrm{eff}}. \qquad (201)$$

Cette formule s'applique dans le cas d'unités cohérentes.

Si l'on emploie les unités pratiques (intensités en ampères, résistances en ohms), μ est égal à 1 et ε à $\frac{1}{900}$, et la formule devient :

$$I_{\rho\,\mathrm{eff}} = 120\pi\,\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\,\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r}\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}\,I_{\varepsilon\,\mathrm{eff}}. \qquad (202)$$

Dans ces formules :

l_ε, l_ρ sont les hauteurs efficaces des antennes d'émission et de réception.

R_ρ est la résistance (antenne, détecteur, terre) de l'antenne de réception ; $S_\rho\omega^2$ est la radiance de l'antenne de réception ;

λ est la longueur d'onde ;

ω est la pulsation ;

r est la distance des deux stations;

I_ε, I_ρ sont les intensités des courants à la base des antennes d'émission et de réception.

Certains termes, l'_ε, l_ρ, de ces formules ne dépendent que de la forme et des dimensions des antennes.

Le terme $1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}$ ne dépend que des propriétés des antennes et des caractéristiques de l'émission.

Enfin les termes en λ et r sont des termes de propagation, qui ont été introduits par les hypothèses que nous avons mises à la base de notre étude, que la terre est plane et sans résistance, que l'atmosphère est parfaitement diélectrique. Il est probable que la suppression de ces hypothèses et *l'introduction des véritables conditions de la propagation, le long d'une terre à peu près sphérique, dont la résistance et la constante diélectrique ne sont pas négligeables, et dans une atmosphère ionisée, dont l'état change d'ailleurs à chaque instant suivant les circonstances, apportera des modifications importantes à la formule que nous avons établie.*

Et nous voyons immédiatement le grand intérêt pratique de l'étude que nous allons faire dans ce volume, de la propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la terre.

Nous examinerons successivement les différents aspects de la question :

D'abord *au point de vue expérimental :* nous exposerons les résultats obtenus pour les différentes distances, et dans les différentes conditions;

Ensuite *au point de vue théorique :* nous chercherons les conséquences auxquelles conduit l'introduction des véritables circonstances de la propagation, en supposant successivement :

La terre douée d'une conductibilité électrique et d'une constante diélectrique finie;

La surface du sol sphérique ;

L'atmosphère imparfaitement diélectrique.

Nous terminerons par une *conclusion* dans laquelle nous résumerons les résultats acquis et en tirerons des conséquences applicables à la résolution de problèmes importants de la technique des radiocommunications.

PREMIÈRE PARTIE

CONSTATATIONS EXPÉRIMENTALES

CHAPITRE PREMIER

LOIS DE LA PROPAGATION A PETITE DISTANCE

Premières expériences. — Loi de Marconi.
Propagation sur mer. — Expériences du commandant Tissot, de Duddell et Taylor.
Propagation sur terre. — Expériences de Duddell et Taylor, d'Austin, de Max Reich.
Ondes amorties et ondes entretenues.
Conclusion.

1. Au moment des premiers essais de **Marconi,** faits sur des distances de quelques kilomètres, l'appareil de mesure suffisamment sensible n'existait pas, et des expériences quantitatives n'étaient pas possibles. Elles le devinrent quand **W. Duddell,** en inventant le thermogalvanomètre, **C. Tissot,** en perfectionnant le bolomètre, fournirent l'instrument indispensable.

I. — Premières expériences sur la portée des stations radiotélégraphiques. — Loi de Marconi.

2. Pendant ses expériences sur la radiotélégraphie[1], faites à Salisbury Plain en mars 1897, où il atteignit pour la première fois, sur terre, des portées allant jusqu'à 13 kilomètres, **Marconi** remarqua que la hauteur des antennes avait une grande influence sur la distance qu'il était possible de franchir, et énonça, comme résultat des essais, la loi suivante :

Toutes choses égales d'ailleurs, la portée est proportionnelle au carré de la hauteur des antennes.

Cette loi, énoncée en 1897, a été vérifiée dans des expériences faites par la Marine italienne [1] en 1900-1901, et peut être déduite également d'une courbe représentant la variation de la portée avec la hauteur et qui se trouve dans une brochure publiée par l'*Allgemeine elektrizitäts Gesellschaft*, à propos du système Slaby-Arco.

3. La loi de **Marconi,** dont l'exactitude a été discutée, est bien d'ac-

cord avec la théorie si l'on tient compte des circonstances dans lesquelles elle a été établie, et des conditions dans lesquelles elle doit être appliquée. Le système employé comportait des antennes de transmission et de réception verticales ; l'excitation était directe par l'intermédiaire d'un éclateur inséré entre l'antenne et la terre. La distance des boules de l'éclateur restait la même pendant toute la série d'expériences.

Dans ces conditions, la capacité de l'antenne de transmission, et par conséquent le courant qui la traverse, sont (le potentiel d'éclatement étant constant) proportionnels à la longueur de l'antenne de transmission, et la formule fondamentale (201) devient, en supposant égales à l les hauteurs des deux antennes :

$$I_{\rho eff} = \frac{K}{(R_\rho + S_\rho \omega^2) r} \frac{l^3}{\lambda}. \qquad (211)$$

K étant une constante.

Mais la longueur d'onde d'émission est, ainsi que nous le verrons quand nous étudierons les antennes, proportionnelle à la hauteur de l'antenne, celle-ci oscillant avec sa période propre et son amortissement propre (étincelle comprise), de sorte que $\frac{l}{\lambda}$ est constant. Il en est de même de $R_\rho + S_\rho\omega^2$, puisque $S_\rho\omega^2$ est proportionnel à $\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$. (Voir *Introduction à l'Etude des Radiocommunications*, ch. III, p. 157) ; de sorte qu'en définitive nous avons :

$$I_{\rho eff} = \frac{C l^2}{r},$$

C étant une constante.

Et l'on voit que la portée, ou distance r qui correspond à une intensité donnée $I_{\rho eff}$ dans l'antenne de réception, est proportionnelle au carré de la hauteur des antennes. C'est la loi de Marconi.

II. — Lois de la propagation à courte distance sur mer.

1° Expériences du commandant Tissot[22,30].

4. Dans sa remarquable *Etude sur la résonance des systèmes d'antennes dans la Télégraphie sans fil* (1906), le commandant **Tissot** a rendu compte d'une série d'*expériences sur la variation de l'énergie reçue avec la distance des postes, et avec l'énergie émise.* L'instrument de mesure était le *bolomètre,* que le commandant Tissot avait perfectionné dans ce but.

a. **Transmissions à différentes distances.** — 5. « La comparaison a été faite d'abord à l'aide d'un poste installé à bord d'un bâtiment (*Formidable*) qui occupait divers mouillages. Les antennes d'émission et de réception, préalablement accordées, étaient multiples (à 4 branches parallèles) et avaient environ 55 m. de longueur. On opérait avec des étincelles d'émission, bien constantes, de 5 cm. de longueur.

« Le poste mobile se trouvant à la distance de 8900 m., on obtenait une déviation permanente de 40 divisions du galvanomètre pour $27,5.10^{-3}$ ampères dans le pont.

« A la distance de 1150 m., et pour des émissions identiques, on obtenait la même déviation de 40 divisions en réduisant la valeur du courant total à $0,45.10^{-3}$ ampère.

« Les déviations se trouvant ainsi ramenées, dans l'observation, à la même valeur, le rapport des sensibilités du bolomètre, qui est égal à $\frac{27,5}{0,45} = 61$, représente aussi le rapport des quantités moyennes d'énergie reçues.

« L'énergie reçue à 1150 m. est donc 61 fois plus grande qu'à 8900 mètres. Or on peut remarquer que le rapport des distances $\frac{8900}{1150} = 7,75$, nombre dont le carré est égal à 60.

« L'emploi du bolomètre S, à pont auxiliaire, nous a permis de contrôler ce résultat. Le procédé de mesure consiste à enregistrer la déviation permanente du galvanomètre du pont principal P sous l'action des ondes reçues, puis à remplacer l'antenne et la terre par les pôles d'une source électrique convenable capable de fournir dans le pont p un courant continu donnant la même déviation au galvanomètre du pont principal.

« Il faut, au préalable, régler parfaitement l'équilibre du pont p de manière que les déviations du galvanomètre du pont principal P soient égales et de même sens quand on inverse le courant auxiliaire dans le pont p.

« Les mesures opérées avec le *Formidable*, avec étincelle d'émission de 5 cm., ont donné :

« A la distance de 1150 m. (galvanomètre fortement shunté) :

$$\text{déviations} = 65,5$$

courant continu dans le pont p donnant la même déviation : $8,29.10^{-3}$ ampère).

« A la distance de 8000 m. (galvanomètre non shunté) :

$$\text{déviations} = 74$$

(courant continu dans le pont p donnant la même déviation : $1,17.10^{-3}$ ampères).

« Le rapport des intensités efficaces est de $\frac{8,29}{1,17} = 7,08$ et le rapport des distances est $\frac{8000}{1150} = 6,96$.

« Nous avons pu obtenir ultérieurement une vérification beaucoup plus complète avec un bâtiment, c'est-à-dire un poste d'émission mobile.

« Le bâtiment (*Amiral-Aube*) faisait, toutes les 8 minutes, trois émissions d'une durée de 6 secondes. On enregistrait au bolomètre les déviations et l'on notait la position exacte du bâtiment à l'instant de la seconde émission de chaque série.

« On a obtenu ainsi :

Distances D en kilomètres.	Déviation du bolomètre.	Intensités efficaces i.	Produits $i \times$ D.
2,850	42	2,30	6,55
3,700	26	1,75	6,47
6,200	9	1,05	6,50
8,600	5	0,75	6,45
13,000	2	0,50	6,50
au mouillage 1,600	135	4,12	6,60

« L'accord est aussi satisfaisant que possible.

« *L'intensité efficace du courant reçu par l'antenne varie en raison inverse de la distance.*

« Et : l'énergie mise en jeu, qui est proportionnelle au carré de l'intensité efficace, varie en raison inverse du carré des distances.

b. **Proportionnalité des intensités dans les antennes d'émission et de réception.** — *6*. Le commandant **Tissot** a comparé les indications d'un thermique intercalé dans l'antenne d'émission à celles d'un bolomètre disposé dans une antenne réceptrice accordée. L'émission était directe, l'antenne et la prise de terre étant reliées aux bornes secondaires d'une bobine d'induction.

Dans une première série de mesures, on faisait varier le courant en changeant le régime de l'étincelle. Les résultats obtenus furent les suivants (Station d'émission sur le *Masséna;* émision directe avec antenne multiple de 54 mètres, réception sur antenne accordée, étincelles de 4 cm. de longueur) :

Régimes.	Bolomètre récepteur Δ	Thermique Emission I_0 ampères.	Carré des déviations du Thermique I_0^2	$\frac{\Delta}{I_0^2}$
A. L'étincelle éclate juste.	43	0,55	0,30	1,43
B. Bonne étincelle.	56	0,63	0,40	1,40
C. Etincelle chaude.	40	0,53	0,28	1,43
D. Etinc. flambante.	19	0,36	0,13	1,46

Dans une seconde série d'expériences, on faisait varier le courant dans l'antenne en changeant la distance explosive. Poste d'émission sur l'*Amiral-Aube*. On obtient les résultats suivants :

Longueur de l'étincelle. centimètres.	Bolomètre Δ	Thermique I_0 ampères.	I_0^2	$\frac{I_0^2}{\Delta}$
3	14	0,47	0,22	0,16
6	24	0,62	0,38	0,16
10	32	0,70	0,49	0,15

On voit que *les intensités dans les antennes d'émission et de réception sont proportionnelles.*

L'énergie émise et l'énergie reçue sont proportionnelles au carré de l'amplitude du courant à la base de l'antenne d'émission.

Ces résultats sont complètement d'accord avec la théorie.

c. **Rapport de l'énergie remise à l'énergie reçue**[106]. — 7. Quoique le commandant **Tissot** n'ait pas lui-même vérifié l'exactitude de la formule

$$\frac{I_{\rho eff}}{I_{\varepsilon eff}} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}.\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}.\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r}.\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} \quad (2120)$$

$$\frac{I_{\rho eff}}{I_{\varepsilon eff}} = 120\pi.\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}.\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r}.\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} \text{ (Résistance en ohms), } 2121)$$

Léon **Bouthillon**[106] a montré que l'expérience suivante, relatée avec ses résultats et ses données complètes, permet de faire cette vérification.

Les antennes d'émission et de réception comportaient un seul fil vertical, de 50 mètres de hauteur et 0,4 cm. de diamètre.

L'antenne d'émission était disposée sur un bâtiment (*Henri IV*) et l'on opérait avec des étincelles de 5 cm. de longueur, à une distance de 1700 mètres.

Le montage d'émission était direct.

Le nombre d'étincelles (20 par seconde) était déterminé par un procédé d'inscription électrochimique.

Pour ce nombre d'interruptions, l'intensité efficace du courant reçu par le bolomètre était :

$$I_{\rho eff} = 1{,}5.10^{-3} \text{ ampère,}$$

la résistance réduite du bolomètre étant :

$$R_1 = 17{,}5 \text{ ohms.}$$

Le courant mesuré à la base de l'antenne d'émission était :

$$I_{\varepsilon eff} = 0{,}95 \text{ ampère.}$$

D'où :

$$\frac{I_{\rho eff}}{I_{\varepsilon eff}} = \frac{1{,}5}{0{,}95}.10^{-3} = 1{,}58.10^{-3} \text{ ampère.}$$

Comparons cette valenr à celle que donne le calcul.

La résistance $R_\rho + S_\rho\omega^2$ de l'antenne se compose de la résistance ohmique, qui est presque tout entière concentrée dans le détecteur :

$$R = R_1 = 17{,}5 \text{ ohms}$$

et de la résistance de rayonnement, qui est, comme nous le verrons plus tard, donnée, dans le cas d'une répartition sinusoïdale du courant, par la formule

$$S_\rho\omega^2 = 160\pi^2\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2.$$

Ici :

$$S_\rho\omega^2 = 160 \times 4 \times \left(\frac{50}{210}\right)^2 = 36{,}5 \text{ ohms.}$$

D'où :

$$R_\rho + S_\rho\omega^2 = 36{,}5 + 17{,}5 = 54 \text{ ohms.}$$

Dans le cas d'une répartition sinusoïdale, l_ε et l_ρ sont égaux aux hauteurs réelles multipliées par $\frac{2}{\pi}$.

$$l_\varepsilon = l_\rho = \frac{2}{\pi} \times 50 \text{ mètres}$$

$$\lambda = 210 \text{ mètres}$$

$$r = 1700 \text{ mètres.}$$

L'amortissement δ_ε a été mesuré :

$$\delta_\varepsilon = 0,24.$$

L'amortissement δ_ρ peut être calculé :

$$\delta_\rho = \frac{(R_\rho + S_\rho \omega^2)\pi}{2n L_\rho \times 2}$$

n étant la fréquence, et L_ρ la self à basse fréquence. (La self équivalente avec répartition sinusoïdale est $L_\rho . \frac{2}{\pi}$.)

La self-induction L_ρ se déduit de la valeur de la capacité C_ρ mesurée directement

$$C_\rho = 300 \text{ centimètres}$$

par la formule :

$C_\rho \, L_\rho = l'^2_\rho$ (l'_ρ étant la longueur de l'antenne, L et l' étant exprimés en centimètres), qui est sensiblement vérifiée pour une antenne filiforme, infiniment éloignée d'autres conducteurs, et reste approximativement exacte pour une antenne à un seul fil ordinaire. On en déduit :

$$L_\rho = \frac{\overline{5.10^3}^2}{300} = 0,833.10^5 \quad \text{centimètres}$$

$$\delta_\rho = \frac{54 \times \pi \times 0,7}{4 \times 10^6 \times 0,833 \times 10^{-4}} = 0,356.$$

(Les selfs-inductions sont comptées en henrys et les résistances en ohms).

$$\frac{I_\rho}{I_\varepsilon} = 377 \times \frac{1}{54} \times \left(\frac{2}{\pi} 50\right)^2 \times \frac{1}{210.1700} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{0,24}{0,356}}}$$

$$\frac{I_\rho}{I_\varepsilon} = 1,54 \times 10^{-3}.$$

La concordance de cette valeur avec celle qui a été trouvée expérimentalement (1,58) *est tout à fait remarquable, et démontre l'exactitude de facteur numérique* $120\pi = 377$ *de la formule* (202).

2° Expériences de W. Duddell et J.-E. Taylor[27].

8. **W. Duddell et J.-E. Taylor** firent en 1905 deux remarquables séries d'expériences sur la propagation des ondes de télégraphie sans fil. Ils utilisèrent pour la mesure de l'intensité dans l'antenne de réception le *thermogalvanomètre,* qui venait d'être réalisé par Duddell.

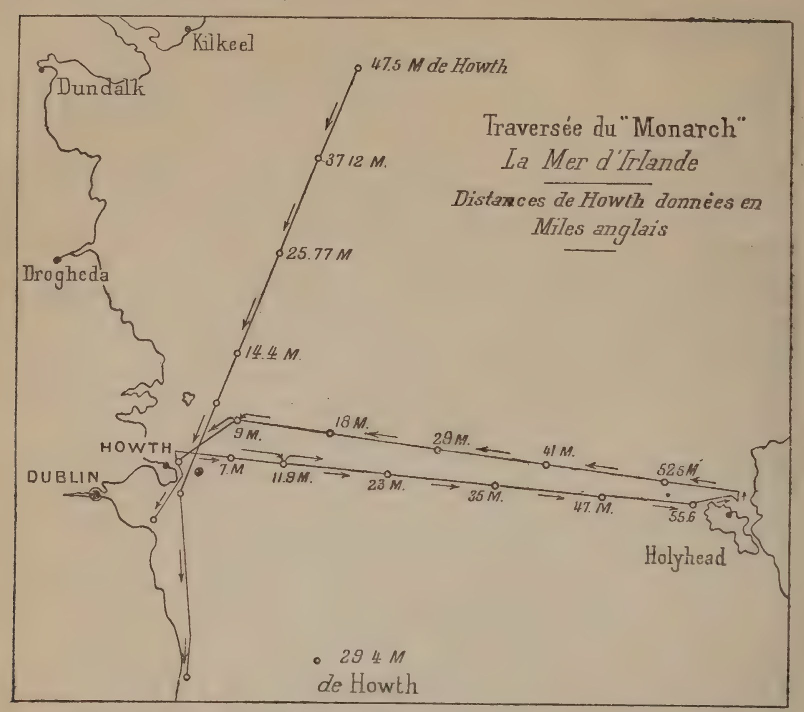
Les expériences comprennent deux séries, l'une faite sur terre, avec des longueurs d'onde de l'ordre de 130 mètres et pour des distances allant jusqu'à 1 800 mètres, l'autre sur mer, avec des antennes et des longueurs d'onde plus grandes, et des distances atteignant 120 kilomètres.

Nous nous occuperons d'abord de la deuxième série.

a) **Conditions d'expérimentation.** — *9.* Le poste de transmission, installé à bord du vapeur câblier *Monarch,* comportait une antenne prismatique à 4 fils, de 40 mètres de hauteur, excitée par dérivation. Le côté de la section du prisme était de 38,6 centimètres.

L'antenne de réception était prismatique, à 4 fils, de 38,6 centimètres de côté et 47,66 mètres de hauteur. Elle était portée par la Tour Martello, à Howth, près de Dublin (Irlande).

Trois groupes d'expériences furent faites (fig. 1).



(Extrait du *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 1. — Expériences de W. Duddell et de J.-E. Taylor. Cartes des traversées faites.

1er groupe : Le *Monarch* venant du nord, faisant route vers le sud, et passant devant Howth.

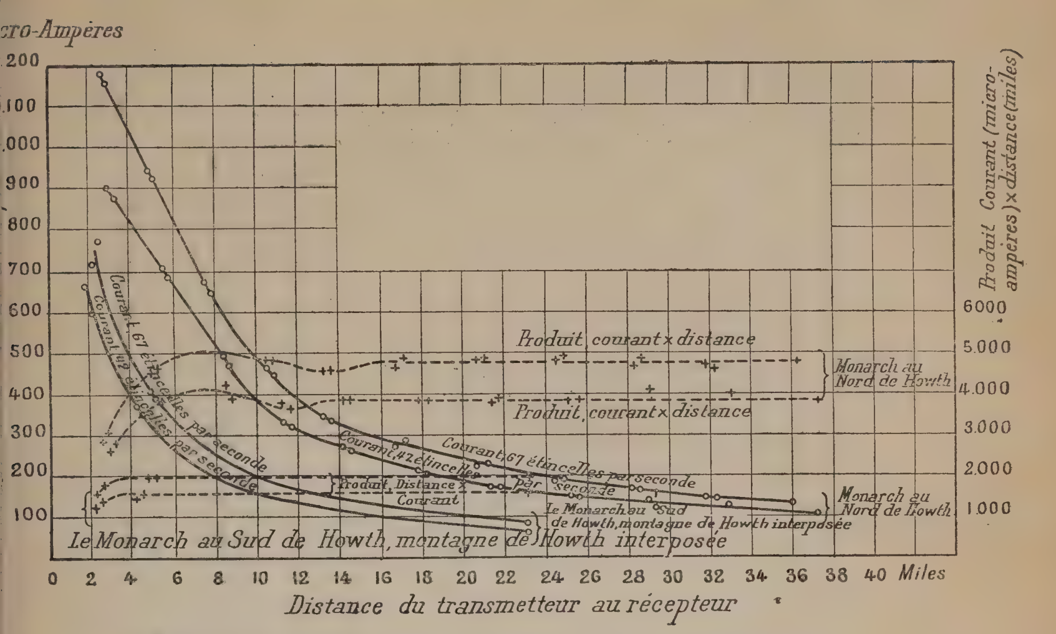
2e groupe. Le *Monarch* allant vers l'est de Howth à Holyhead, en traversant le canal de Saint-Georges.

3e groupe. Le *Monarch* revenant de Holyhead à Howth.

b) **Influence de la distance des deux stations.** — *10.* La figure 2 représente les résultats obtenus dans le voyage nord-sud en passant devant Howth. La figure 3 se rapporte à la traversée de Howth à Holyhead.

On constate que jusqu'à des distances relativement grandes *le courant dans le récepteur est très approximativement proportionnel à l'inverse de la distance*. Ce qui est conforme aux prévisions théoriques.

c) **Propagation de jour et propagation de nuit.** — *11.* Dans des expériences de vérification faites entre Howth et le *Monarch*, à Kingstown sur une distance de 12 kilomètres, on ne constata aucune différence d'intensité entre le jour et la nuit.



(Extrait du *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, avec autorisation.)

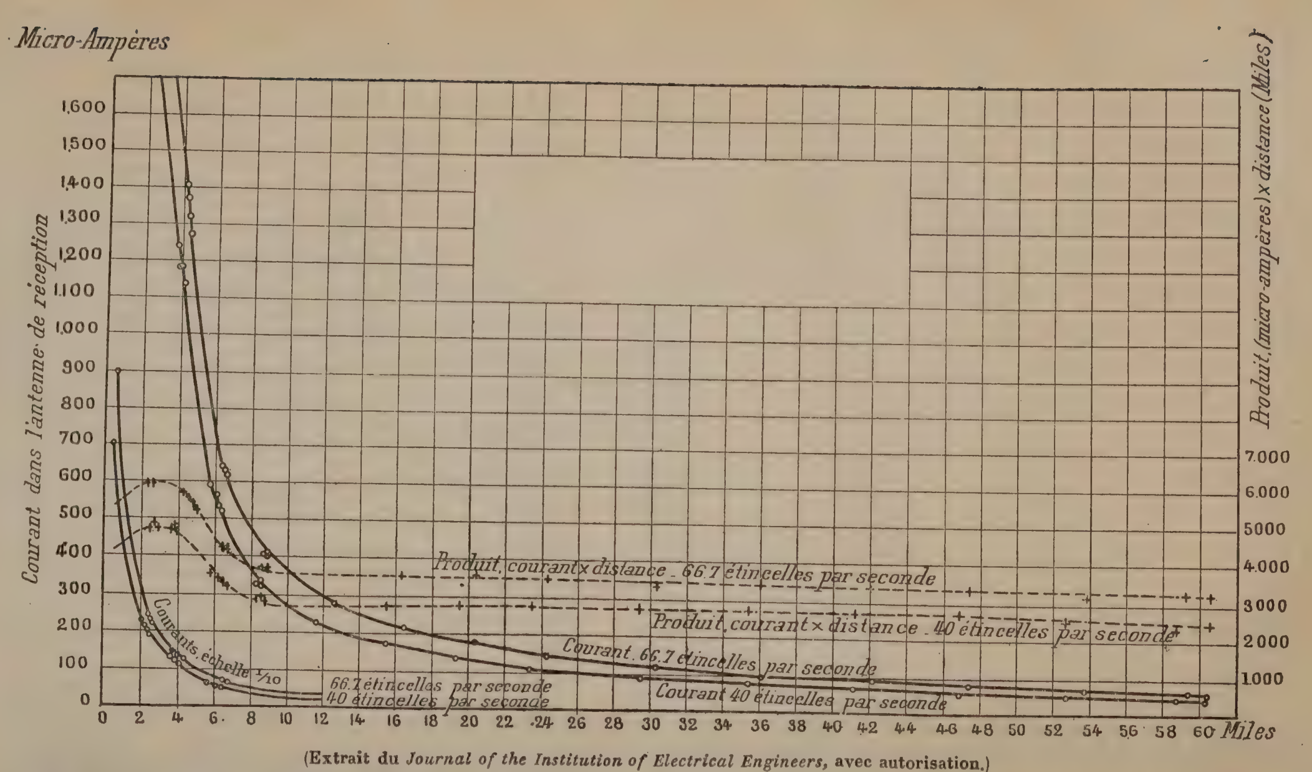
Fig. 2. — Expériences de W. Duddell et de J.-E. Taylor.
Résultats obtenus dans le voyage nord-sud en passant devant la station d'émission (située à Howth).

Pendant le premier voyage de nuit du *Monarch* (nord-sud en passant devant Howth), on constata une intensité plus grande que dans les traversées de Howth à Holyhead et retour, qui se sont faites de jour. Par exemple, à une distance de 30 miles :

	Distance. miles	Courant efficace dans l'antenne de transmission. ampères	Courant efficace dans l'antenne de réception. microampères
Voyage de nuit vers le sud ...	30	2,83	160
Howth à Holyhead (de jour) ..	30	2,72	115
Holyhead à Howth (de jour) ..	30	2,8	125

d) **Influence de la forme du rivage, près de l'antenne d'émission.** — *12.* Dans les mesures faites avec le *Monarch* aux environs de Howth, on constate de grandes différences suivant la position du bateau par rapport à la station.

C'est ainsi que, dans le voyage nord-sud, en passant devant Howth, l'intensité est notablement plus forte au nord qu'au sud de la station de réception. A des distances de 12 à 14 miles, la deuxième n'est encore que $\frac{85}{210}$ de celle de la première. On s'explique facile-

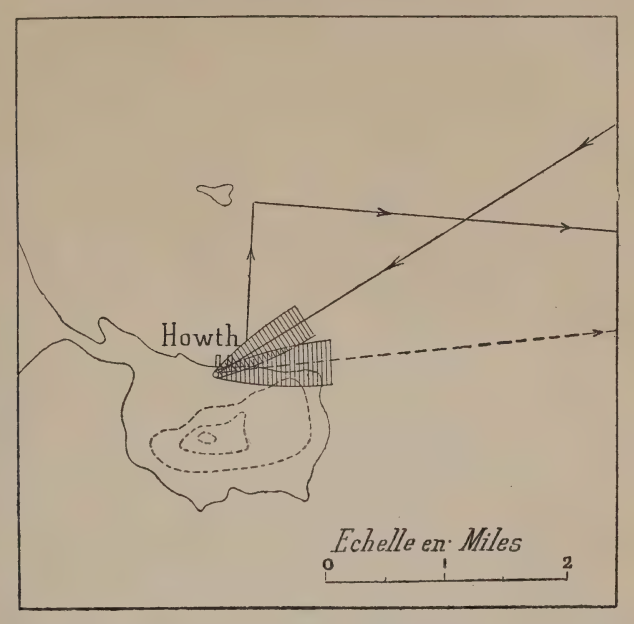


(Extrait du *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 3. — Expériences de W. Duddell et de J.-E. Taylor. Résultats obtenus dans la traversée de Howth à Holghead.

ment cette différence en regardant la figure 4 qui représente la forme du rivage aux environs de Howth.

De même, au voisinage de Howth, l'intensité était beaucoup plus grande pendant le voyage d'aller vers Holyhead, dans lequel la route était nord et ne coupait presque pas de terre, que pendant le retour, où la route était ouest et coupait une longue bande de terre.



(Extrait du *Wireless Telegraphy*, par Erskine-Murray, avec autorisation.)

Fig. 4. — Expériences de W. Duddell et de J.-E. Taylor.
Influence de la forme du rivage.

III. — Lois de la propagation à courte distance sur terre.

1° Expériences de W. Duddell et J.-E. Taylor [27].

a) **Conditions d'expérimentation.** — *13.* L'antenne de transmission, à un seul fil, d'une hauteur de 12,80 mètres, était munie d'une self à sa base et excitée par dérivation. Trois ondes pouvaient être émises, de longueurs respectives 114 mètres, 122 mètres, 152 mètres environ.

L'antenne de réception, à un seul fil, était munie d'une self d'accord, dont la base était reliée au radiateur (de 100 ohms de résistance) d'un thermogalvanomètre Duddell, réuni lui-même à la terre.

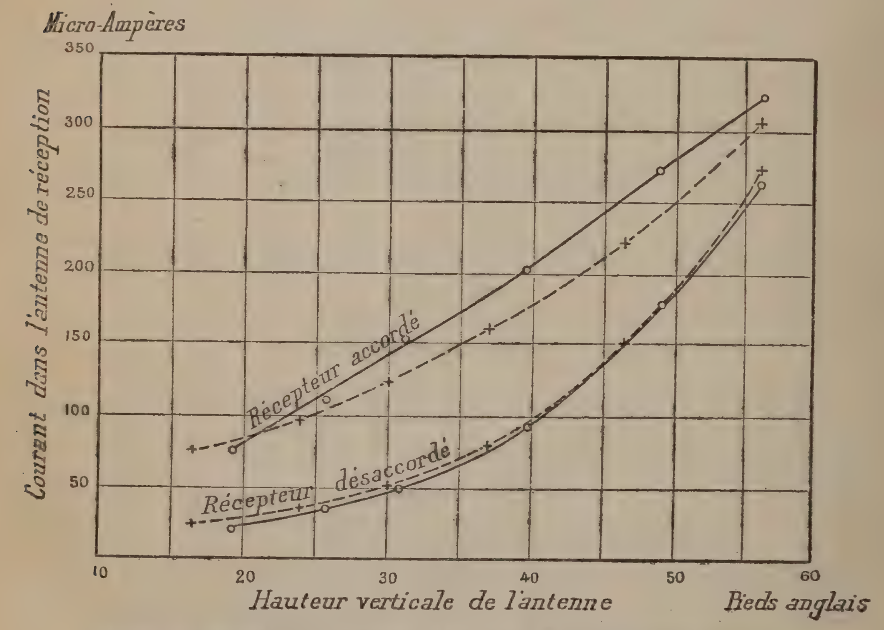
Les expériences ont été faites dans un parc.

b) **Variation de la hauteur de l'antenne d'émission.** — *14.* La longueur de l'antenne de transmission restant constante, on fait varier sa hauteur (première série d'expériences). On constate que, dans le cas où les stations d'émission et de réception sont en résonance,

l'intensité reçue, pour une même intensité dans l'antenne d'émission, est proportionnelle à la hauteur. Ce qui est conforme à l'expression théorique.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus.

Distance des deux stations 484 mètres. Hauteur de l'antenne de réception 17,07 mètres.			
Longueur d'onde. mètres	Hauteur de l'antenne de transmission. mètres	Courant dans l'antenne de transmission. ampères	Courant dans l'antenne de réception. microampères
152	6,40	0,351	121
	9,60	0,355	188,5
	12,80	0,352	246
114	6,40	0,352	140
	9,60	0,351	223
	12,80	0,360	315



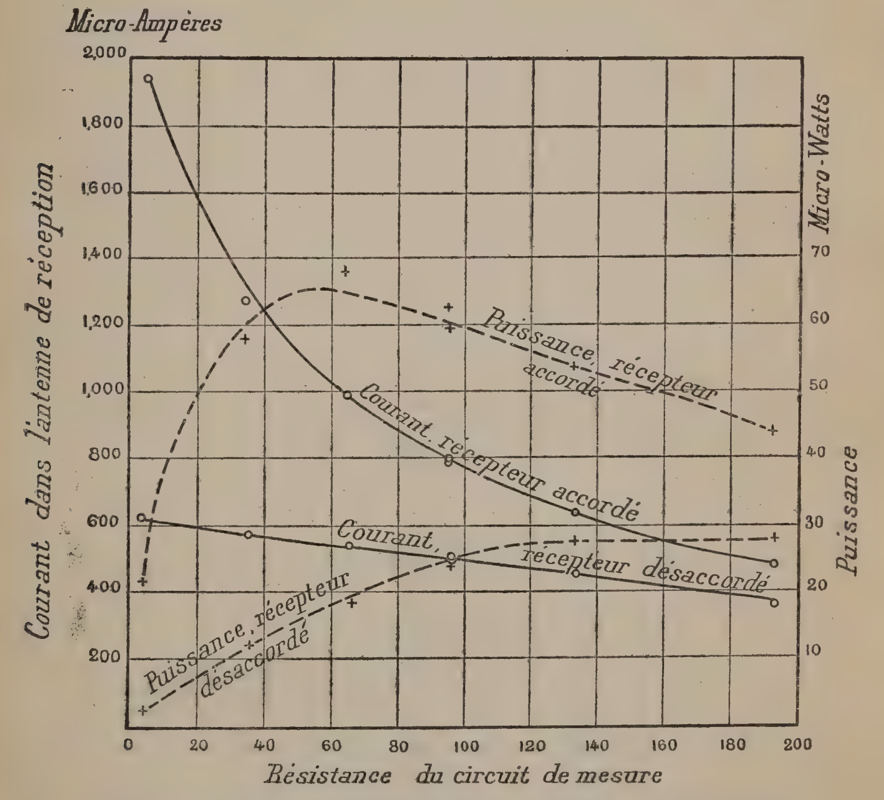
(Extrait du *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 5. — Expériences de W. Duddell et J.-E. Taylor. — Influence de la hauteur de l'antenne de réception.

c) **Variation de la hauteur de l'antenne de réception.** — *15.* L'antenne de réception étant constituée par des fils verticaux de hauteur variable, on constate que, dans le cas de la résonance entre le transmetteur et le poste de réception, la loi qui relie la hauteur de l'antenne à l'intensité dans l'antenne de réception est sensiblement linéaire tant que la hauteur varie entre 17,07 mètres et 9 mètres. Au-dessous de 9 mètres le courant augmente moins rapidement. Ceci dans le cas où le terrain entre le transmetteur et le récepteur est nu.

S'il y a des écrans entre le transmetteur et le récepteur (arbres, fils télégraphiques, etc.), la loi n'est jamais linéaire.

d) **Variation de la résistance de l'instrument de mesure.** — *16.* Dans la première série de mesures, on constate que, toutes choses égales d'ailleurs, pour une distance de 484 mètres entre les deux antennes, le courant C dans l'antenne de transmission change quand la résistance ohmique R de l'instrument de mesure varie. La puissance absorbée dans celui-ci est RC^2.



(Extrait du *Journal of the Institution of Electrical Engineers,* avec autorisation.)

Fig. 6. — Expériences de W. Duddell et J.-E. Taylor. — Influence de la résistance de l'instrument de mesure.

On constate (fig. 6) que :

1° Dans le cas où le récepteur est accordé avec le transmetteur, on a

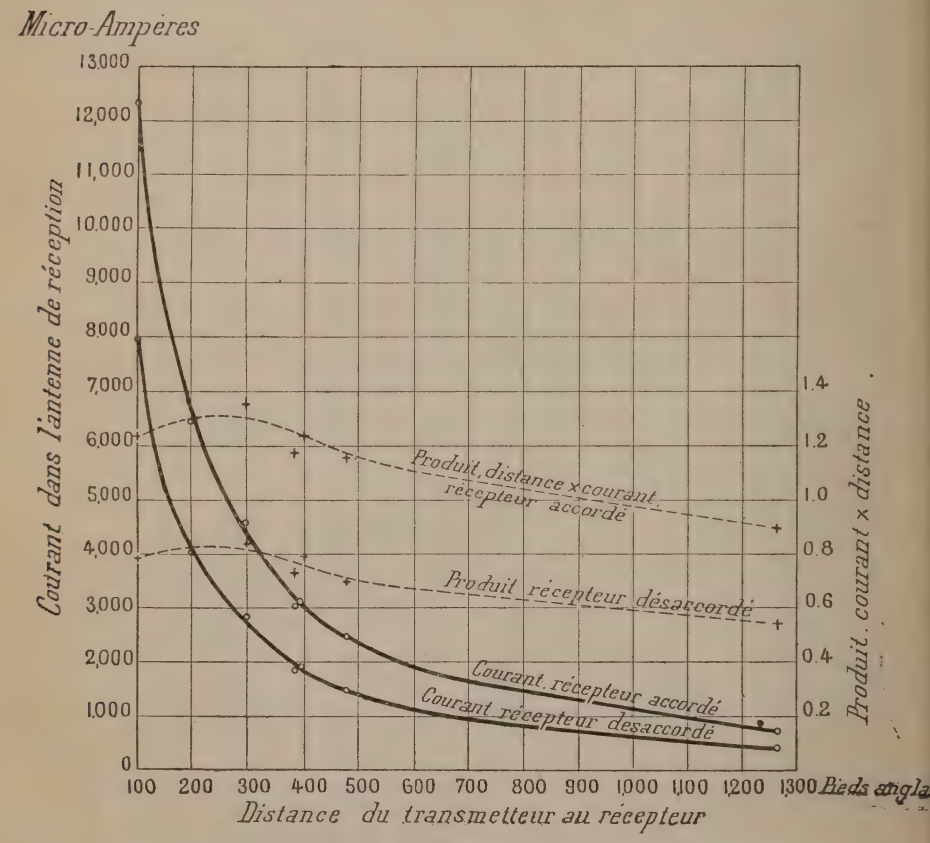
$$C = \frac{0{,}12}{56 + r}.$$

2° Dans le cas où l'on supprime la self d'accord

$$C = \frac{0{,}12}{\sqrt{(185)^2 + (56 + r)^2}}.$$

L'antenne de réception se comporte donc, dans le premier cas, comme une résistance ohmique pure; dans le deuxième cas, il s'ajoute à la résistance ohmique une réactance de 185 ohms. Ceci, encore, est d'accord avec la théorie.

e) **Variation de la distance entre les antennes de transmission et de réception.** — *17*. Les figures 7 et 8 représentent les résultats d'un

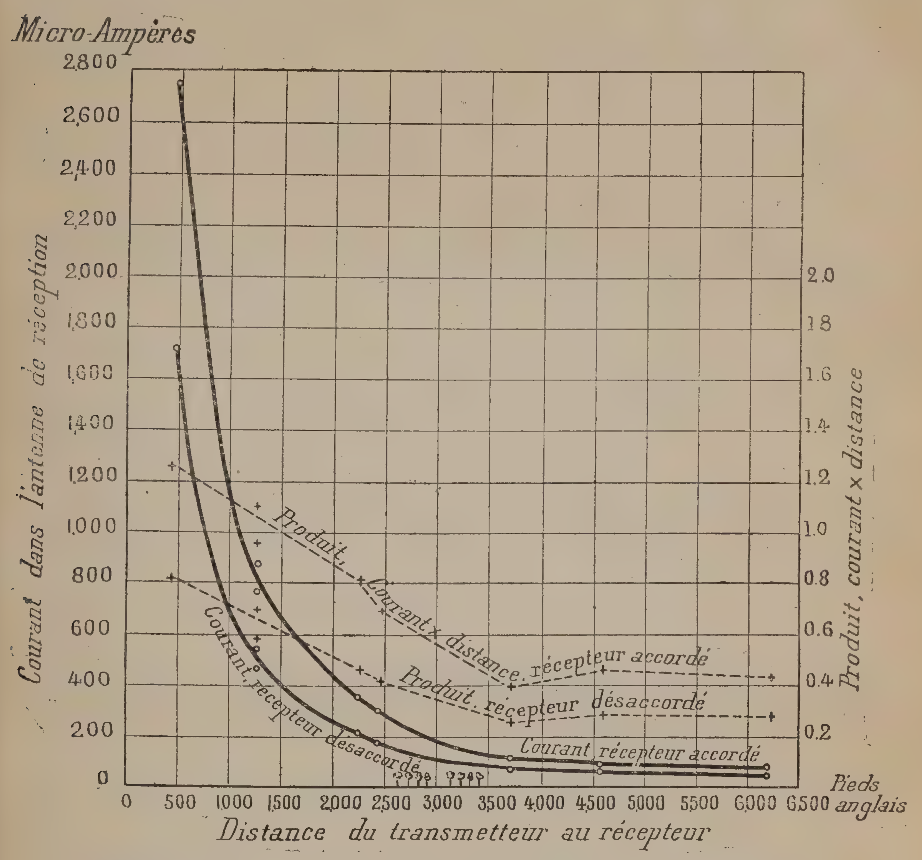


(Extrait du *Journal of the Institution of Electrical Engineers,* avec autorisation.)

Fig. 7. — Expériences de W. Duddell et J.-E. Taylor, sur terre. Influence de la distance.

groupe de mesures effectuées sur terre avec transmetteur mobile et récepteur fixe.

On voit que, dans ce cas, *le courant décroît plus rapidement que l'inverse de la distance,* sans jamais diminuer aussi vite que l'inverse du carré de celle-ci.



(Extrait du *Journal of the Institution of Electrical Engineers,* avec autorisation.)

Fig. 8. — Expériences de W. Duddell et J.-E. Taylor, sur terre. Influence de la distance.

L'effet des arbres, ainsi que le rétablissement du courant quand on s'en éloigne, tout en restant dans la même direction, est très visible.

Près du poste de transmission, jusqu'à la distance de trois longueurs d'onde environ, le courant dans l'antenne de réception décroît beaucoup plus vite qu'à des distances plus grandes.

2° Expériences d'Austin (59).

18. Dans une série d'expériences, dont nous indiquerons plus loin les résultats pour la propagation à grande distance, les signaux du vapeur *Birmingham*, mouillé à Newport, étaient reçus à Brant-Rock, à 83 kilomètres de distance. La propagation des ondes avait lieu sur terre.

Les longueurs d'onde utilisées furent 1000 et 3750 mètres, et les signaux reçus étaient mesurés au moyen d'un thermoélément tellure-constantan de 15 ohms de résistance.

Le tableau suivant donne les résultats d'expérience, comparativement avec ceux qui auraient été obtenus sur mer, calculés d'après la formule déduite des expériences à grande distance (formule 222, p. 34). La différence des chiffres tient à l'absorption par le sol.

Longueur d'onde. mètres	Courant dans l'antenne d'émission. ampères	Courant dans l'antenne de réception.		Absorption des signaux. pour cent
		Observé. microampères	Calculé. microampères	
1000	28,7	1050	5400	95
3750	26,3	1600	1550	0

On voit que, dans le cas de l'onde de 1000 mètres, le sol absorbe 95 p. 100 de l'énergie, tandis que l'absorption est trop faible pour être observée avec l'onde de 3750 mètres de longueur.

3° Expériences de Max Reich (79).

19. La station réceptrice était installée à 7,1 kilomètres du poste d'émission. L'intensité dans l'antenne de réception était mesurée au moyen d'un thermo-galvanomètre Duddell, mis directement dans l'antenne.

Les résultats d'expérience ($I_{\rho \text{eff}}$) sont indiqués dans le tableau suivant avec les résultats ($I_{\rho_0 \text{eff}}$) calculés d'après la formule (202) :

$$I_{\rho_0 \text{eff}} = 120\pi . \frac{1}{R_\rho + S_\rho \omega^2} . \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} . I_{\varepsilon \text{eff}} . \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} .$$

Les hauteurs efficaces étaient calculées en tenant compte de la forme des antennes et de la distribution du courant.

Les résultats obtenus dans deux séries d'expériences furent les suivants :

	λ	$I_{\varepsilon eff}$	$I_{\rho eff}$	$I_{\rho_0 eff}$	$\frac{I_{\rho eff}}{I_{\rho_0 eff}}$
Première série.	240	2,48	$21,2.10^{-4}$	$32,\ 0.10^{-4}$	0,665
	293	2,65	$19,8.10^{-4}$	$28,\ 9.10^{-4}$	0,685
	360	2,65	$15,2.10^{-4}$	$21,\ 9.10^{-4}$	0,695
	430	2,73	$13,3.10^{-4}$	$18,\ 2.10^{-4}$	0,730
	568	2,42	$11,0.10^{-4}$	$14,53.10^{-4}$	0,780
Deuxième série.	825	2,48	$22,8.10^{-4}$	$26,\ 3.10^{-4}$	0,87
	1004	3,08	$23,5.10^{-4}$	$28,\ 1.10^{-4}$	0,84
	1175	3,85	$26,3.10^{-4}$	$31,\ 2.10^{-4}$	0,845

On voit que l'intensité reçue est plus faible que l'intensité calculée d'après la formule de Hertz. La différence est d'autant plus grande que la longueur d'onde est plus petite.

IV. — **Ondes amorties et ondes entretenues.**

20. L'influence de l'amortissement des ondes sur la propagation a été l'objet de plusieurs séries d'expériences faites par la marine des États-Unis, sous la direction de **L.-W. Austin.**

Dans la première [86] les signaux émis par la station de la Naval Academy, à Annapolis, soit au moyen d'un poste Fessenden (décrément 0,15), soit au moyen d'un poste à arc, sur la longueur d'onde de 1060 mètres, étaient reçus à 48 kilomètres de distance, au laboratoire radiotélégraphique de Washington. Les résultats obtenus à la réception furent les mêmes, quel que fût le mode de transmission.

Ces résultats à courte distance furent confirmés dans une deuxième série d'essais [85], où les signaux émis par la station d'Arlington (Va), près Washington, soit au moyen d'un arc de 30 kilowatts (47 à 53 ampères dans l'antenne), soit au moyen d'un poste à étincelles Fessenden de 100 kilowatts (100 à 120 ampères dans l'antenne), étaient reçus par les postes suivants :

Sainte-Augustine (Floride).	Méthode du détecteur et galvanomètre.	Distance : 980 kilomètres.
New-Orléans. Kew-West.	Téléphone shunté et tikker.	Distance : 1650 kilomètres.
Colon.	Téléphone shunté et dispositif hétérodyne.	Distance : 3300 kilomètres.
Navire *Salem*. Jusqu'à Gibraltar.	Id.	Distance : jusqu'à 5500 kilom.

Pour les distances inférieures à 2000 kilomètres, la propagation semblait se faire dans les mêmes conditions pour les deux modes d'émission, les courants reçus étant proportionnels aux courants émis. Nous donnerons plus loin les résultats obtenus à grande distance.

Donc, *tant que la distance n'est pas très grande, l'amortissement paraît n'avoir aucune influence sur la propagation.*

V. — Conclusion.

21. En résumé, les expériences faites à *de petites distances* de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres, avec des longueurs d'onde ne dépassant pas quelques centaines de mètres, ont montré que :

1° Il n'y a *aucune différence entre les signaux de jour et les signaux de nuit;*

2° *Sur mer,* l'intensité reçue est liée à l'intensité dans l'antenne d'émission par la relation déduite de la théorie de Hertz :

$$I_{\rho\,eff} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r}I_{\varepsilon\,\rho f.}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}.$$

Cette *formule est vérifiée expérimentalement* dès que la distance entre les deux stations est supérieure à trois longueurs d'onde.

3° *Sur terre l'intensité décroît beaucoup plus vite,* quand la distance augmente, que ne l'indique la formule ci-dessus. Elle est d'ailleurs plus faible que sur mer.

L'absorption par la surface du sol diminue rapidement quand la longueur d'onde augmente.

4° *L'amortissement des ondes n'a aucune influence sur la propagation.*

CHAPITRE II

LOIS DE LA PROPAGATION A GRANDE DISTANCE

1° *Expériences de Marconi. Radiotélégraphie transatlantique.*

2° *La variation diurne de l'intensité des signaux.*,
Premières constatations. Influence de la distance et de la longueur d'onde.
Etude du régime de jour. Expériences d'Austin, de Hogan, de Fuller, de G. Vallauri, de la Marine française, de Max Reich.
Etude du régime de nuit. Expériences d'Austin, de Hogan, de la Marine française.
Passage du régime de jour au régime de nuit. Phénomènes observés au lever et au coucher du soleil. Influence de la lune. Influence des éclipses de soleil.

3° *Variations rapides dans le régime de nuit. Interférences* (Hoyt Taylor et Blatterman, de Forest, Fuller).

4° *Variations annuelles* de l'intensité des signaux.

5° *Ondes amorties et ondes entretenues.*

6° *Les phénomènes des antipodes.*

7° *Radiocommunications sous-marines.*

8° *Mesure de la vitesse de propagation des ondes,* à la surface de la terre.

I. — Expériences de Marconi : Réalisation de radiocommunications à grande distance. Radiotélégraphie transatlantique.

1. En 1900, **Marconi** avait obtenu de bonnes radiocommunications à une distance de 300 kilomètres [7]. La question se posait de savoir s'il était possible d'aller beaucoup au delà, si en particulier la courbure de la terre ne constituerait pas un obstacle insurmontable pour des distances de plusieurs milliers de kilomètres, comme celles qui séparent l'Europe de l'Amérique. **Marconi,** en 1900, se décida à faire les expériences décisives, en envoyant, à travers l'Atlantique, des signaux qu'il essayerait de recevoir sur la rive américaine.

Il était évident que les moyens mis en jeu devaient être beaucoup plus importants que ceux qui avaient été employés jusque-là. Les

bobines d'induction qui avaient fourni l'énergie pour les essais précédents n'absorbaient pas plus de 200 ou 300 watts. Il fallait aller beaucoup au delà. **Marconi** décida l'établissement d'un grand poste de transmission à Poldhu (Cornouailles). Il demanda la collaboration de **J.-A. Fleming,** qui établit un projet d'installation de 10 à 15 kilowatts de puissance, dans lequel l'énergie était fournie aux condensateurs du circuit d'excitation par un alternateur. Les plans de l'antenne et des bâtiments étaient arrêtés en même temps. La construction fut commencée en novembre 1900. La mise au point dura jusqu'en novembre 1901.

La puissance mise en jeu pouvait varier entre 10 et 25 kilowatts. L'antenne se composait de 50 fils de cuivre nu portés par deux mâts hauts de 49 mètres et distants de 61 mètres.

Une station de réception fut installée à Saint-John (Terre-Neuve). L'antenne, formée d'un fil de 120 mètres de longueur, était portée par un cerf-volant. L'appareil de réception était un téléphone mis en série avec un détecteur.

Les signaux émis à Poldhu, à 3540 kilomètres de distance, qui consistaient en séries de S de l'alphabet Morse, émis de 15 à 18 heures, *furent entendus pour la première fois à Terre-Neuve le 12 décembre 1901.*

La possibilité des radiocommunications à grande distance était démontrée.

2. Les années qui suivirent furent employées au développement et à la mise au point des résultats ainsi acquis. Des installations définitives furent faites à Poldhu, à Cap Cod (Massachussetts) et à Cape-Breton (Nouvelle-Ecosse). De nouvelles expériences de télégraphie sans fil à grande distance furent entreprises à l'aide de stations de bord. En décembre 1902, la station de Glace-Bay (Nouvelle-Ecosse), et en janvier 1903 la station de Wellfleet (Cap Cod) purent transmettre des télégrammes qui furent reçus à Poldhu. La distance franchie était 4800 kilomètres (un huitième de grand cercle terrestre).

Ces expériences, et celles qui suivirent, décidèrent la compagnie Marconi à établir deux puissantes stations à Glace-Bay (Nouvelle-Ecosse) et à Clifden (Irlande). Ces stations furent ouvertes au service en 1907. Toutefois, la permanence du service n'était pas encore complètement réalisée. Un incendie détruisit en partie la station de Glace-Bay en août 1909. Elle fut reconstruite et le service reprit à partir du mois d'avril 1910. Les deux stations correspondantes échangèrent, pour leur début, du 1er mai 1910 au 1er mai 1911, 812 000 mots de trafic commercial.

De nombreuses stations destinées à communiquer à plusieurs milliers de kilomètres de distance ont été depuis construites ou sont en projet. Il n'est pas douteux, cependant, que c'est à Marconi que revient le mérite d'avoir prouvé la possibilité de télégraphier par ondes électromagnétiques à grande distance, et d'avoir réalisé les premières installations capables d'atteindre d'aussi longues portées.

3. En raison du très grand nombre de circonstances qui agissent sur la propagation, on ne peut espérer découvrir des lois exactes qu'à la suite d'un nombre immense d'expériences systématiques. Le dispositif expérimental doit d'ailleurs être approprié à l'étude des variations rapides. Seuls, les appareils qui donnent directement la lecture du phénomène ou son enregistrement paraissent remplir ces conditions. Ainsi la méthode du téléphone shunté, qui exige un réglage à chaque mesure, paraît être, pour cette étude, d'une application difficile ; les méthodes galvanométriques semblent pouvoir donner de meilleurs résultats. Encore faut-il que l'inertie du galvanomètre soit suffisamment faible. L'inscription phonographique peut également être utilisée. Toutefois les réceptions directes, sans amplification, ne sont pas possibles à grande distance avec ces appareils, les conditions d'une faible inertie et d'une grande sensibilité étant incompatibles. Les méthodes d'amplification des signaux à la réception, aujourd'hui suffisamment perfectionnées, fournissent maintenant l'instrument qui manquait jusqu'ici, et il est à présumer qu'elles seront dans un avenir prochain appliquées systématiquement à l'étude de la propagation à grande distance. Nous n'insisterons d'ailleurs pas davantage ici sur les méthodes de mesure, qui seront étudiées en détail dans un volume suivant.

4. Malgré l'insuffisance des moyens employés, des résultats intéressants ont déjà été obtenus.

Il semble qu'on doive considérer plusieurs sortes de variations : d'abord une *variation diurne*, ayant une période de 24 heures : les signaux, relativement faibles pendant le jour, passent par un maximum d'intensité pendant la nuit. A cette variation d'ensemble se superposent des *irrégularités instantanées* qui peuvent atteindre des valeurs très grandes. Enfin la propagation est influencée par la saison pendant laquelle elle a lieu : il existe une *variation annuelle* de l'intensité des signaux. Nous étudierons successive-

ment ces trois ordres de phénomènes. La question des *influences météorologiques* sera ensuite examinée.

II. — Variation diurne de l'intensité des signaux.

1° PREMIÈRES CONSTATATIONS

5. **Marconi** ([15]) rendit compte, en 1902, à la Royal Society de Londres, qu'il venait de découvrir une différence dans le mode de propagation des ondes hertziennes suivant que celle-ci avait lieu pendant le jour ou pendant la nuit.

« Pendant quelques essais de télégraphie sans fil à longue distance faits vers la fin de février dernier entre une station d'émission située à Poldhu, sur la côte de Cornouailles, et une station de réception installée à bord du vapeur américain *Philadelphia*, allant de Southampton à New-York, j'ai eu l'occasion d'observer pour la première fois des différences considérables dans les distances auxquelles il est possible de découvrir les signaux à la réception pendant le jour, comparativement aux distances pour lesquelles on pouvait obtenir les mêmes effets pendant la nuit...

« A bord du *Philadelphia*, je ne remarquai aucune différence entre les signaux reçus le jour et ceux qu'on recevait la nuit, tant que le bateau ne fut pas éloigné de Poldhu de plus de 500 statute miles (800 kilomètres). A des distances supérieures à 700 miles (1 100 kilomètres) les signaux transmis durant le jour manquaient entièrement, tandis que les signaux de nuit restèrent très forts jusqu'à 1 551 miles (2 488 kilomètres) et purent être déchiffrés clairement jusqu'à une distance de 2 099 miles (3 470 kilomètres) de Poldhu.

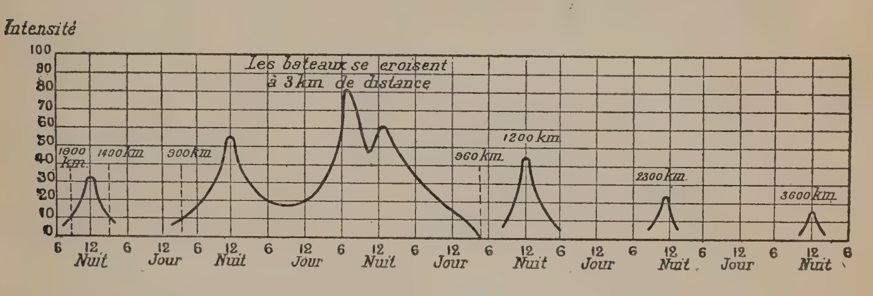
« Dans le but de compléter les essais à ce sujet, je fis d'autres expériences entre la station de Poldhu et une station réceptrice (en tous points semblable à celle du *Philadelphia*) située à North Haven, Poole, Dorset. La distance entre North Haven et Poldhu est environ 152 miles (244 kilomètres), dont 109 (175 kilomètres) sur mer et 43 (69 kilomètres) sur terre. On trouva que les signaux de Poldhu pouvaient être reçus parfaitement la nuit avec une antenne verticale à 4 fils de 12,1 mètres de haut reliée aux appareils de réception, tandis que, toutes choses égales d'ailleurs, la hauteur nécessaire pour recevoir avec la même intensité les signaux pendant le jour était 18,5 mètres...

« Je n'ai jamais remarqué de différence dans les portées de jour et de nuit dans le cours des nombreuses expériences faites auparavant avec des stations non construites pour de très grandes distances, et

dans lesquelles la puissance utilisée à la station transmettrice était petite relativement à celle de l'installation de Poldhu. »

6. Cette loi de la plus grande intensité des signaux de nuit, énoncée par Marconi en 1902, a été constamment vérifiée depuis. En 1905, **Marconi** annonça (26), comme résultat moyen de l'expérience d'alors, que la portée de jour était généralement les deux cinquièmes de celle qu'on observe la nuit.

La figure 9 représente, d'après **P. Schwarzhaupt** (63), les résultats obtenus entre deux stations de bord, qui, commençant à communiquer à une distance de 1 800 kilomètres, se rapprochèrent l'une de l'autre jusqu'à la distance de 3 kilomètres, puis s'éloignèrent jusqu'à plus de 4 000 kilomètres. La propagation avait lieu suivant un méridien, sous les tropiques, en hiver.



(Extrait de *Elektrotechnische Zeitschrift*, avec autorisation.)

Fig. 9. — Expériences de P. Schwarzhaupt. — Variation avec la distance et l'heure du jour de l'intensité des signaux échangés entre deux stations de bord.

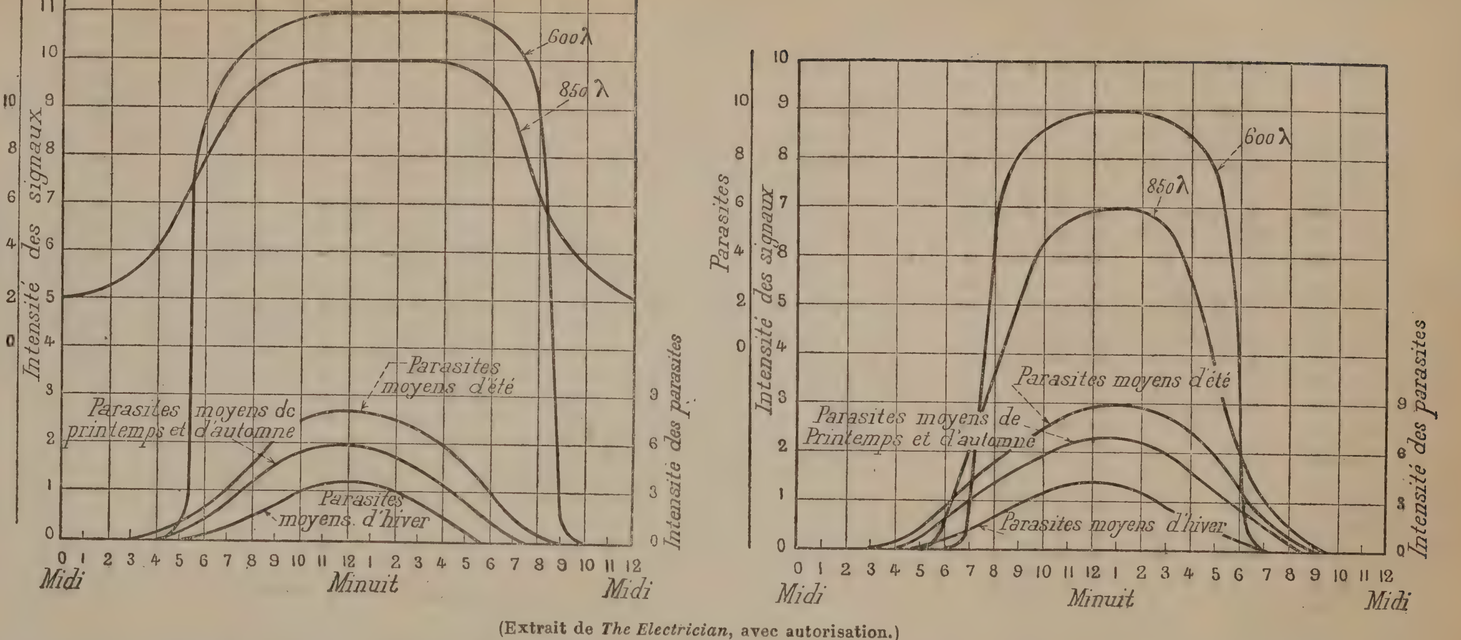
Les communications, commencées à la distance de 1 800 kilomètres, à 9 heures du soir, furent possibles jusqu'au lendemain, à 6 heures du matin (1 400 kilomètres). Elles reprirent le soir à quatre heures et furent maintenues, les bateaux se rapprochant et se croisant, jusqu'à la distance de 960 kilomètres, de jour. Elles purent être reprises, la nuit, jusqu'à 3 600 kilomètres. On voit que la portée de jour était le quart de celle de nuit.

Les figures suivantes, empruntées à divers auteurs, permettent de se rendre compte des principales caractéristiques de la variation diurne.

Influence de la distance.

7. **G. Marconi** (15) signala, comme nous l'avons dit, dès 1902, que les différences d'intensité entre les signaux de jour et de nuit n'apparaissent qu'à grande distance.

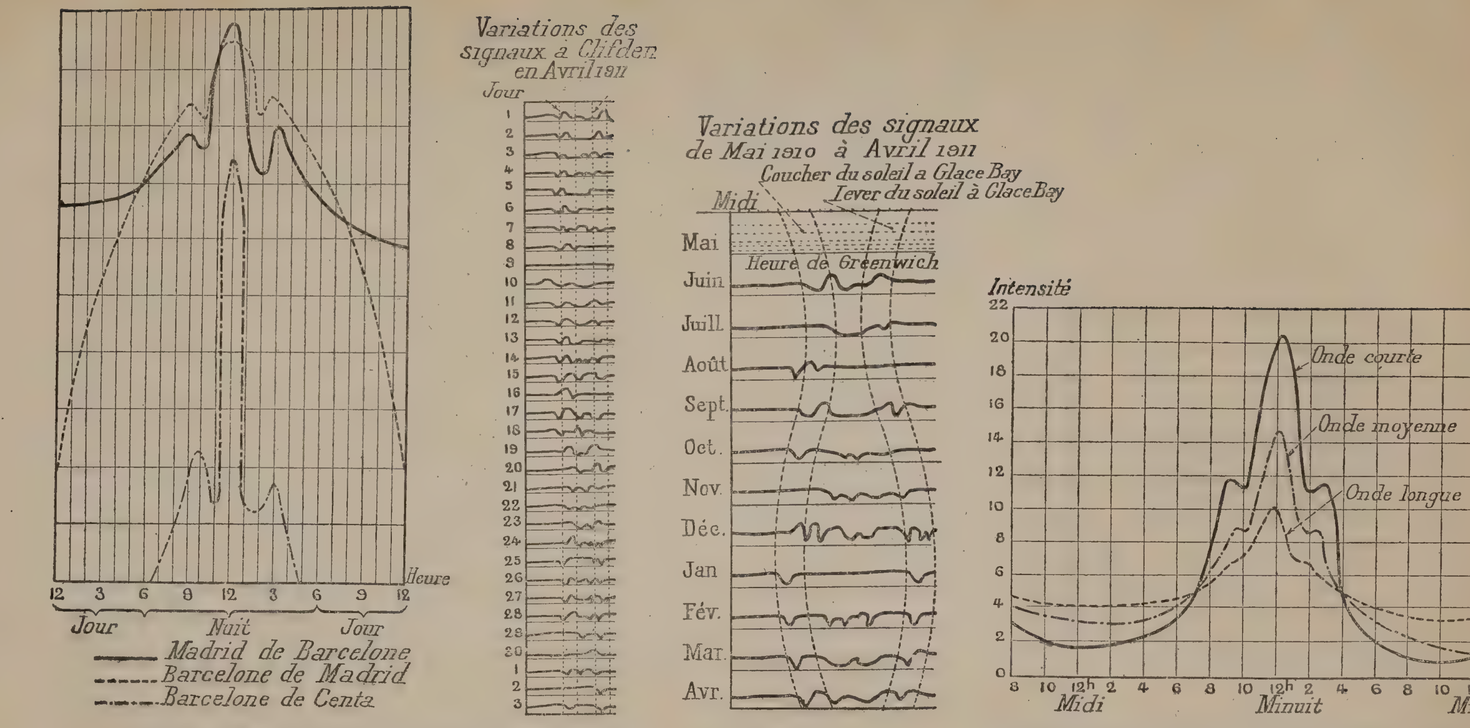
Nous avons vu plus haut (voir p. 10) que, dans leur série d'expé-



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 10. — J.-G. Balsillie. Intensité moyenne des signaux et des parasites. — Communication entre Melbourne et Adélaïde ; distance 660 kilomètres sur terre. L'échelle des ordonnés à l'extrême gauche de la figure indique l'intensité de signaux nécessaires pour travailler à travers les parasites d'intensité indiquée sur l'échelle : ainsi, quand les parasites sont d'intensité 6, les signaux doivent être d'intensité 7.

Fig. 11. — J.-G. Balsillie. Communication entre Melbourne et Brisbane. Distance 1530 kilomètres sur terre. Intensité moyenne des signaux et des parasites.



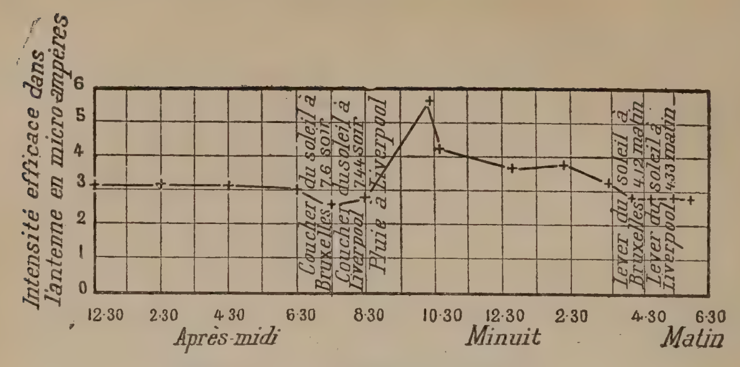
(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 12. — Variation de l'intensité avec l'heure du jour. Observations faites dans des stations espagnoles.

Fig. 13. — Variation de l'intensité des signaux de Glace Bay (Canada), reçus à Clifden (Irlande).

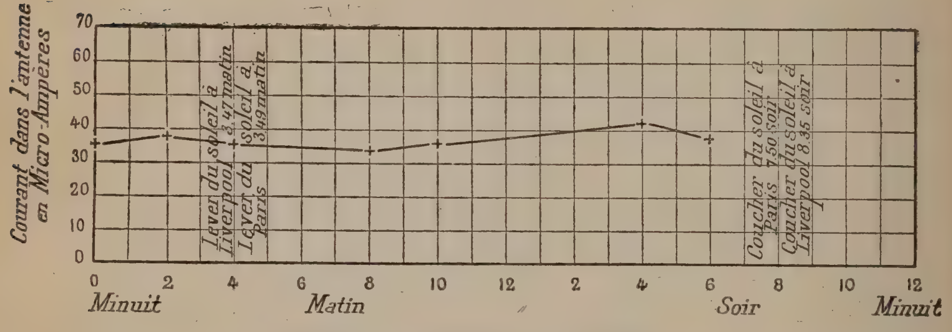
(Extrait de *Elektrotechnische Zeitschrift*, avec autorisation.)

Fig. 14. — Expériences de Schwarzhaupt, 1911. — Variation de l'intensité des signaux reçus de Nauen avec l'heure du jour. Influence de la longueur d'onde. Distance : environ 1000 kilomètres.



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 15. — E.-W. Marchant. Signaux de Bruxelles reçus à Liverpool, le 14 mai 1914.



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 16. — E.-W. Marchant. Signaux de la Tour Eiffel reçus à Liverpool, 8 juin 1914. Intensité dans l'antenne à Paris, 4345 ampères.

riences faites entre Howth et le *Monarch*, **Duddell et Taylor** n'avaient pu déceler aucune différence entre les signaux de jour et de nuit, à une distance de 12 kilomètres entre les deux stations. Pour des distances plus grandes, au contraire, le produit de la distance par l'intensité dans l'antenne de réception, sensiblement constant dans les essais de nuit, diminue de plus en plus quand la distance augmente, dans les expériences de jour, à partir de 30 miles environ.

C'est la confirmation du fait énoncé par Marconi, que la différence des signaux de jour et de nuit ne peut être observée qu'à des grandes distances de la station d'émission.

Les courbes des figures 10 à 16 mettent en évidence cet effet de la distance : il est très net pour les courbes (fig. 12) relatives aux radiocommunications espagnoles, et dans celles qui ont été relevées en Australie par **S.-G. Balsillie** (fig. 10 et 11). Ces observations sont relatives à de faibles longueurs d'onde. Pour les longueurs supérieures à

2 000 mètres, nous voyons, d'après les courbes 15 et 16), que la variation diurne est encore relativement peu accentuée à une distance de l'ordre de 600 kilomètres; elle est très notable dans les courbes obtenues par Marconi (fig. 13) pour une distance supérieure à 3 000 kilomètres.

Influence de la longueur d'onde.

8. En 1905, **H. Round** (29) remarqua que « les signaux de jour et de nuit sont d'autant plus différents que les ondes sont plus courtes, et tendent à devenir également intenses quand la longueur d'onde augmente ».

D'après **Fessenden** (38), « l'absorption des ondes émises (pendant le jour) n'augmente pas avec la longueur d'onde, mais atteint plutôt un maximum pour une certaine longueur d'onde qui varie avec les conditions de l'expérience, mais qui est, en gros, intermédiaire entre les ondes de fréquences 100 000 et 200 000, et décroît ensuite avec une grande rapidité quand la longueur d'onde augmente. Ainsi l'absorption d'ondes de fréquence 50 000 est relativement petite, jusqu'aux distances de 2 000 miles pendant le jour, tandis que dans les mêmes conditions, pour la fréquence 200 000, il y a absorption presque complète ».

Les expériences de trafic transatlantique par **Marconi** (42) permirent de compléter ce résultat :

« Dans quelques expériences dans lesquelles des ondes de 8 000 mètres de longueur étaient utilisées, l'énergie reçue était ordinairement plus grande le jour que la nuit, quoique, pour les courtes ondes, la lumière du soleil agisse en même temps comme une sorte de brouillard. Il arrive souvent qu'un bateau ne peut communiquer avec une station rapprochée, tandis qu'il correspond aisément avec une plus éloignée. »

Toutefois, ce changement de signe de la différence d'intensité entre les signaux de jour et de nuit, s'il existe pour les grandes longueurs d'onde, paraît dépendre de la distance et de l'orientation respective des stations d'émission et de réception.

C'est ainsi (62) que les signaux de Clifden, émis sur 7 000 mètres de longueur d'onde, donnaient dans l'antenne de Brant-Rock une intensité de 35 à 55 microampères le jour, de 100 microampères la nuit (pour l'automne et l'hiver). En été, les signaux étaient moins forts, mais la différence était de même sens.

De même, dans une série d'essais faits par **Marconi** (57) entre Clifden, Glace-Bay et le vapeur *Principessa Mafalda,* l'antenne de la station de bord étant portée par un cerf-volant dont la hauteur variait de 300 à 900 mètres, les signaux de Clifden furent reçus sans diffi-

culté aussi bien le jour que la nuit jusqu'à une distance de 6 400 kilomètres de Clifden. A une distance plus grande, la réception n'était possible que la nuit. A Buenos-Aires, à 10 000 kilomètres de Clifden, les signaux étaient encore bien reçus la nuit d'une façon générale, mais étaient très variables.

Les courbes (fig. 10 à 16) mettent en évidence l'action de la longueur d'onde : on voit (fig. 10, 11, 12, 14) que, pour les ondes courtes, l'intensité des signaux est plus grande le jour que la nuit et d'autant plus que la longueur d'onde est plus faible. Pour les très grandes ondes au contraire (fig. 13), le résultat des essais de Marconi est intéressant : l'intensité est plus grande le jour que la nuit, l'onde la plus courte (5 000 mètres) est plus intense la nuit et moins intense le jour que l'onde la plus longue (7 000 mètres).

Ce résultat paraît toutefois n'être pas général. Des expériences, qui ont été poussées jusqu'à la longueur d'onde de 15 600 mètres et la distance de 20 000 kilomètres, par la Marine française, ont constamment mis en évidence une intensité plus grande la nuit que le jour.

2° ÉTUDE DU RÉGIME DE JOUR

9. Les différentes expériences quantitatives faites ont montré que l'intensité des signaux reçus, par un poste donné, est à peu près constante tant que les deux stations d'émission et de réception sont dans le régime de jour et que la distance ne dépasse pas quelques milliers de kilomètres.

Le fait, observé sur mer par **L.-W. Austin** ([59]), **G. Marconi** ([57]), **J.-L. Hogan** ([81]), a été confirmé par des expériences faites dans le cas de la propagation sur terre par **H. Mosler** ([82]), **Max Reich** ([79]), **E.-W. Marchant** ([95]).

10. Plusieurs séries de mesures faites par **L.-W. Austin** ([59]), en 1910, jusqu'à une distance de 2 000 kilomètres, poussées en 1913 jusqu'à 4 000 kilomètres, et en 1914 jusqu'à 7 000 kilomètres environ, ont abouti à l'établissement d'une loi empirique applicable à la propagation diurne sur mer, d'ailleurs vérifiée indépendamment par **J.-L. Hogan** ([81]), en 1911, jusqu'à 4 000 kilomètres de distance. **L.-F. Fuller** ([96]) a publié, en 1915, les résultats d'une importante série d'expériences effectuées, avec des ondes entretenues, entre San-Francisco et Honolulu.

En 1919 **G. Vallauri** ([133]) mesura à Livourne (Italie), le champ électromagnétique à l'arrivée des signaux de la station radiotélé-

graphique d'Annapolis; en 1919-1920, une importante mission de la « **Marine française** », sous la conduite du lieutenant de vaisseau **Guierre** (134), fut chargée de recevoir et de mesurer, entre Toulon et Tahiti, en passant par les antipodes, les signaux des stations de Lyon à Nantes.

I. — La formule d'Austin-Cohen.

a) Première série d'expériences de la marine américaine.

Conditions d'expérimentation. — *11*. L'une des stations était installée à Brant-Rock, au bord de la mer, à 37 kilomètres au sud de Boston. L'antenne était portée par un pylône de 128 mètres de haut, isolé à la base et muni à sa partie supérieure de deux bras horizontaux de 15, 20 mètres de longueur. A l'extrémité de chaque bras est suspendue une antenne prismatique inclinée à 45°, à 4 fils de 91 mètres de longueur, distants l'un de l'autre de 1,22 mètres, et isolée à l'extrémité inférieure, tandis que l'extrémité supérieure était reliée métalliquement au pylône. L'ensemble formait une antenne en parapluie de 0,055 millihenry de self-induction et 0,0073 microfarad de capacité. L'antenne était excitée par induction, avec couplage lâche, de manière à rayonner une seule onde. La puissance était fournie par un alternateur à 500 périodes. L'éclateur était tournant et synchrone. Une étincelle éclatait à chaque demi-période de l'alternateur. La puissance utilisée était de 50 à 60 kilowatts.

Deux stations étaient en outre installées à bord de deux vapeurs, le *Salem*, et le *Birmingham*.

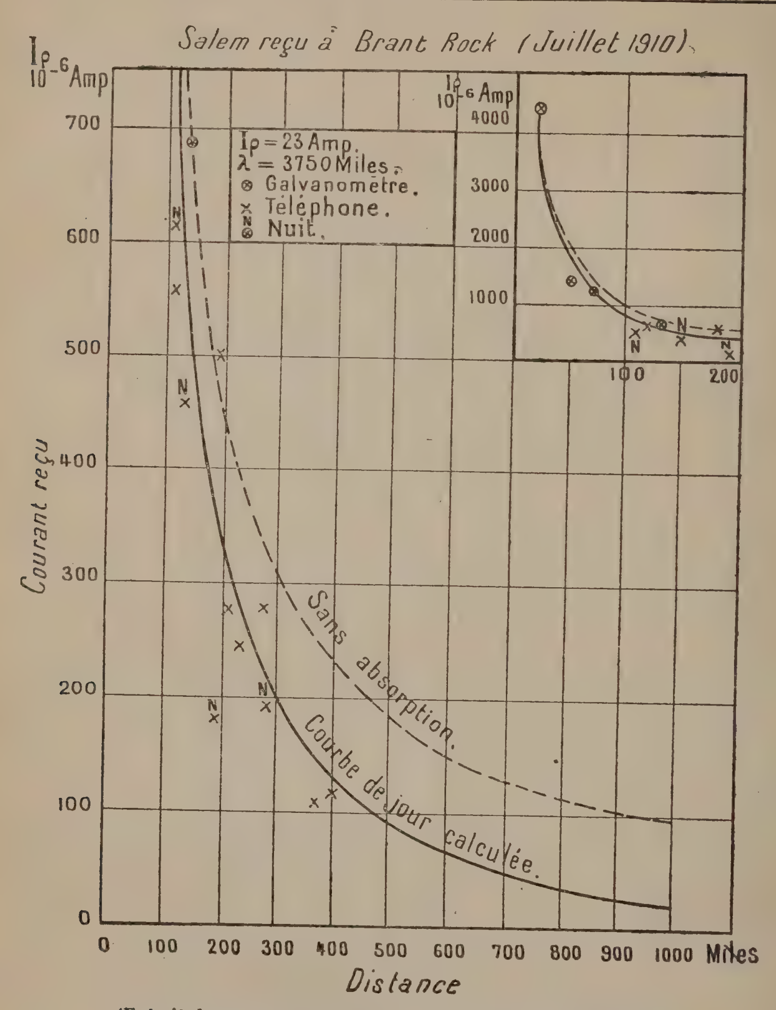
Les longueurs d'onde utilisées furent 3 750 mètres et 1 000 mètres.

A Brant-Rock, les mesures de réception furent faites, pour les petites distances, au moyen d'un galvanomètre à fil chaud ou d'un thermo-élément de 15 ohms de résistance, et pour les grandes distances par la méthode du téléphone shunté. (Cet appareil était au préalable étalonné au moyen d'un thermo-galvanomètre de 25 ohms de résistance.)

A bord, toutes les mesures furent faites au moyen du téléphone shunté.

Résultats. — *12*. **Austin** donne les résultats des séries d'expériences suivantes :

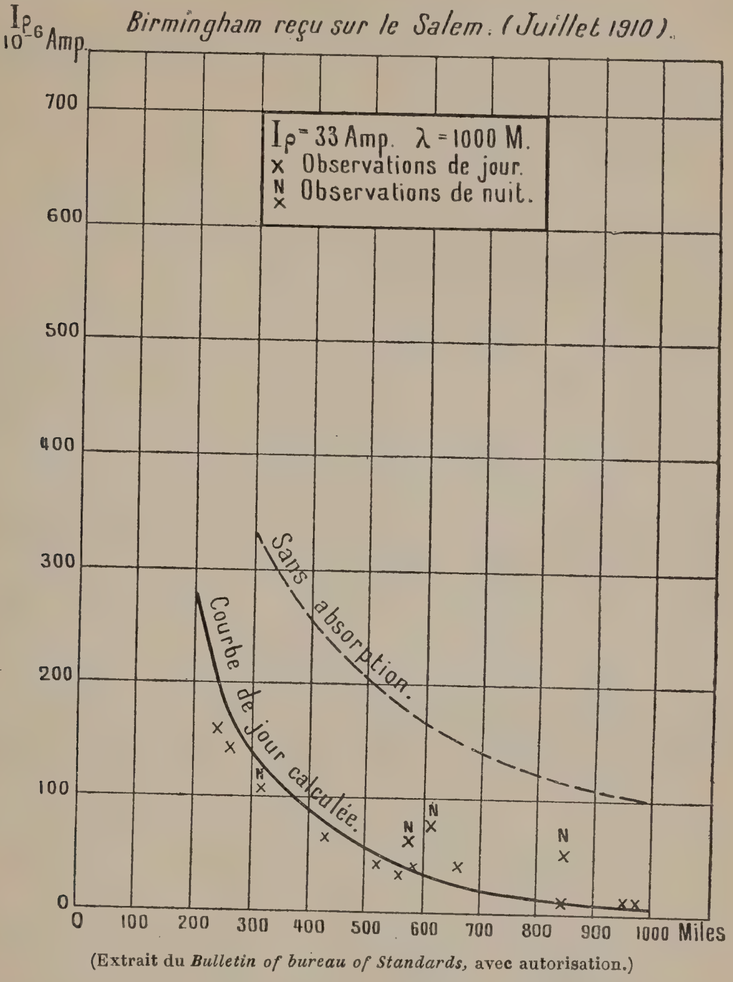
Série d'expériences.	Station de transmission.	Station de réception.	Longueur d'onde. mètres.
1	*Birmingham.*	Brant-Rock.	1000
2	*Birmingham.*	Brant-Rock.	3750
3	Brant-Rock.	*Birmingham.*	1500
4	Brant-Rock.	*Birmingham.*	3750
5	*Salem.*	Brant-Rock.	1000
6	*Salem.*	Brant-Rock.	3750
7	*Salem.*	*Birmingham.*	1000
8	*Birmingham.*	*Salem.*	1000



(Extrait du *Bulletin of bureau of Stantards*, avec autorisation.)

Fig. 17. — Expériences de L.-W. Austin (1910).

La distance des stations d'émission et de réception variait, pendant les essais, de 0 à 2 000 kilomètres. Tout le trajet des ondes était sur mer, sauf un très petit parcours terrestre au voisinage de Brant-Rock, dans les essais avec ce poste.



(Extrait du *Bulletin of bureau of Standards*, avec autorisation.)

Fig. 18. — Expériences de L.-W. Austin (1910).

Les figures 17 et 18 représentent les résultats obtenus dans les séries 6 et 8 ci-dessus.

Formule d'Austin-Cohen. — *13.* En examinant les résultats des expériences, **L.-W. Austin** et **Louis Cohen** remarquèrent qu'ils pouvaient être représentés par la formule :

(220) $$I_{\rho eff} = \frac{K}{r} e^{-\frac{\alpha r}{\sqrt{\lambda}}} I_{\varepsilon eff}$$

K étant une constante caractéristique du système d'antennes et du mode d'émission et de réception;

α étant une constante caractéristique du milieu dans lequel se fait la propagation (air et sol);

r étant la distance des deux stations;

λ, la longueur d'onde émise;

$I_{\varepsilon eff}$, le courant efficace à la base de l'antenne d'émission;

$I_{\rho eff}$, le courant efficace à la base de l'antenne de réception.

La théorie de Hertz donnerait :

(221) $$I_{\rho eff} = \frac{K}{r} I_{\varepsilon eff}.$$

On voit que *l'influence du milieu où se fait la propagation et de la courbure de la terre se traduit par un amortissement supplémentaire,* qui dépend de la distance et de la longueur d'onde, et est d'autant plus petit que la longueur d'onde est plus grande.

En exprimant r et λ en kilomètres, on trouve

$$\alpha = 0,0015.$$

Si r et λ sont exprimés en centimètres,

$$\alpha = 4,7.10^{-6}.$$

Les courbes en traits pleins des figures 17 et 18 tracées d'après la formule (220) montrent que celle-ci s'accorde bien avec l'expérience.

Les courbes en pointillé correspondent à une propagation suivant la loi de Hertz ($\alpha = 0$).

Pour des communications *entre stations de bord,* **Austin** déduit de ses expériences la loi suivante :

(222) $$I_{\rho eff} = 4,25. \frac{l'_\varepsilon l'_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} e^{-0,0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$$

toutes les longueurs étant exprimées en kilomètres, et les intensités en ampères. l'_ε et l'_ρ représentent les hauteurs vraies des antennes. La résistance des antennes est 25 ohms (résistance de rayonnement comprise).

14. **Barkhausen** ([51]) montra que des hypothèses très vraisemblables sur la valeur des différents termes permettent d'identifier la formule (222) avec la formule :

$$(223) \qquad I_{\rho\text{eff}} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon\text{eff}} \frac{1}{\sqrt{+1\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}0015\frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$$

(r et λ en kilomètres dans l'exposant), qui ne diffère de la formule théorique 201 que par le facteur $e^{-0{,}0015\frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$.

b) Expériences de J.-L. Hogan ([81]).

15. En se servant d'appareils de réception plus sensibles que ceux qui avaient été utilisés par Austin dans ses expériences de 1910, J.-L. Hogan vérifia que la formule (222) est encore bonne pour des distances allant jusqu'à 4000 kilomètres. Ses expériences furent décrites dans la revue *The Electrician*, en 1913.

L'une des stations, installée à Arlington, émettait avec la longueur d'onde de 3800 mètres. La hauteur efficace de son antenne était 137 mètres.

La station correspondante était à bord du vapeur *Salem*. Elle émettait avec la longueur d'onde de 1000 mètres, et avait une antenne de 39,7 mètres de hauteur efficace.

Les mesures étaient faites par la méthode du téléphone shunté.

Les ondes émises par le *Salem* furent reçues à Arlington jusqu'à la distance de 2900 kilomètres et, la nuit, jusqu'à 3720 kilomètres.

Les ondes émises par Arlington furent reçues sur le *Salem* jusqu'aux distances de 4000 kilomètres le jour et 6400 kilomètres la nuit.

Les figures 19, 20, 21, 22 représentent les résultats des essais de jour. Les distances sont portées en abscisses. Les ordonnées représentent le coefficient d'audibilité A, défini de la manière suivante.

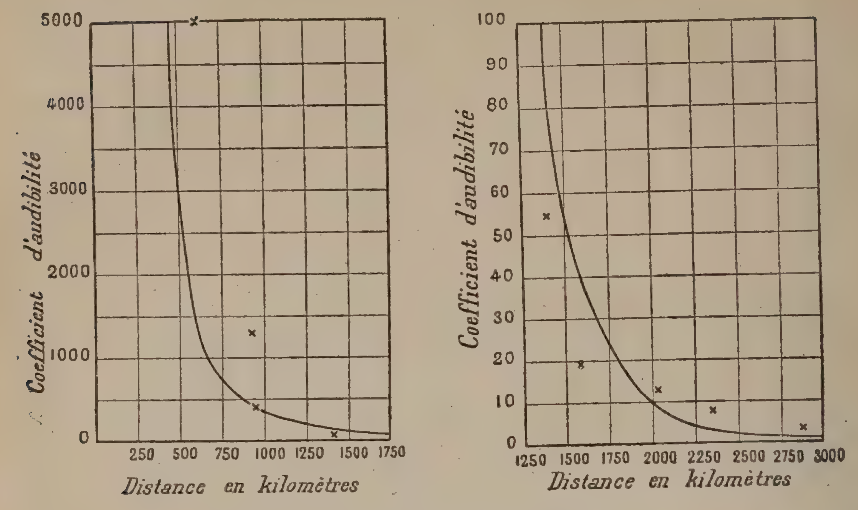
Soit R l'impédance du récepteur téléphonique (pour la fréquence d'étincelles utilisée), soit S celle du shunt. L'expression

$$(224) \qquad A = \frac{R + S}{S}$$

définit le coefficient d'audibilité A. Nous verrons plus loin, quand nous exposerons les méthodes de mesure utilisées en haute fréquence, que A est proportionnel au carré du courant dans l'antenne, et au courant dans le récepteur téléphonique.

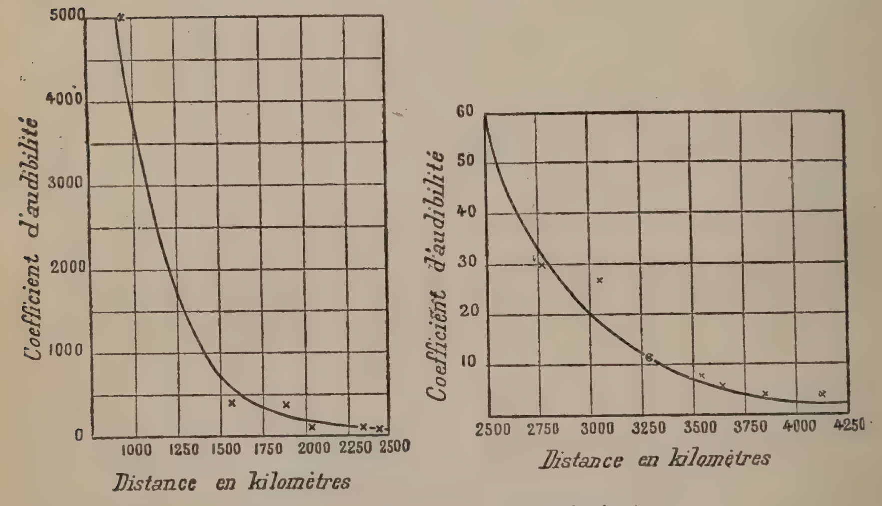
A un courant de 5.10^{-6} ampères dans l'antenne de 25 ohms de résistance (résistance de rayonnement comprise) environ, soit 625.10^{-12} watts, correspondait le coefficient d'audibilité 1.

Dans les expériences d'**Austin,** qui se servait de détecteurs et de téléphones moins sensibles, et de selfs moins bien construites, au même coefficient d'audibilité 1 correspondait une énergie 4 fois plus grande.



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 19 et 20. — Expériences de J.-L. Hogan (1913).
Signaux du *Salem*, le jour.



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 21 et 22. — Expériences de J.-L. Hogan (1913).
Signaux d'Arlington, le jour.

On doit donc obtenir :

$$A = \left(\frac{4,25\, I_{\varepsilon\text{eff}} l'_{\varepsilon} l'_{\rho}}{\lambda r} e^{-0,0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}} \right)^2 \tag{225}$$

ou, si l'on exprime, comme l'a fait J.-L. Hogan,

l'_ε et l'_ρ en pieds. 1 pied = 0,305 mètre
r en kilomètres
λ en mètres.

$$A = \left(\frac{156,8\, I_{\varepsilon\text{eff}}\, l'_\varepsilon l'_\rho}{\lambda r e^{0,047 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}} \right)^2$$

Les courbes représentées sur les figures 19 à 21 sont tirées de cette formule. On voit que l'accord avec les résultats d'expérience est excellent.

c) Expériences à grande distance de la marine américaine en 1913.

16. Dans une nouvelle série d'expériences exécutée par la marine américaine en février-mars 1913, les deux correspondants étaient le poste d'Arlington et le croiseur *Salem*. Les observations furent faites par la méthode du détecteur et du téléphone shunté jusqu'à 3 550 kilomètres, et par la méthode hétérodyne de Fessenden jusqu'à 3 800 kilomètres. La longueur d'onde était 3 800 mètres, et le courant moyen dans l'antenne d'émission d'Arlington était 100 ampères.

L'antenne du *Salem* avait une hauteur réelle de 39,6 mètres et une hauteur efficace de 34,5 mètres. Celle d'Arlington avait une hauteur réelle de 143 mètres, et une hauteur efficace de 122 mètres. L'impédance du circuit de l'antenne réceptrice était 50 ohms (inductance : 25 ohms; antenne et terre : 3 ohms; résistance due au circuit secondaire couplé : 22 ohms). Les décréments étaient $\delta_\varepsilon = 0,05$, $\delta_\rho = 0,14$. L'énergie dans l'antenne nécessaire pour donner un signal audible était $12,25 \times 10^{-10}$ watts.

Les résultats de cette nouvelle série d'essais confirment les précédents, et Austin conclut que le courant dans l'antenne de réception peut être déterminé par la formule (222) modifiée suivant les suggestions de Barkhausen, c'est-à-dire par la formule (2260).

$$(2260) \quad I_{\rho\text{eff}} = 4\pi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \, \frac{1}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \, \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon\text{eff}} \, \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} \, e^{-0,0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$$

d) Expériences sur la réception à Washington des signaux des stations allemandes de Nauen et Eilvese [110].

Conditions d'expérimentation. — *17*. Les expériences décrites ci-dessous ont été faites de 1914 à 1917, au laboratoire radiotélégraphique

de la marine américaine, au Bureau of Standards (Washington). L'antenne employée avait une hauteur efficace de 30 mètres; elle était constituée par une nappe de deux fils de 137 mètres de long, et dont les extrémités étaient à des hauteurs de 59 mètres et 17 mètres.

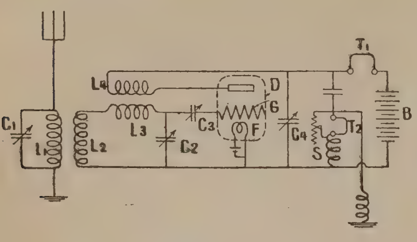


Fig. 23.

Les circuits utilisés à la réception sont montrés par la figure 23.

Le détecteur est l'audion de Forest, avec couplage supplémentaire L_3L_4 pour la production des oscillations locales. Le courant produit dans l'audion par son fonctionnement propre est instable comme dans l'arc Poulsen : cette instabilité tend à produire des oscillations dont la période est déterminée par le circuit $L_2L_3C_2$. Ces oscillations sont renforcées dans le circuit DC_4F, réagissent sur le circuit $L_2L_3C_2$ par le transformateur de couplage L_3L_4, et entretiennent les oscillations primitives, qui, d'elles-mêmes, s'amortiraient.

Dans la réception des signaux par ondes entretenues, l'audion récepteur est réglé de telle sorte que les oscillations locales soient légèrement désaccordées par rapport aux oscillations incidentes, d'où production de battements qui sont entendus dans le téléphone.

On mesure l'intensité des signaux par la méthode du téléphone shunté : un shunt non inductif s est placé aux bornes du récepteur téléphonique T_2 de l'audion, shunt dont on diminue la résistance jusqu'à ce que les signaux disparaissent. Soit I la valeur du courant dans le téléphone non shunté, I_0 le courant au moment où le son disparaît, on a :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{t+s}{s}$$

t étant la résistance du téléphone pour la fréquence des battements, et s la résistance du shunt au moment où les signaux cessent d'être entendus. Des expériences ont montré qu'avec le montage décrit ci-dessus le rapport $\frac{I}{I_0}$ est proportionnel au courant dans l'antenne de réception, au lieu d'être proportionnel au carré du courant, comme ce serait le cas avec un détecteur électrolytique à cristal ou à audion non oscillant.

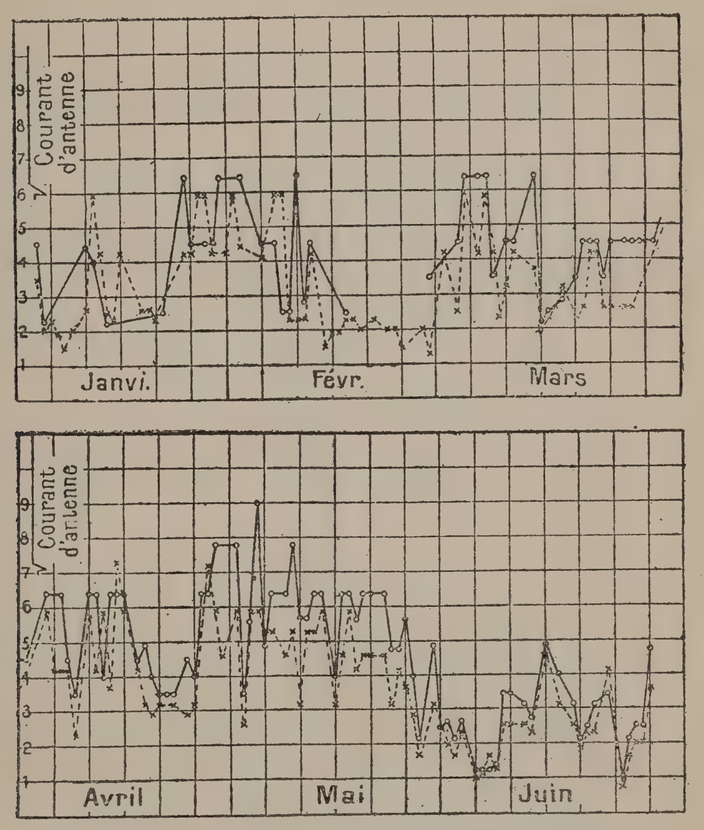
Le calibrage de l'audion était fait à chaque série d'expériences.

Les stations d'émission observées étaient les stations allemandes de Nauen et Eilvese, pour lesquelles les données étaient les suivantes.

	Courants dans l'antenne d'émission. ampères	Hauteur efficace. mètres	Distance. kilomètres	Longueur d'onde. mètres	$e^{-\frac{0{,}0015\,d}{\sqrt{\lambda}}}$
Nauen.	150*	150	6650	12500	0,058
Eilvese	140*	150	6100	9800	0,052

* Données obtenues en 1914.

Les courbes fig. 24 représentent les résultats d'observations de Nauen et Eilvese du 1er janvier au 1er juillet 1916. Le fait le plus frappant à relever sur ces courbes est les grandes variations des signaux,



(Extrait des *Annales des Postes et des Télégraphes,* avec autorisation.)

Fig. 24. — L.-W. Austin. Signaux de Eilvese et Nauen (Allemagne) reçus à Washington.

———————— Signaux de Nauen.
- - - - - - - - Signaux d'Eilvese.

le courant reçu variant de 1×10^{-7} ampère à 80×10^{-7} ampères. Ces variations ne peuvent être attribuées à des erreurs d'expérience, qui ne doivent pas dépasser 20 à 30 pour 100.

Les observations enregistrées ont été prises en général entre 9 et 11 heures du matin, heure de Washington, et représentent par conséquent les signaux transmis d'Allemagne en Amérique pendant qu'il fait jour sur tout le trajet; après le coucher du soleil en Allemagne, c'est-à-dire quand la route est en partie éclairée et en partie dans l'obscurité, l'intensité de réception est souvent beaucoup plus faible.

Très peu d'observations ont été prises pendant les heures où le trajet entier est dans l'obscurité; elles indiquent que la variation d'intensité entre le jour et la nuit n'est pas plus grande que celle qu'on observe d'un jour à l'autre.

Résultats. — *18.* La table ci-après donne les moyennes pour chaque mois, ainsi que la valeur calculée d'après la formule (2260).

On voit que l'accord entre la moyenne des résultats d'expériences et la formule expérimentale (2260) est excellent.

Le tableau fait ressortir, entre les moyennes des différents mois, des différences dont nous reparlerons au paragraphe qui traitera de la variation annuelle de l'intensité des signaux.

	de Nauen.	de Eilvese.
Janvier.	$13{,}2 \times 10^{-7}$	$19{,}5 \times 10^{-7}$
Février.	10,4	18,2
Mars,	12,6	20,8
Avril.	22,4	29
Mai.	21,6	33,8
Juin.	6,2	8,5
Moyenne générale	14,4	21,6
Calculé d'après la formule	14,3	22,2

e) Résumé. — La formule d'Austin.

19. De la très importante série d'expériences que nous venons de rapporter, il résulte que *la formule :*

$$(2261) \quad I_{\rho eff} = 120\pi \frac{1}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$$

correspond bien à la propagation de jour, à toute distance, sur mer. Toutefois, pour les très grandes distances, de l'ordre de 6000 kilomètres, l'intensité à la réception est variable, et la formule ne donne plus que l'intensité moyenne, les expériences étant supposées réparties sur une très longue période.

Les longueurs d'onde employées dans les expériences ont varié de quelques centaines de mètres à 20 000 mètres environ.

Dans la formule donnée par Austin sous la forme (2261), les lettres ont les significations suivantes :

$I_{\varepsilon eff}$, $I_{\rho eff}$ courants efficaces à la base des antennes d'émission et de réception, en ampères;

l_ε, l_ρ hauteurs efficaces des antennes d'émission et de réception, en kilomètres;

δ_ε décrément d'amortissement des ondes émises;

δ_ρ décrément d'amortissement des oscillations propres de l'antenne de réception (détecteur compris);

R_ρ résistance de l'antenne de réception (détecteur compris), en ohms;

$S_\rho\omega^2$ radiance de l'antenne de réception en ohms;

λ longueur d'onde des oscillations, en kilomètres;

r distance des deux stations d'émission et de réception, en kilomètres.

La formule d'Austin ne diffère que par le terme exponentiel de la suivante, qu'on obtient théoriquement en supposant la terre plane, parfaitement conductrice, et l'atmosphère parfaitement diélectrique :

$$\text{(22620)} \qquad I'_{\rho eff} = \frac{120\pi}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}.$$

20. Les deux expressions (2261) et (22620) ont le défaut de n'être pas homogènes. Cela vient de ce qu'un facteur des dimensions d'une vitesse est masqué dans le deuxième membre, et qu'on emploie d'ailleurs des unités non cohérentes (ampères pour les intensités, ohms pour les résistances, kilomètres pour les longueurs). L'équation (22620) s'écrit en réalité, si l'on emploie des unités cohérentes :

$$\text{(22621)} \qquad I'_{\rho eff} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}},$$

où μ et ε sont la perméabilité magnétique et la constante diélectrique de l'atmosphère.

La formule (2261) a de plus, au point de vue théorique, l'inconvénient que l'exposant de e est de la forme $\frac{r}{\sqrt{\lambda}}$, et que, par conséquent, le coefficient de cet exposant, égal à 0,0015 quand les longueurs sont exprimées en kilomètres, change en même temps que les unités employées. Il est d'ailleurs facile de ramener cet exposant à la dimension zéro en multipliant λ, sous le signe $\sqrt{\ }$, par une longueur constante, pour laquelle il est naturel de choisir le rayon a de la terre, puisque le rapport $\frac{a}{\lambda}$ s'introduit, comme il est facile de le prévoir *a priori* et comme nous le verrons plus loin, dans les formules calculées théoriquement (H. Poincaré, J.-W. Nicholson, H.-M. Macdonald, W. von Rybczynski). L'exposant s'écrira alors :

$$\text{(22630)} \qquad K\frac{r}{\sqrt{a\lambda}} = K\sqrt{\frac{a}{\lambda}}\,\theta,$$

θ étant l'angle que font les deux droites qui joignent le centre de la terre aux postes d'émission et de réception. K est déterminé par l'expression :

$$\text{(22631)} \qquad K\frac{r}{\sqrt{a\lambda}} = 0{,}0015\frac{r}{\sqrt{\lambda}}$$

(les longueurs étant exprimées en kilomètres), ou, puisque :

$$a = 6960 \text{ km.}$$
$$K = 0{,}038.$$

En tenant compte de cet ensemble de considérations, les formules (2261) et (22620) s'écrivent :

$$\text{(22640)} \qquad I_{\rho\text{eff}} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon\text{eff}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}038\frac{r}{\sqrt{a\lambda}}},$$

$$\text{(22641)} \qquad I'_{\rho\text{eff}} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon\text{eff}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}.$$

ou encore :

$$\text{(22650)} \qquad I_{\rho\text{eff}} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon\text{eff}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}038\sqrt{\frac{a}{\lambda}}\,\theta}$$

$$\text{(22651)} \qquad I_{\rho\text{eff}} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon\text{eff}}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}$$

Les formules sont maintenant écrites en unités cohérentes et, par conséquent, ne changent pas quand on passe d'un système cohérent d'unités à un autre système cohérent quelconque.

21. Si l'on définit le *rendement radiotélégraphique* par le rapport de la puissance moyenne $W_{\rho u}$ utilisable à la réception :

$$W_{\rho u} = R_{\rho u} I^2_{\rho eff},$$

($R_{\rho u}$ étant la résistance équivalente au détecteur), à la puissance moyenne W_ε fournie à l'antenne d'émission

$$W_\varepsilon = (R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2) I^2_{\varepsilon eff},$$

on a, comme expressions du rendement dans les deux cas envisagés :

(22660) $$\eta = \frac{R_{\rho u}}{R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2} \cdot 16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon} l_\varepsilon^2 \frac{l_\rho^2}{(R_\rho + S_\rho \omega^2)^2} \frac{1}{\lambda^2 r^2} \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} e^{-2 \times 0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}},$$

(22661) $$\eta' = \frac{R_{\rho u}}{R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2} \cdot 16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon} l_\varepsilon^2 \frac{l_\rho^2}{(R_\rho + S_\rho \omega^2)^2} \frac{1}{\lambda^2 r^2} \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}.$$

II. — Expériences de L.-F. Fuller.

22. **L.-F. Fuller** a fait en 1914 une série d'expériences à grande distance, au moyen d'ondes entretenues, dans le but de déterminer l'influence de la longueur d'onde sur la propagation des ondes.

La station d'émission était située à Honolulu. Son antenne était portée par trois pylônes en bois, deux de 134 mètres de hauteur, et le troisième de 185 mètres de hauteur. La hauteur efficace était 120 mètres. Les oscillations étaient produites au moyen d'un arc Poulsen Federal de 100 kilowatts. La puissance utilisée était généralement comprise entre 40 et 50 kilowatts.

La station de réception était située à San-Francisco. Son antenne était portée par trois pylônes en bois, deux de 134 mètres de hauteur, et le troisième de 185 mètres de hauteur. La hauteur efficace était 116 mètres.

La distance des deux stations était 3 880 kilomètres. La transmission avait lieu sur mer, sauf sur une longueur de 16 kilomètres de collines de 400 mètres de hauteur avant d'atteindre San-Francisco.

La longueur d'onde utilisée varia de 3 000 à 11 800 mètres.

Méthodes de mesure. — *23.* Le courant dans l'antenne d'émission

était mesuré au moyen d'un ampèremètre thermique étalonné au moyen d'un appareil Hartmann et Braun.

L'énergie reçue était déterminée par la méthode du téléphone shunté. Pour déterminer l'énergie correspondant à une valeur donnée du coefficient d'audibilité A, on utilisait une station voisine comme transmettrice, en mettant dans l'antenne réceptrice un thermocouple et un galvanomètre. Les mesures de résistance de l'antenne réceptrice étaient d'ailleurs faites pour les longueurs comprises entre 3000 et 10000 mètres. On pouvait ainsi calculer l'énergie reçue. En utilisant un tikker rotatif comme détecteur, et des récepteurs téléphoniques sensibles, on avait

$$W = 3{,}2.10^{-12}A.$$

W est l'énergie reçue en watts.

Résultats. — *24*. Les résultats obtenus sont représentés par les courbes ci-contre.

Dans les figures 25 et 26 qui représentent les conditions normales de jour, l'énergie reçue est proportionnelle à la longueur d'onde.

Les figures 27 et 28 montrent un maximum pour la longueur d'onde de 7000 mètres, et un deuxième maximum pour la longueur d'onde de 10000 mètres.

La figure 28 indique un maximum pour 7000 mètres, un minimum entre 8000 et 9000 mètres.

La courbe 29 donne un maximum pour 8000 mètres, suivi d'un minimum compris entre 8000 et 9000.

Les courbes fig. 27 à 31 sont semblables et appartiennent à un type intermédiaire entre le régime de jour normal et le régime de nuit que nous discuterons plus loin.

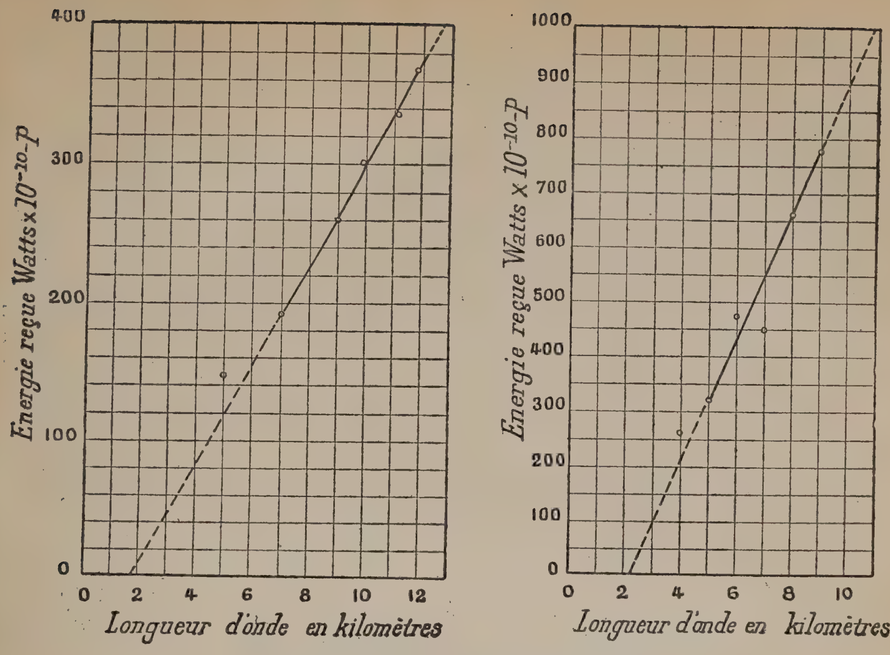
Elles représentent des régimes instables de jour : interférences sur certaines ondes, intensités accrues sur d'autres.

Les résultats des expériences, pour les conditions normales de jour, peuvent être représentées par la formule empirique :

$$\text{(227)} \qquad I_\rho = \frac{120\pi\, l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r(R_\rho + S_\rho \omega^2)} I_\varepsilon \sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}}\, e^{-0{,}0045\frac{d}{\lambda^{\sqrt{2}}}}$$

les courants étant exprimés en ampères, les longueurs en kilomètres, les résistances en ohms.

Cette formule est tout à fait d'accord avec la formule théorique, abstraction faite du facteur exponentiel et du facteur $\sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}}$, introduit pour représenter l'effet de la courbure de la terre. Elle diffère de la valeur obtenue par Austin en ce que la constante numérique n'est pas la même, et que $\sqrt{\lambda}$ est remplacé par $\lambda^{\sqrt{2}}$.



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 25. — Expériences de L.-F. Fuller (1914). Signaux d'Honolulu reçus à San Francisco, 25 janvier 1914, 13 h. 05 à 14 h. 55 (heure de San Francisco). $I_\varepsilon = 35$ ampères.

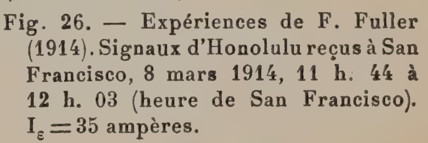
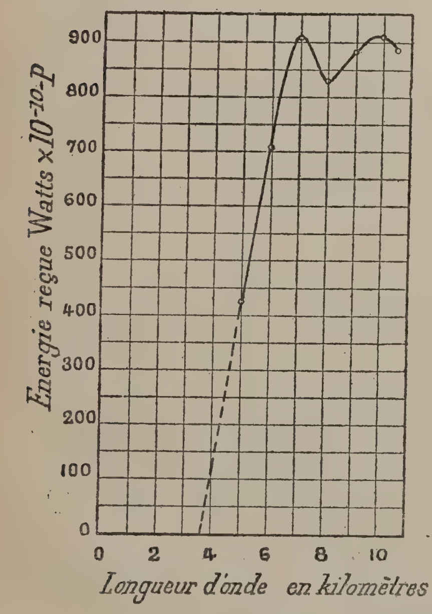
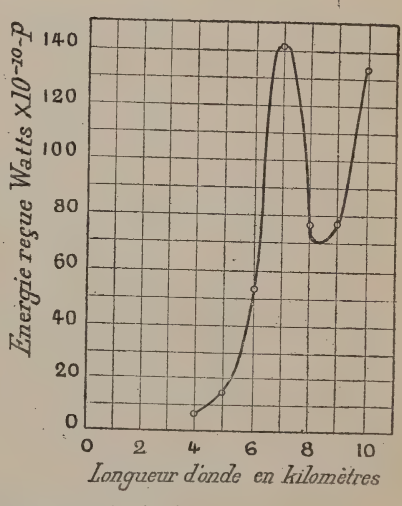


Fig. 26. — Expériences de F. Fuller (1914). Signaux d'Honolulu reçus à San Francisco, 8 mars 1914, 11 h. 44 à 12 h. 03 (heure de San Francisco). $I_\varepsilon = 35$ ampères.

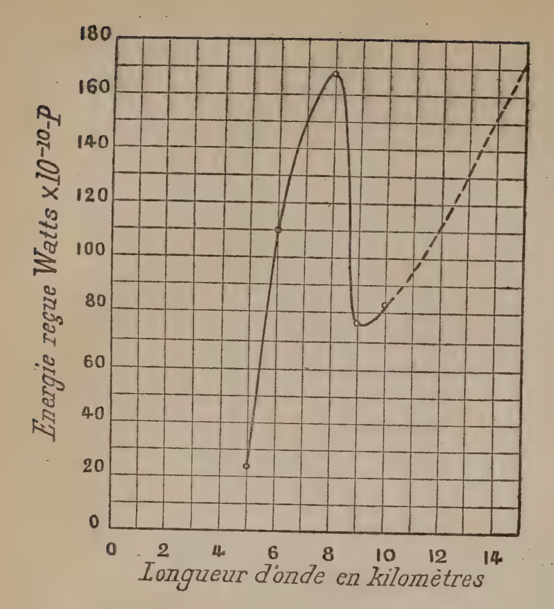


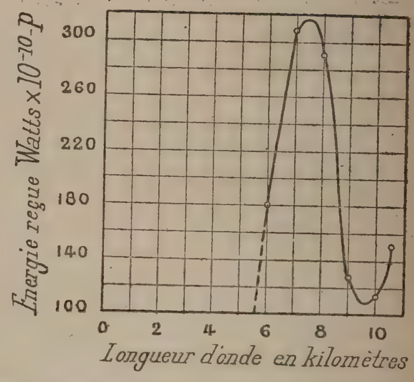


(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 27. — Expériences de L. Fuller (1914). Signaux de Honolulu reçus à San Francisco, 8 mars 1914, 15 h. 08 à 15 h. 54 (heure de San Francisco). $I_\varepsilon = 35$ ampères.

Fig. 28. — Expériences de L.-F. Fuller. (1914). Signaux de Honolulu reçus à San Francisco, 8 mars 1914, 15 h. 08 à 15 h. 54 (heure de San Francisco). $I_\varepsilon = 35$ ampères.





(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 29. — Expériences de L.-F. Fuller (1914). Signaux de Honolulu reçus à San Francisco, 24 mai 1914, 10 h. 25 à 11 h. 25 (heure de San Francisco). $I_\varepsilon = 35$ ampères.

Fig. 30. — Expériences de L.-F. Fuller (1914). Signaux de Honolulu reçus à San-Francisco, 22 juin 1914, 10 h. 30 à 11 h. 15 (heure de San Francisco). $I_\varepsilon = 35$ ampères.

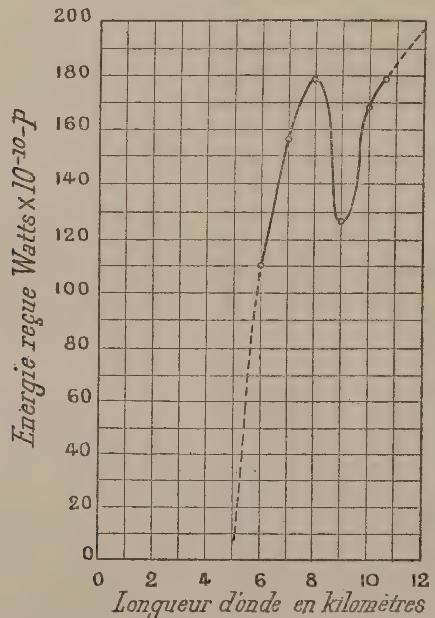


Fig. 31. — Expériences de L.-F. Fuller (1914). Signaux de Honolulu reçus à San Francisco, 24 mai 1914, 10 h. 25 à 11 h. 25 (heure de San Francisco). $I_\varepsilon = 35$ ampères.

III. — Expériences de G. Vallauri [133].

25. En août 1919, l'« Istituto Elettrotecnico e Radiotelegrafico della R. marina », à Livourne, en Italie, profita d'une série de transmissions d'expériences faites pendant toute une journée, par la station américaine d'Annapolis, pour mesurer, sous la direction de G. Vallauri, l'intensité du champ électromagnétique à l'arrivée.

Conditions d'expérimentation. — *26.* Les mesures se firent par une méthode de substitution que nous allons d'abord décrire rapide-

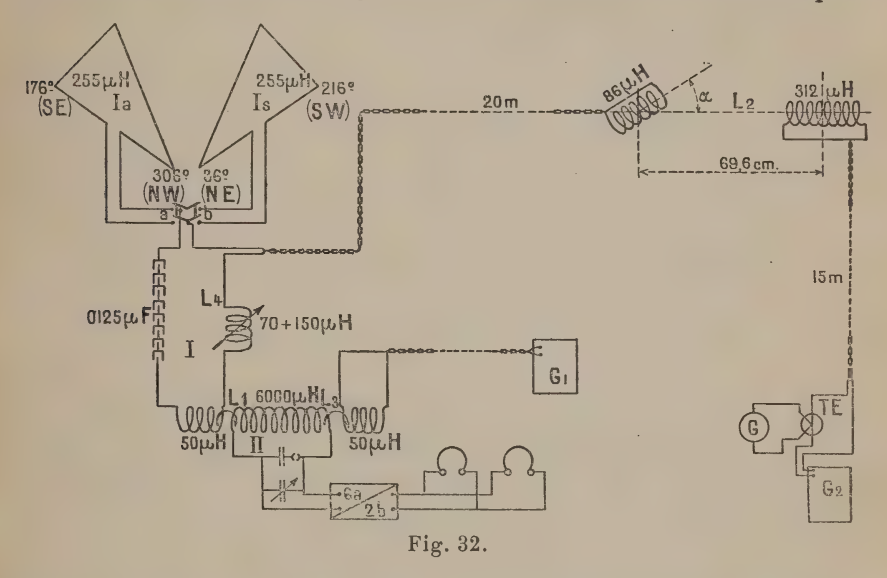


Fig. 32.

ment, réservant pour le volume qui traitera des oscillations de haute fréquence, l'exposé plus détaillé et la discussion des procédés employés par les différents auteurs.

Le dispositif d'antennes de l'Institut radiotélégraphique de Livourne se compose de deux cadres identiques bifilaires en forme de triangle, de 1404 mètres carrés de surface, et orientés respectivement dans les directions 36°-216° (NE-SW) et 126°-306° (NW-SE) par rapport à la direction du nord.

Le premier de ces cadres est à 7° près dans la direction d'Annapolis (l'azimut d'Annapolis par rapport à Livourne est 298° 47′). Il est donc presque parfaitement orienté pour la réception des

signaux de cette station, tandis que le cadre Nord-Est est disposé dans d'assez bonnes conditions pour n'être pas troublé par eux.

La réception se fait, par la méthode des battements, au moyen d'un amplificateur à huit lampes, placé dans un circuit secondaire lié à l'antenne par un radiotransformateur.

La mesure consiste à recevoir dans les téléphones mis aux bornes de l'amplificateur, d'une part les signaux à mesurer, recueillis par le cadre Nord-Ouest, d'autre part des signaux de

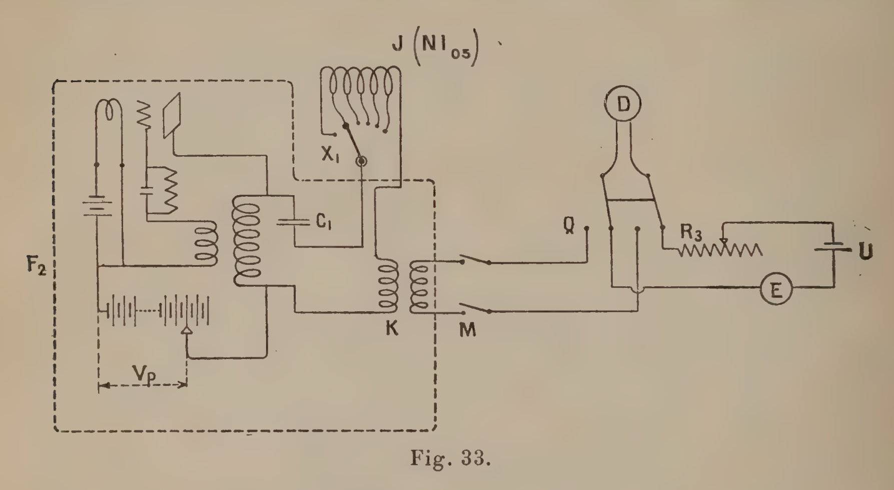


Fig. 33.

comparaison, induits dans le cadre Nord-Est, qui ne diffère du premier que par l'orientation, par une source locale. Ces signaux de comparaison, de fréquence et d'intensité mesurables et réglables, sont ensuite rendus identiques à ceux qu'il s'agit de mesurer.

La figure 32 représente le montage employé, et indique les constantes des divers appareils. Un inverseur bipolaire *ab* permet de réunir l'un ou l'autre des deux cadres au circuit I, qui contient un condensateur, une self réglable, les primaires de deux radiotransformateurs L_2, L_1, dont le premier est relié à une source locale G_2 tandis que le deuxième sert à la liaison des circuits I et II. Le circuit II comprend des condensateurs, l'amplificateur et les téléphones. La réception se fait par battements, au moyen d'une source locale à lampe thermionique G_1, qui agit sur le secondaire par la bobine de couplage L_3. Une deuxième source locale à lampe thermionique G_2 fournit les signaux de comparaison; elle induit le cadre Nord-Est, quand l'inverseur est dans la

position *b*, par l'intermédiaire du radiotransformateur L_2; l'intensité des signaux est d'ailleurs mesurée au moyen d'un couple thermoélectrique TE et d'un galvanomètre G, préalablement étalonnés; le coefficient d'induction mutuelle L_2 du radiotransformateur est donné par la formule :

$$L_2 = 0{,}049 \cos \alpha \qquad \text{(microhenrys).}$$

On procède de la façon suivante : l'inverseur étant en *a*, on met en marche le générateur G_1 et on règle L_4, L_2, L_3, ainsi que la

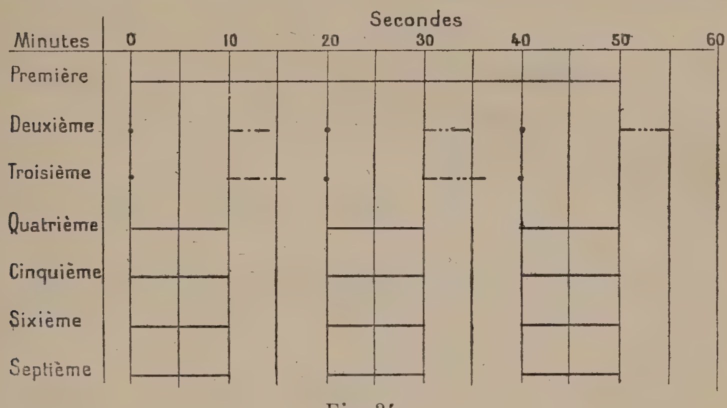


Fig. 34.

longueur d'onde λ_1 de G_1, de façon à recevoir convenablement les signaux à mesurer, puis, sans rien toucher d'ailleurs, on passe à la position *b*, et l'on amorce le générateur G_2. On fait d'abord en sorte d'avoir à peu près la même intensité qu'en *a*, puis on affine le réglage de la longueur d'onde λ_2 de G_2, de façon à obtenir la même hauteur de note musicale dans les deux positions. On fait ensuite varier l'angle α, et par conséquent l'intensité des signaux, λ_2 étant maintenant invariable, jusqu'à ce qu'il n'y ait aucune différence entre les réceptions des deux cadres, dans les deux positions *a* et *b*. On fait quatre lectures de α, deux par intensité croissante (moyenne α_1) et deux par intensité décroissante (moyenne α_2).

On a, si L'_2 et L''_2 sont les deux valeurs de L_2 qui correspondent à α_1 et α_2 :

$$L'_2 = 0{,}049 \cos \alpha_1, \qquad L''_2 = 0{,}049 \cos \alpha_2 \qquad \text{(microhenrys).}$$

Soit L le coefficient d'induction mutuelle total du circuit inducteur G_2 par rapport au circuit I, dans la position *b* de l'inverseur ; on a :

$$L = L'_2 + L_0 = -(L''_2 + L_0),$$

L_0 représentant l'action, sur le circuit primaire, des parties du circuit secondaire extérieures au radiotransformateur. On en déduit :

$$L = \frac{L'_2 - L''_2}{2} = \frac{0{,}049}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

L'intensité I_{eff} dans le circuit G_2 étant connue, on en déduit la force électromotrice en volts dans le cadre :

$$U_{eff} = \omega L I_{eff} = 2{,}67.10^{-3}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) \qquad \text{(volts)}$$

λ et ω ayant les valeurs suivantes :

$$\lambda = 17\,300 \text{ mètres} \qquad \omega = 10\,900.$$

La valeur du champ magnétique est ensuite :

$$M_{eff} = \frac{U_{eff}.10^8}{\omega S \cos\beta} = 6{,}58.10^5.U_{eff} \quad \text{(unités électromagnétiques C.G.S.)}$$

où β est l'angle des deux directions d'Annapolis et du cadre Nord-Ouest.

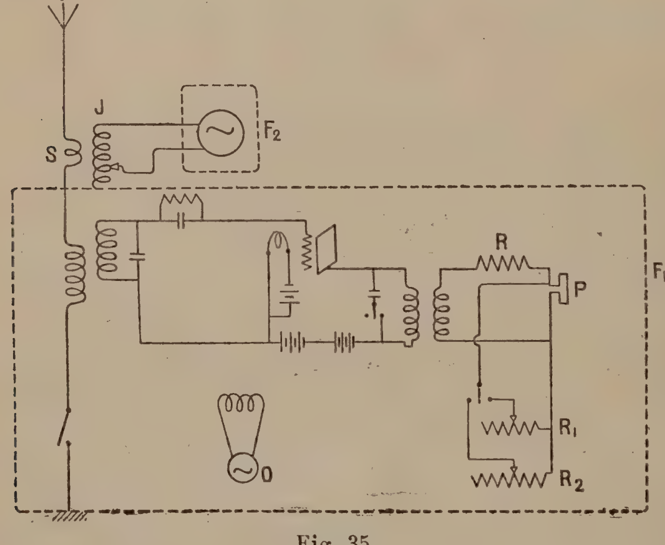


Fig. 35.

On a, enfin, pour le champ électrique :

$$E_{eff} = \Omega M_{eff} = 3.10^{10} M_{eff} \quad \text{(unités électromagnétiques C.G.S.)}$$

$$= 3.10^7.M_{eff} = 1{,}97.10^8.U_{eff} \qquad \left(\frac{\text{volts}}{\text{kilomètre}}\right)$$

OBSERVATIONS	GROUPES	JOUR	HEURE Greenwich	α_1	α_2	$\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2$	i Galva-nomètre	I_{eff} milli-ampères	U_{eff} microvolts		M_{eff} cgs	E_{eff} volts kilomètres	$l_\varepsilon . I_{\varepsilon eff}$ AMPÈRES × KILOMÈTRES Austin	Fuller	NATURE DES SIGNAUX
1	1	6 août 1919	14 h. 6 m.	71°0	94°	0,3954	26,0	78,7	83	77	$5,0.10^{-9}$	0,151	530	75	Trait continu
2			9	73°5	93°5	0,3450	27,2	80,3	74						»
3			12	71°0	91°5	0,3518	26,5	79,4	75						»
4	2	»	21 h. 38 m.	70°5	93°0	0,3861	14,0	60,0	62	53	$3,5.10^{-9}$	0,104	360	52	»
5			42	69°0	88°0	0,3235	13,0	58,2	50						»
6			47	70°0	88°0	0,3071	12,5	57,2	47						»
7			51	69°0	88°0	0,3235	14,	60,0	52						»
8			57	69°0	90°0	0,3584	12,5	57,2	55						»
9	3	7 août 1919	5 h. 50 m.	74°5	84°0	0,1627	18,0	67,0	29	34	$2,2.10^{-9}$	0,067	230	33	Points et traits
10			59	91°0	105°5	0,2497	13,0	58,2	39						»
11			6 h. 3 m.	94°0	106°0	0,2058	16,0	63,6	35						»
12			6	94°0	104°0	0,1721	16,0	63,6	29						»
13			8	96°5	107°0	0,1792	17,5	66,2	32						Trait continu
14			11	96°0	107°0	0,2401	16,9	65,0	42						»
15	4	»	7 h. 24 m.	94°0	102°0	0,1381	17,5	66,2	24	25	$1,6.10^{-9}$	0,049	170	24	»
16			26	95°5	101°5	0,1036	17,8	66,6	18						»
17			28	93°0	105°5	0,2149	12,3	56,8	33						»
18			30	93°5	102°0	0,1469	15,	61,8	24						»
19	5	»	9 h. 8 m.	91°5	101°0	0,1646	25,0	77,5	34	36	$2,4.10^{-9}$	0,071	250	35	»
20			10	73°2	86°5	0,2280	18,8	68,4	42						»
21			13	74°0	84°0	0,1711	21,0	71,9	33						»
22			16	74°0	84°0	0,1711	22,0	73,4	34						»
23	6	»	11 h. 50 m.	72°5	89°5	0,2920	13,0	58,2	46	42	$2,7.10^{-9}$	0,082	280	41	»
24			53	73°5	87°7	0,2439	12,0	56,3	37						»
25			57	73°2	88°0	0,2551	13,7	59,5	41						»
26			12 h. 1 m.	88°5	104°0	0,2681	13,8	59,7	43						»
27			4	73°5	89°2	0,2700	14,1	60,2	43						»
28	7	»	16 h. 23 m.	73°7	85°5	0,2021	17,6	66,3	36	39	$2,5.10^{-9}$	0,076	260	38	»
29			26	72°5	85°0	0,2135	16,1	63,7	36						»
30			38	71°7	85°0	0,2791	11,3	54,8	41						»
31			32	71°0	88°0	0,2907	12,7	57,5	45						»

Ω étant la vitesse de la lumière.

Résultats. — *27.* Les résultats de toutes les observations, auxquelles ont participé d'ailleurs plusieurs observateurs, et les calculs numériques, sont rassemblés dans le tableau page 51, qui, ainsi, non seulement permet des conclusions d'ensemble, mais donne également le moyen de se faire une idée de l'approximation obtenue et de l'importance des erreurs accidentelles.

Comparaison avec les déductions des formules d'Austin. — Conclusions. — *28.* Les résultats obtenus fournissent les éléments d'une vérification quantitative des formules empiriques relatives à la propagation des ondes à grande distance.

G. Vallauri examine à ce point de vue l'expression suivante :

$$I_{\rho eff} = \frac{120\pi}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda_s} \cdot I_{\varepsilon eff} \sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}}\, e^{-0{,}0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$$

qui est celle d'Austin prise dans le cas des amortissements nuls, et modifiée par l'introduction du facteur $\sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}}$, introduit pour représenter l'effet de la courbure de la terre, et l'expression :

$$I_{\rho eff} = \frac{120\pi}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{\lambda r}{l_\varepsilon l_\rho} I_{\varepsilon eff} \sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}}\, e^{-0{,}0045 \frac{r}{\lambda^{\sqrt{2}}}}$$

qui est celle de L.-F. Fuller.

Dans ces formules, les intensités des courants sont exprimées en ampères, les résistances en ohms, les longueurs en kilomètres.

On a, dans le cas présent :

$$r = 6917 \text{ km.}, \qquad \theta = 62^\circ 18',5, \qquad \lambda = 17{,}3 \text{ km.}$$

On a d'ailleurs :

$$E_{eff} = \frac{(R_\rho + S_\rho \omega^2)\, I_{\rho eff}}{l_\rho} \quad \frac{\text{volts}}{\text{kilomètres}}$$

d'où, suivant qu'on prend les formules d'Austin ou de Fuller :

$$l_\varepsilon I_{\varepsilon eff} = \frac{\lambda r}{377} E_{eff} \sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}}\, e^{0{,}0015 \frac{d}{\sqrt{\lambda}}} = 3500\ E_{eff} \quad \text{ampères} \times \text{kilomètres}$$

$$l_\varepsilon I_{\varepsilon eff} = \frac{\lambda r}{377} E_{eff} \sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}}\, e^{0{,}0045 \frac{d}{\lambda^{\sqrt{2}}}} = 500\ E_{eff} \quad \text{environ.}$$

On trouvera, dans le tableau ci-dessus, les valeurs de $l_\varepsilon I_{\varepsilon eff}$ calculées par les formules précédentes; elles sont, en moyenne, 300 ampères-kilomètres pour la formule d'Austin, et 40 ampères-kilomètres pour la formule de Fuller.

Il résulte, d'ailleurs, d'une communication de L.-W. Austin qu'on a, normalement, à Annapolis :

$$l_\varepsilon = 0{,}107$$
$$I_{\varepsilon eff} = 280$$

d'où :

$$l_\varepsilon I_{\varepsilon eff} = 30 \text{ ampères} \times \text{ kilomètres environ.}$$

La comparaison de ces chiffres et de ceux du tableau ci-dessus montre que la formule d'Austin donne, dans l'expérience faite, pour le champ magnétique, à Livourne, des émissions de la station d'Annapolis, des chiffres environ 10 fois trop petits, tandis que celle de Fuller aboutit à des résultats beaucoup plus satisfaisants.

IV. — Explorations Hertziennes de la Marine Française (H. de Bellescize, Guierre [134, 129 bis]).

Programme de la mission.

29. Je donne enfin ci-dessous les résultats d'une importante mission radiotélégraphique faite, sur l'ordre du ministère de la Marine française, en 1919-1920, par le sloop *Aldébaran*, dans le but de recevoir et de mesurer, entre Toulon et Tahiti, des émissions spéciales faites par les stations de Lyon et Nantes.

Le programme de la mission comportait :

1° La réception dans l'océan Indien, en vue de l'établissement des lois de la propagation sur un parcours presque entièrement continental;

2° La réception aux portées de 7000 à 10000 kilomètres.

3° La comparaison des portées de jour et de nuit;

4° La réception dans la région de Nouméa et des antipodes;

5° L'étude du rayonnement à Tahiti (propagation des ondes sur un parcours presque entièrement marin).

L'itinéraire du sloop *Aldébaran*, pendant cette campagne de six mois, a été le suivant :

Toulon, Port-Saïd, Djibouti, Mahé des Seychelles, Diégo-

Suarez, Saint-Denis de la Réunion, Mahé des Seychelles, Colombo, Singapour, Batavia, Freemantle (Australie Occidentale), Melbourne, Auckland, Antipodes, Bluffharbour (Nouvelle-Zélande du Sud), Auckland, Nouméa, Iles Loyalty, Iles Fidji, Iles Samoa, Tahiti.

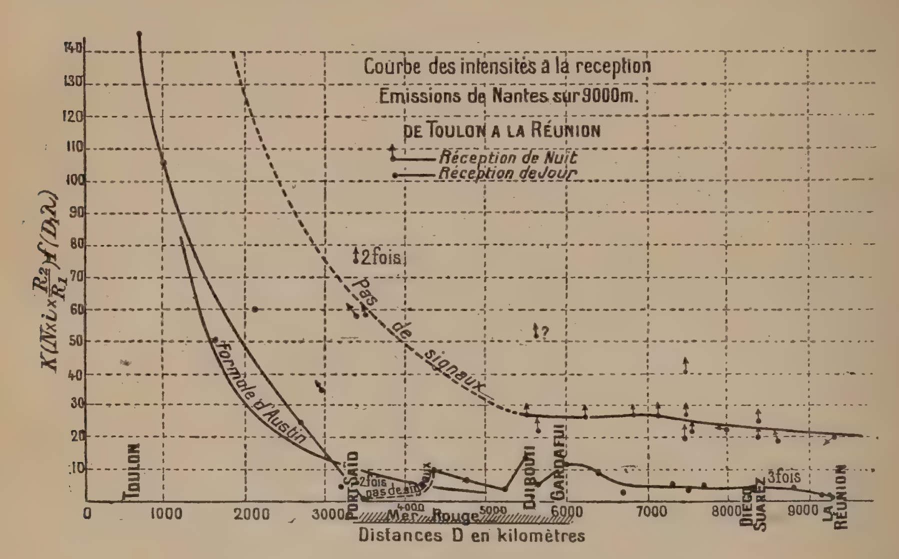
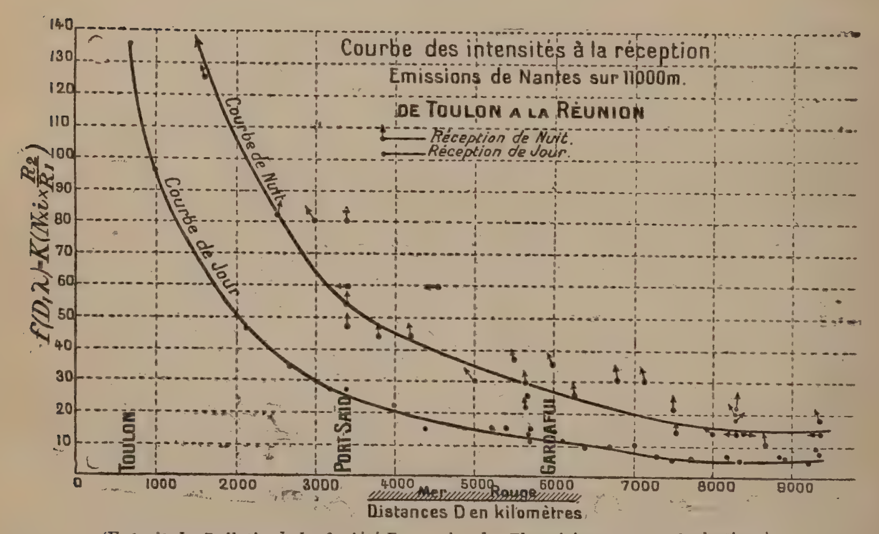


Fig. 36.



(Extrait du *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, avec autorisation.)

Fig. 37.

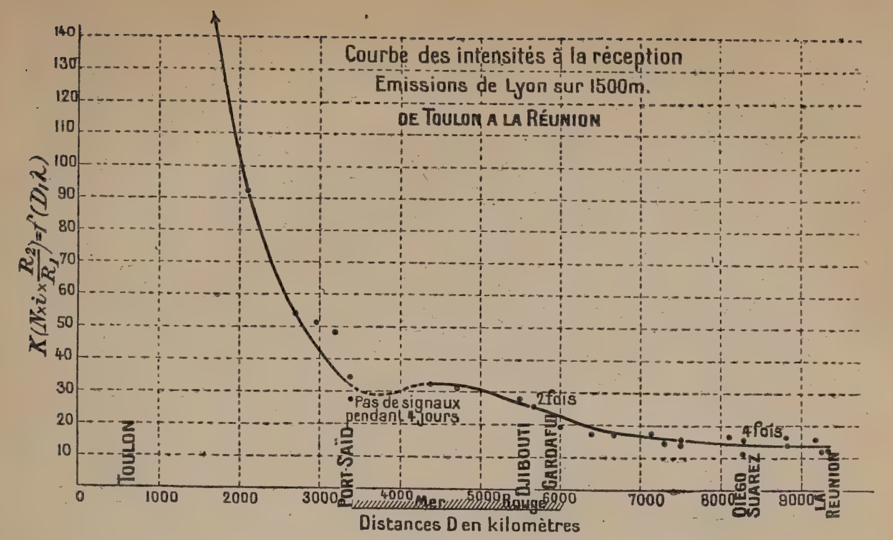


Fig. 38.

Courbes des émissions de Nantes sur 9000m.

Facteurs d'absorption (ramenés à 1000 km) en fonction de la distance

Courbe moyenne nocturne

Courbe d'Austin

Courbe d'Aldebaran

Emissions diurnes

2fois

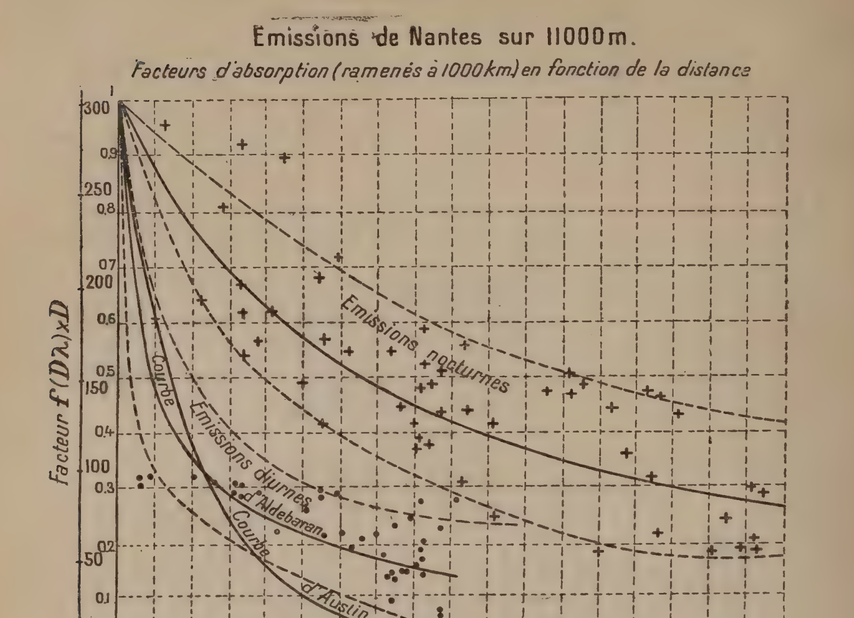
Suez

Facteurs d'absorption $f(D\lambda) \times D$

Distances D en kilomètres

(Extrait du *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, avec autorisation.)

Fig. 39.



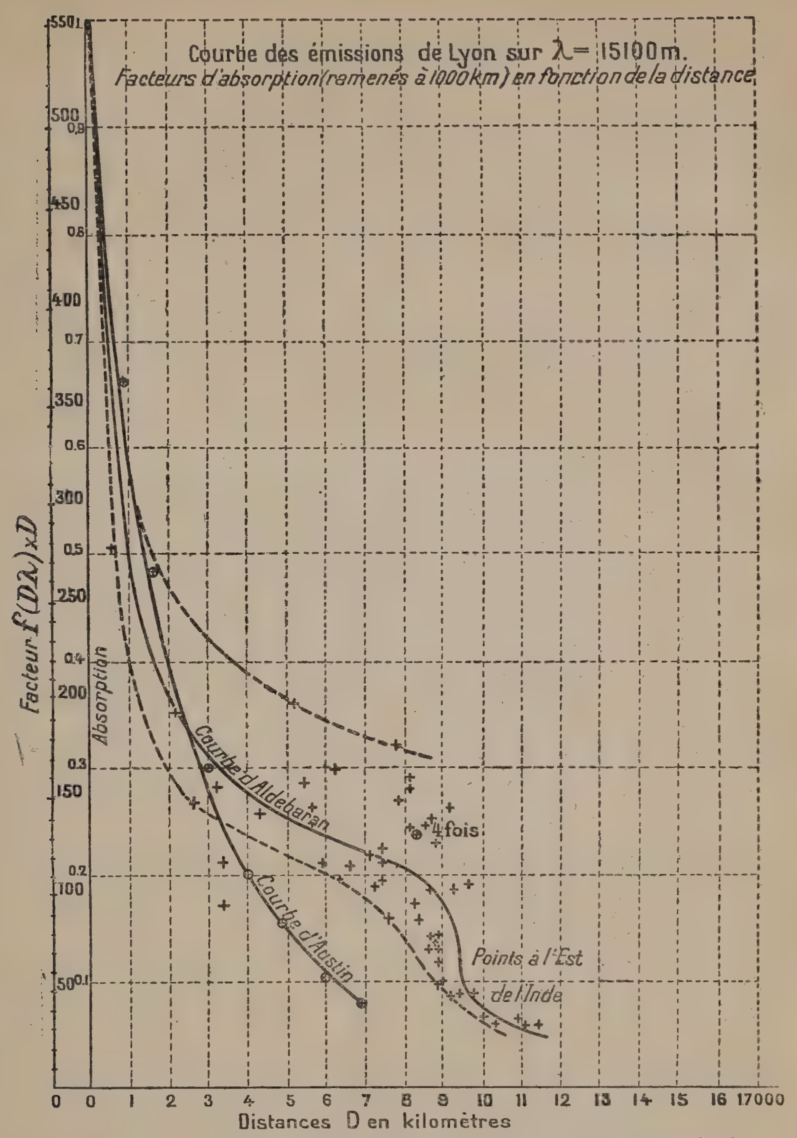
(Extrait du *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, avec autorisation.)

Fig. 40.

Caractéristiques des postes d'émission et programme des émissions.

Poste de Lyon. — *30*. L'antenne est constituée par une nappe de 160 mètres de largeur, de 20 fils de 840 mètres de longueur, et supportée par huit pylônes de 180 mètres de hauteur. La longueur d'onde était 15 000 mètres, l'intensité à la base de l'antenne 180 ampères. Les signaux étaient émis tous les jours à 8 h. 45 (Greenwich).

Poste de Nantes. — *31*. L'antenne est en forme de T. La nappe supérieure, de 500 mètres de longueur et 200 mètres de largeur, est constituée de 10 fils. Elle est supportée par six pylônes de 180 mètres de hauteur. L'intensité à la base de l'antenne était 200 ampères. Les émissions étaient faites à 8 h. 23 m. et 20 h. 23 m. sur la longueur d'onde de 9 000 mètres, à 10 h. 23 et 20 h. 53 sur la longueur d'onde de 11 000 mètres.



(Extrait du *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, avec autorisation.)

Fig. 41.

Caractéristiques du poste de réception.

32. L'antenne de l'*Aldébaran* était formée de deux prismes de 0,93 mètre de diamètre, à 6 fils, de 37 mètres de longueur, et portés à 23 mètres au-dessus du pont. La descente était constituée par deux petits prismes.

Méthode de mesure.

33. « Le principe de la méthode réside dans la comparaison de l'intensité à mesurer avec celle induite dans le même récepteur par un émetteur auxiliaire étalonné. Si l'on peut, d'une part, évaluer le rapport existant entre le courant à l'étude et celui induit par l'étalon fonctionnant dans des conditions connues, et, d'autre part, porter la puissance de l'étalon à une valeur connue par rapport à la précédente et telle que la nouvelle intensité induite dans le récepteur soit susceptible d'une mesure directe, on sera à même de résoudre les divers problèmes suscités par la pratique... »

Etablissement, maniement et étalonnage de l'émetteur auxiliaire. — 34. L'émetteur auxiliaire doit être tel que son effet inductif varie, par étapes connues et suffisamment progressives, entre des limites assez larges. Il peut être constitué par un petit poste générateur à lampes d'un modèle courant, enfermé dans une cage de Faraday F_2; il actionne le récepteur au moyen d'une bobine de self-induction J extérieure à la cage et placée d'une façon invariable par rapport à la bobine correspondante S du récepteur. L'effet inductif W se règle à volonté en faisant varier, soit l'intensité oscillante I_{os} dans le circuit C_1J de l'émetteur, soit le nombre de spires N de la self-induction J (fig. 33).

La modification du courant excitateur I_{os} s'obtient par variation de la tension V_p de la source de plaque; dans la pratique, I_{os} et V_p sont sensiblement proportionnels. On trace la courbe $I_{os} = f(V_p)$ au moyen d'un thermo-élément D qu'on peut étalonner en courant continu au moyen d'une pile U, d'un galvanomètre E et d'une résistance réglable R_3.

L'excitation auxiliaire W dans le récepteur est proportionnelle à I_{os}. On s'arrange de façon qu'elle soit proportionnelle également à N, en construisant convenablement la bobine J et s'arrangeant de façon que le couplage électrostatique entre J et S soit négligeable par rapport au couplage électromagnétique. On vérifie d'ailleurs expérimentalement qu'il en est bien ainsi.

Toutes ces précautions étant prises, l'excitation auxiliaire W sera proportionnelle au produit NI_{os} que l'on peut modifier d'une façon progressive dans un rapport convenable, par exemple de 1 à 100; on suppléera, s'il y a lieu, au manque de continuité et

d'étendue de cette échelle, en ajustant les shunts du téléphone, ainsi qu'il sera expliqué ci-après.

Comparaison de l'intensité induite par l'émission d'une station avec celle induite par l'étalon; mesure de l'intensité d'un signal dans l'antenne réceptrice. — *35.* On n'envisage ici que le cas des ondes entretenues, les seules dont la forme puisse être exactement reproduite par un émetteur auxiliaire. La méthode employée consiste à amener l'égalisation de deux sons alternant sans interruption suivant une cadence régulière; dans ce but les émissions à comparer sont rythmées suivant un schéma convenu, celui de la figure 34, où les traits forts représentent le signal de la station étudiée, le poste auxiliaire émettant pendant les secondes 10 à 20, 30 à 40, 50 à 60, des quatrième, cinquième, sixième et septième minutes. Les trois opérateurs (manipulation de la station d'émission étudiée, manœuvre de l'émetteur auxiliaire, manœuvre du récepteur) sont munis de chronographes, que l'on déclanche simultanément à un top convenu, marqué par un des points brefs qui figurent aux secondes 0, 20, 40.

L'excitation du poste auxiliaire est préalablement dégrossie, de façon à être du même ordre que celle du signal à mesurer, et reste fixe pendant la comparaison proprement dite. Les manœuvres sont ensuite les suivantes :

1° Accord du récepteur sur l'émission étudiée, pendant le trait de cinquante secondes;

2° Mise en route simultanée du chronographe, à l'un des tops des minutes 2 ou 3;

3° Comparaison des deux émissions. A partir d'un instant donné, par exemple le début de la quatrième minute, les traits de dix secondes de l'émetteur auxiliaire alternent sans interruption avec ceux de la station à l'étude. Les premières alternances servent à égaliser les deux longueurs d'ondes, la note entendue grâce à l'hétérodyne O servant de repère, et devant être la même pour les émissions à étudier et le poste auxiliaire (fig. 35); les alternances suivantes servent à la comparaison des intensités. La mesure est conduite par l'opérateur placé au téléphone P, à l'aide de deux shunts R_1 et R_2, qu'un inverseur permet de mettre alternativement en dérivation sur le téléphone, le shunt R_1 pendant les signaux à l'étude, le shunt R_2 pendant les signaux de l'émission auxiliaire. L'une des résistances, soit R_1, demeurera fixe, l'autre sera réglée

par approximations successives jusqu'à ce que l'oreille perçoive un son bien soutenu. Le montage est établi de telle sorte qu'à impression auditive égale le shunt de téléphone soit inversement proportionnel à l'intensité oscillante dont la réception est le siège.

En résumé, le résultat d'une série de mesures se traduit par l'égalisation de deux sons produits, l'un par le signal à l'étude, le shunt du téléphone ayant la valeur R_1, l'autre par le poste étalon, siège d'une intensité I_{os} excitant le récepteur avec N spires, le shunt de téléphone étant R_2. L'intensité I_s induite dans l'antenne par le signal est :

$$I_s = K\, I_{os}\, N \frac{R_2}{R_1}$$

K étant un facteur constant.

La méthode, portant sur la comparaison de deux champs inducteurs de même ordre, élimine les causes d'erreurs qui résultent de l'instabilité de la sensibilité du récepteur et de l'oreille de l'opérateur, de la variation de sensibilité du téléphone en fonction de la hauteur du son musical, de la variation de sensibilité de l'amplificateur en fonction de l'intensité des signaux ; elle atténue l'effet des circonstances atmosphériques ; elle permet des résultats corrects même s'il n'y a pas le silence complet indispensable dans les procédés basés sur l'extinction du son.

L'erreur normale commise dans l'appréciation est de 5 à 10 p. 100, en employant plusieurs opérateurs.

L'exposé complet des détails de la mesure et des précautions prises pour éviter les chances d'erreur sortirait du cadre de ce volume ; il sera fait dans celui qui traitera des méthodes de mesure.

La mesure de l'intensité du courant dans une antenne réceptrice néstes cei:

a) une comparaison conduite comme il vient d'être dit ; on en tire le rapport $\frac{R_2}{R_1}$ entre le courant à mesurer I_x et celui induit par l'émetteur auxiliaire disposé aux valeurs convenables I'_{os} et N' ;

b) la mesure au moyen d'un thermogalvanomètre de l'intensité I induite par le poste auxiliaire disposé à sa puissance maxima I_{max} et N_{max}. Il vient :

$$I_x = I . \frac{I'_{os} N' R_2}{I_{osmax} N_{max} R_1}$$

Résultats obtenus.

36. Les résultats obtenus dans le parcours Toulon — la Réunion — Melbourne, c'est-à-dire pour des distances allant jusqu'à 17200 kilomètres, sont reproduits sur les graphiques ci-contre.

Deux modes de représentation ont été adoptés.

1° Intensité de réception (portée en ordonnées), en fonction de la distance (portée en abscisses, fig. 36, 37, 38);

2° Produit distance $\times$ intensité de réception (porté en ordonnées), en fonction de la distance. Ce produit serait une constante si l'absorption était nulle. En réalité, il décroît avec la distance. Remarquons d'ailleurs que par un simple changement de l'échelle des ordonnées, fait de telle sorte que l'ordonnée soit égale à l'unité pour $r = 0$, ces mêmes courbes représentent le facteur d'absorption A en fonction de la distance, ce facteur d'absorption étant supposé défini par la formule :

$$I_\rho = 120\pi \frac{l_\varepsilon l_\rho}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \cdot \frac{1}{\lambda r} \cdot I_\varepsilon \cdot A.$$

(fig. 39, 40, 41). On a porté sur les graphiques, en plus des résultats des lectures, les courbes moyennes de jour et de nuit ainsi que les courbes correspondant aux intensités maxima et minima de réception aussi bien pour le jour que pour la nuit.

Les courbes représentant la formule [222] d'Austin

$$I_\rho = 4{,}25\, I_\varepsilon \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} e^{-0{,}0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$$

ont également été tracées.

On déduit de l'*examen des graphiques* les **conclusions** suivantes :

1° La portée de nuit a toujours été supérieure à celle de jour. Au bout du parcours Toulon — la Réunion (9350 kilomètres), la limite des signaux de jour était atteinte tandis que les signaux de nuit étaient très lisibles; au bout du parcours Toulon — Melbourne (17200 kilomètres), la réception nocturne était très forte, la réception diurne était nulle, quoique les parcours fussent, aux heures des émissions, entièrement diurnes ou entièrement nocturnes. L'absorption est moindre la nuit que le jour; elle varie moins aux petites distances la nuit que le jour; l'avantage de la nuit croît avec la distance.

2° Les écarts de réception par rapport à la moyenne sont plus grands la nuit que le jour.

3° Les courbes d'Austin diffèrent notablement des courbes qui sont le résultat de la mission. Les intensités données par la formule d'Austin, un peu supérieures à celles qui ont été constatées pour les distances plus petites que 3000 kilomètres environ, s'en rapprochent, puis deviennent inférieures, et d'autant plus que la distance augmente. La différence est d'ailleurs d'autant plus grande que la longueur d'onde est plus grande.

Je reproduirai plus loin les résultats obtenus par la mission de l'*Aldébaran* pendant la suite de son voyage, aux environs des antipodes. Pendant la fin du voyage, des antipodes à Tahiti, en passant par Nouméa, les phénomènes suivants furent constatés. Dès que, venant des antipodes, on eut dépassé le Cap Nord (Nouvelle-Zélande Nord), Nantes, entendu jusque-là, ne fut plus perçu, et Lyon était illisible. A Nouméa, on entendit surtout Lyon et Nauen. La réception nocturne de Lyon était nulle, quoiqu'on fût à 17200 kilomètres, comme à Melbourne. C'est qu'il y a entre ces deux points une différence de longitude de 1 heure 30; le parcours qui était nocturne est en partie diurne, et des phénomènes particuliers interviennent, que nous étudierons plus loin.

A mesure que l'on se déplace vers l'est, les ondes des postes européens venant par le plus court chemin avaient toutes des parcours mixtes, partie de jour et partie de nuit.

A Tahiti (15800 kilomètres de Paris), l'heure locale retarde de dix heures sur celle de France; les parcours étaient mixtes. Ni Nantes, ni le signal de 8h. 45 de Lyon ne furent entendus; Nauen fut entendu fort à 15 heures et assez bon à 18 heures; Lyon fort à 20 heures, assez fort à 9 heures.

V. — Expériences de Max Reich [79].

37. Dans une série d'expériences faites par Max Reich entre les trois couples de postes suivants :

Cologne-Göttingen	216 km.
Strasbourg-Göttingen............	363 km.
Neumünster-Göttingen	286 km.

l'intensité dans l'antenne de réception était mesurée au moyen d'un thermogalvanomètre Duddell mis directement dans l'antenne.

Les résultats d'expérience (I_ρ) sont indiqués dans les tableaux sui-

vants, en même temps que les valeurs (I_{ρ_0}) calculées d'après la formule théorique :

$$I_{\rho_0} = \frac{377\, I_\varepsilon\, l_\varepsilon l_\rho}{(R_\rho + S_\rho \omega^2)\sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}\lambda r}}.$$

	λ mètres.	$\frac{I_\rho}{I_{\rho_0}}$
Cologne-Göttingen, 216 kilomètres. Ondes amorties.	1800 2000 2500 3000	0,367 0,42 0,509 0,613
Cologne-Göttingen, 216 kilomètres. Ondes non amorties.	1800 2000 2500 3000 4000	0,413 0,419 0,512 0,605 0,682
Strasbourg-Göttingen, 363 kilomètres.	1560 2000 2500	0,288 0,46 0,606

	Dates	λ	$\frac{I_\rho}{I_{\rho_0}}$ 8 heures	17 heures	0 h. 30′
Neumünster-Göttingen. 286 kilomètres.	23 nov.	900	0,1035	0,113	0,553
	25 nov.		0.112	0,257	0,456
	30 nov.			0,106	
	23 nov.	1100	0,13	0,124	0,55 0,424
	25 nov.		0,13	0,183	0,314 0,433 0,378
	30 nov.			0,135	
	23 nov.	1400	0,238	0,263	0,497 0,428 0,308
	25 nov.		0,259	0,258	0,377 0,386 0,633
	30 nov.			0,285	
	23 nov.	2000	0,40	0,402	0,579
	25 nov.		0,427	0,458	0,810 0,748 0,398
	30 nov.			0,401	

Les observations relatives aux signaux de nuit et réunies sous une même accolade ont été prises dans un intervalle de 8 minutes.

L'examen des tableaux conduit aux conclusions suivantes :

27. *De jour :*

L'absorption diminue quand la longueur d'onde augmente. Elle est relativement la plus forte pour les essais Cologne-Göttingen (terrain montagneux), et la plus faible pour les essais entre Göttingen et Strasbourg (vallée du Rhin sur une grande partie du parcours). Le cas d'un sol plat (Neumünster-Gottingen) est intermédiaire entre les deux précédents.

L'absorption est la même, que les ondes soient amorties ou non.

VI. — En résumé.

38. Les expériences faites *sur mer* conduisent aux conclusions suivantes.

L'intensité dans l'antenne de réception est liée à l'intensité dans l'antenne de transmission par l'expression suivante :

$$I_\rho = \frac{120\pi}{(R_\rho + S_\rho \omega^2)} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_\varepsilon \varphi(r, \lambda).$$

Elle se déduit de la valeur donnée par la théorie dans le cas d'un sol parfaitement conducteur, et d'une atmosphère parfaitement diélectrique, dont la surface de séparation serait plane, *en multipliant cette valeur par un coefficient d'atténuation, d'autant plus grand que la distance est plus grande et la longueur d'onde plus petite.*

La valeur de ce coefficient donnée par les différents expérimentateurs est la suivante :

(L.-W. Austin, J.-L. Hogan) $\varphi(r, \lambda) = e^{-0,0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$

(L.-F. Fuller) $\varphi(r, \lambda) = \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} \cdot e^{-0,0045 \frac{r}{\lambda \sqrt{2}}}$

r et λ étant exprimés en kilomètres.

Les formules ci-dessus s'écrivent, en unités C. G. S. :

$$I_\rho = 4\pi \frac{\mu}{\varepsilon} \frac{1}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_\varepsilon \varphi_1(r, \lambda)$$

avec

(Austin, J.-L. Hogan) $\varphi_1(r, \lambda) = e^{-4,7.10^{-6} \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$

(L. F. Füller) $\varphi_1(r, \lambda) = \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} \cdot e^{-0,53 \frac{r}{\lambda \sqrt{2}}}.$

La formule de L.-F. Fuller, qui représente des expériences

faites sur diverses longueurs d'ondes, mais pour une seule valeur de r (r=3880 kilomètres), ne saurait prétendre à l'exactitude pour toutes les distances; quant à celle d'Austin, elle a été vérifiée par l'auteur dans de très nombreux essais, portant sur des parcours allant jusqu'à 6650 kilomètres et des longueurs d'ondes qui ont atteint jusqu'à 12500 kilomètres, la propagation se faisant dans l'Atlantique Nord. D'après les résultats de G. Vallauri et M. Guierre, le champ magnétique mesuré serait, à grande distance ($>$6000 km.), et d'autant plus que la distance et la longueur d'onde sont plus grandes, inférieur au champ calculé par l'expression d'Austin.

Il n'y a pas lieu de s'étonner de ces discordances. Les vérifications d'Austin s'arrêtent à la distance de 6000 kilomètres; elles ont été limitées à la distance de 6000 kilomètres. Il n'y a rien de surprenant que la formule correspondante ne s'étende pas à toutes les distances, ni à toutes les circonstances, ni à tous les lieux du globe, ni à toutes les directions de propagation.

3° ÉTUDE DU RÉGIME DE NUIT. — EXPOSÉ D'ENSEMBLE.

39. Nous avons déjà vu que le régime de nuit est caractérisé par une intensité des signaux plus grande que le jour, du moins pour les petites longueurs d'ondes. Quand l'onde s'allonge, la différence devient de plus en plus petite, puis change de sens. Pour 8000 mètres, les signaux reçus à Clifden de Glace-Bay sont plus forts le jour que la nuit.

Ces différences entre les signaux de jour et de nuit n'apparaissent qu'aux grandes distances.

Expériences de L.-W. Austin [59].

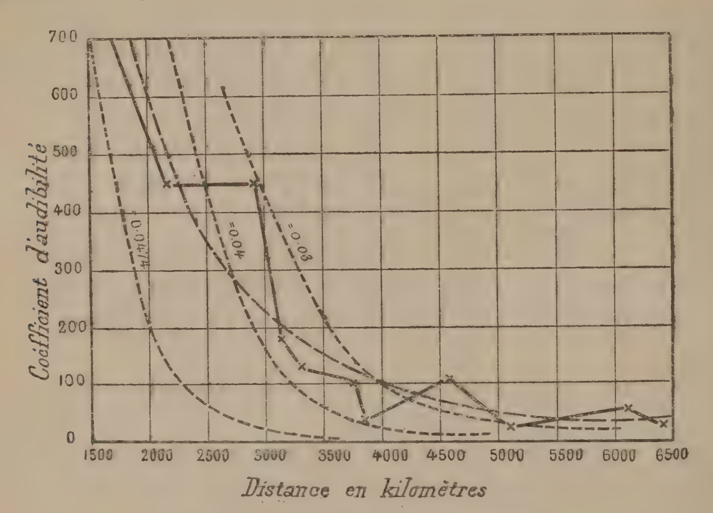
40. Les signaux reçus la nuit sont très irréguliers.

Pour les longueurs d'onde de 1000 mètres et 1500 mètres, ils sont plus forts que les signaux de jour (voir fig. 18). Ils atteignent souvent la valeur qu'ils auraient s'il n'y avait pas d'absorption (courbe pointillée) et la dépassent quelquefois. (Mais ces derniers cas sont peut-être dus à des erreurs d'observation.)

Pour la longueur d'onde de 3750 mètres, les signaux de nuit ne paraissent pas en moyenne plus forts que les signaux de jour (fig. 17).

Expériences de J.-L. Hogan [81].

41. La figure 42 représente les résultats obtenus de nuit, par **J.-L. Hogan,** dans ses expériences déjà décrites entre la station d'Arlington et le vapeur *Salem* (voir § 15). La longueur d'onde employée était 3 800 mètres.

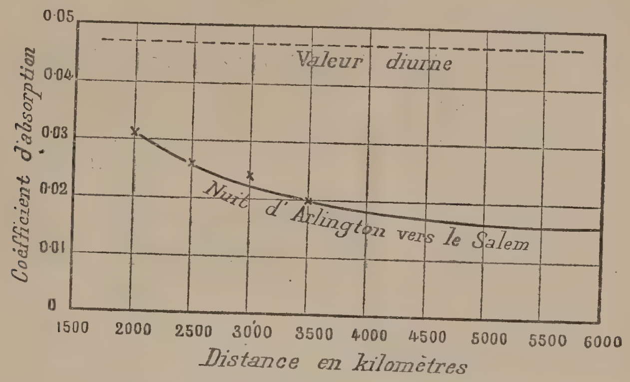


(Extrait de *The Electrician,* avec autorisation.)

Fig. 42. — Expériences de J.-L. Hogan (1913). Réception sur le *Salem,* la nuit, des signaux émis par Arlington.

Pour les signaux de nuit, le coefficient d'absorption α de la formule d'Austin (les longueurs d'onde et les distances étant exprimés en centimètres) fut obtenu à la distance de 6 220 kilomètres, et sa valeur est $1,2.10^{-6}$. La plus grande absorption de nuit fut observée au début des essais, où elle était égale à $3,91.10^{-6}$. Même alors, elle était beaucoup plus faible que le jour ($\alpha = 4,74.10^{-6}$). Dans la figure 42 les trois courbes pointillées correspondent à des absorptions $4,74.10^{-6}$ (valeur normale, de jour) 4.10^{-6} et 3.10^{-6}. On voit que la courbe en traits pleins qui représente les observations se trouve en moyenne entre les deux derniers tracés pointillés, et par conséquent la propagation ne se fait pas suivant les mêmes lois la nuit que le jour. La figure 43 qui représente l'absorption de nuit en fonction de la distance, pour différentes valeurs de la courbe en traits pleins de la figure 42 montre que ce fait est très probable. Si la loi de l'atténuation était la même que le jour, le tracé de la figure 43 devrait être une ligne droite, dont l'ordonnée serait égale à $4,74.10^{-6}$. On pourrait déterminer la loi de la varia-

tion de nuit en analysant la figure 33 et portant ces résultats dans l'équation d'Austin. Toutefois les mesures ayant été faites sur une seule



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 43. — Expériences de J.-L. Hogan. Absorption nocturne en fonction de la distance.

longueur d'onde, les résultats seraient trop incomplets pour être intéressants.

Les irrégularités notées sur l'onde de 2 000 mètres quand le *Salem* était utilisé comme station de transmission sont trop grandes pour que les observations puisent servir de base à des calculs.

Expériences de la « Marine française ».

Les figures 36 à 41, qui représentent les résultats de l'exploration hertzienne faite par le sloop *Aldébaran* entre Toulon et Tahiti, montrent que, pour les longueurs d'onde de 9 000 mètres et 11 000 mètres employées par la station de Nantes, la réception a été constamment plus forte la nuit que le jour, la différence s'atténuant d'ailleurs rapidement quand la longueur d'onde augmente. L'avantage de la nuit croît avec la distance. L'écart moyen de l'intensité par rapport à la courbe moyenne d'intensité est moins grand la nuit que le jour.

4° PASSAGE DU RÉGIME DE JOUR AU RÉGIME DE NUIT. — PHÉNOMÈNES OBSERVÉS AU COUCHER ET AU LEVER DU SOLEIL

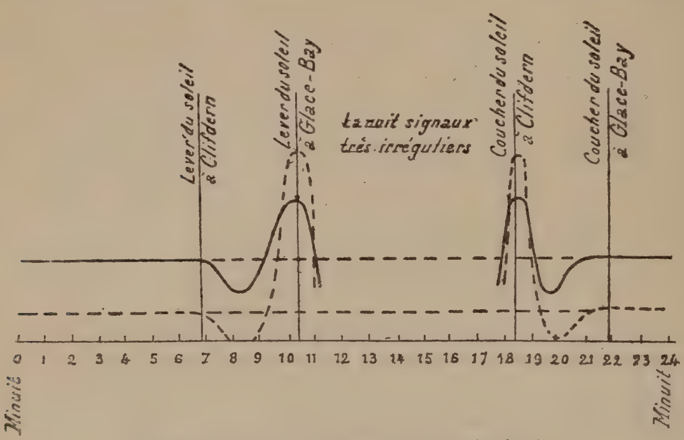
42. Il était à prévoir que le passage du régime de jour au régime de nuit devait être marqué par des phénomènes particuliers. **Marconi** (57) observa pour la première fois des effets de cette sorte, au moment de l'établissement du service transatlantique Clifden — Glace-Bay.

« La courbe tracée fig. 44 montre le mode de variation ordinaire

de l'intensité des signaux transatlantiques sur deux longueurs d'onde, l'une de 7000 mètres, et l'autre de 5000 mètres.

« L'intensité des ondes reçues reste généralement constante pendant le jour.

« Peu après le coucher du soleil à Clifden, elle s'affaiblit graduel-



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 44. — G. Marconi. Variation de l'intensité des signaux de Glace-Bay (Canada), reçus à Clifden (Irlande),

lement, et passe par un minimum environ deux heures plus tard. Elle commence alors à se renforcer, et atteint un maximum très élevé à peu près au moment du coucher du soleil à Glace-Bay. Elle revient alors graduellement à sa valeur normale, tout en étant très variable pendant la nuit. Avant le lever du soleil à Clifden, l'intensité des signaux augmente d'une façon continue et atteint un autre maximum élevé peu avant le lever du soleil à Clifden. L'énergie reçue décroît ensuite d'une façon continue, jusqu'à passer par un minimum très bas peu avant le lever du soleil à Glace-Bay. Les signaux retrouvent ensuite graduellement leur intensité normale de jour.

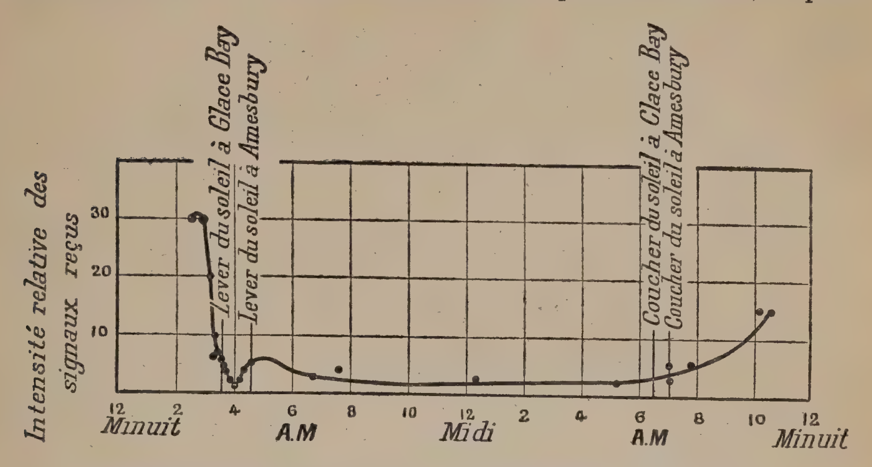
« On peut remarquer que l'onde la plus courte, pour laquelle les signaux normaux sont les plus faibles, présente des maxima et des minima d'intensité beaucoup plus accentuée que l'onde la plus longue.

« La figure 13 montre les variations à Clifden pour le premier jour de chaque mois de mai 1910 à avril 1911. »

43. Des observations du même genre ont été faites par plusieurs autres expérimentateurs.

La figure 45 représente, d'après des observations de **C.-W. Pickard** ([44]) en 1909, l'intensité de signaux émis à Glace-Bay et reçus à Amesburg, près Boston (Massachusetts). On remarque un minimum très

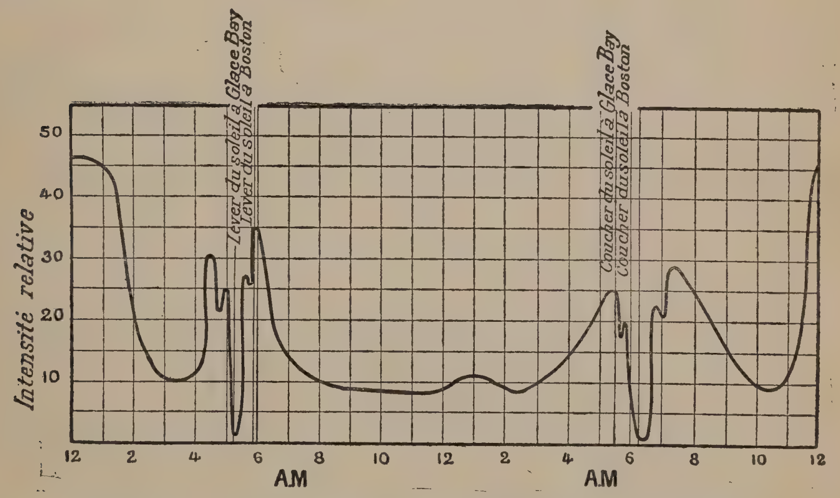
marqué d'intensité au milieu de l'intervalle qui sépare les levers du soleil aux deux stations. Il y a un maximum après cette chute, et peut-



(Extrait des *Proceedings of the Institute of radio Engineers,* avec autorisation.)

Fig. 45. — Expériences de G.-W. Pickard (1909). Signaux de Glace-Bay (Canada), reçus à Amesbury, près de Boston.

être un autre avant. Il n'y a pas de minimum semblable au coucher du soleil.



(Extrait des *Proceedings of the Institute of radio Engineers,* avec autorisation.)

Fig. 46. — Expériences de Dolbear et Proctor (1914). Signaux de Glace-Bay (Canada), reçus près de Boston.

La figure 46 est empruntée à des observations de **Dolbear et Proctor** ([52]) en mars 1911. Elle représente les signaux de Glace-Bay

reçus à deux stations, installées à Somerville et Rovere, dans les faubourgs de Boston. Elle figure la moyenne des observations faites en mars 1911. On remarque, au coucher et au lever du soleil, deux minima précédés et suivis de maxima. L'intensité est plus forte la nuit que le jour.

Enfin, la figure 12 donne (76) une série d'observations faites à Madrid, Barcelone et Ceuta. Le maximum de nuit est très court. On remarque encore au coucher et au lever du soleil des minima précédés et suivis de renforcements.

P. Schwarzhaupt (63) a également publié des courbes semblables.

On observe, d'une façon générale, que le régime de nuit s'établit avec un certain retard. Dans des expériences faites entre la Tour Eiffel et Liverpool, **E.-W. Marchant** (95) remarque que l'augmentation des signaux n'est sensible que trois quarts d'heure à une heure après le coucher du soleil. La même remarque a été faite par **A.-Hoyt Taylor** et **Albert-S. Blattermann** (109) (voir fig. 47 et 48) et peut se déduire également des courbes des figures 10 à 16.

5° PHÉNOMÈNES DIVERS. — PHÉNOMÈNES OBSERVÉS AU MOMENT DU LEVER DE LA LUNE

44. **Austen Curtis** (74) a publié en 1913 le résultat d'une série d'observations, d'où il résulterait que le lever de la lune exerce une influence marquée sur l'intensité des signaux reçus.

La station de réception était installée à Bona Vista (Amazone, Brésil).

La série des phénomènes est la suivante : on constate que l'intensité augmente, passe par un maximum, puis diminue, atteint un deuxième maximum, passe de nouveau par un minimum, et revient enfin à sa valeur normale de nuit. Ces phénomènes se produisent à un moment variable, qui peut être jusqu'à 20 minutes après le lever de la lune.

L'effet est indépendant de l'orientation et de la distance de la station d'émission.

Les effets décrits ci-dessus n'ont pas été confirmés, depuis leur observation, par d'autres expérimentateurs.

Influence des éclipses de soleil.

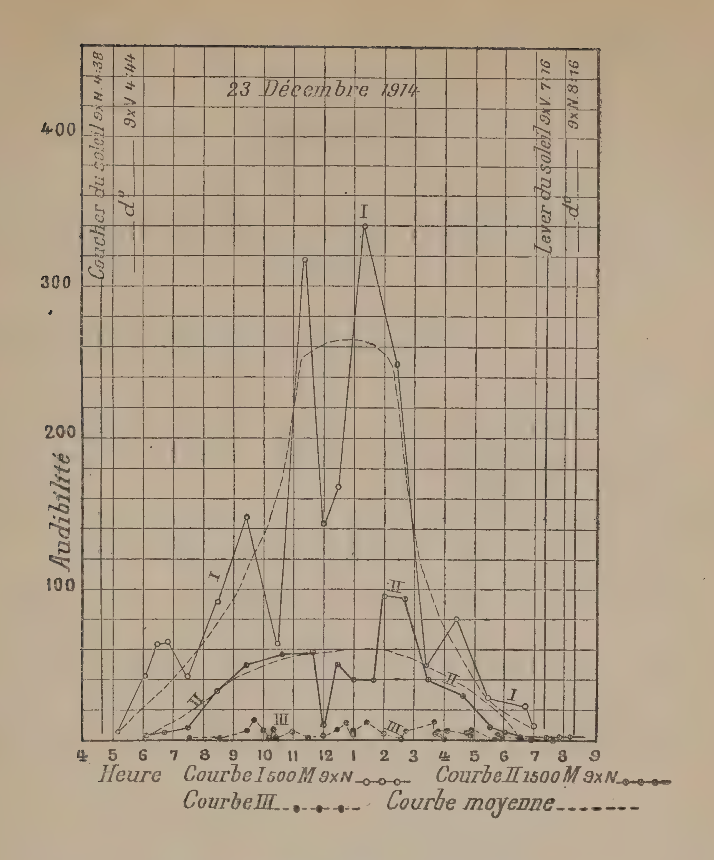
45. L'éclipse de soleil du 17 avril 1912 a été l'occasion de plusieurs séries d'expériences destinées à observer la variation d'intensité des signaux radiotélégraphiques. Plusieurs stations, Norddeich et la Tour Eiffel en particulier, émettaient des séries systématiques de signaux, qui furent observées en différents endroits.

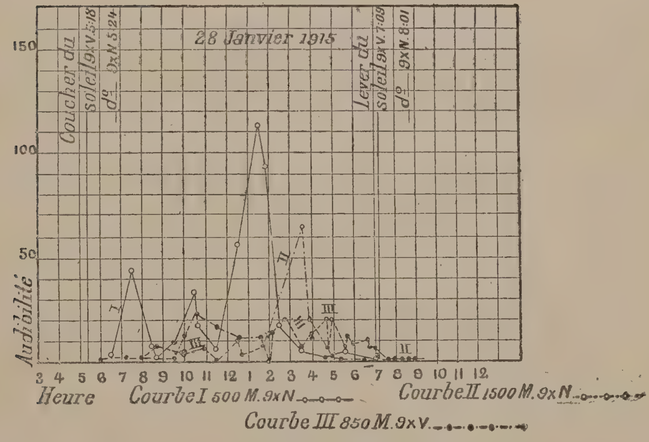
Le tableau pages 72 et 73 réunit les résultats publiés.

En l'examinant, on voit qu'en résumé l'influence de l'éclipse de soleil semble être, à une échelle très réduite, semblable à celle de l'obscurité nocturne : il se produit un renforcement des signaux, qui n'est sensible qu'à grande distance, et est d'autant plus prononcé que la distance est plus grande.

En raison de son peu d'amplitude, le phénomène est plus net dans les séries d'expériences faites avec le galvanomètre que dans les réceptions au téléphone shunté, qui est un instrument beaucoup moins sûr.

Sur les détails du phénomène, en particulier sur le moment du maximum, les différents expérimentateurs ne sont pas d'accord, quoique la majorité des résultats place le maximum d'intensité un peu après le maximum d'obscurité à la station de réception.





(Extrait des *Proceedings of the Institute of radio Engineers,* avec autorisation.)

Fig. 47 et 48. — Expériences A.-Hoyt Taylor et Albert-S. Blatterman. Courbe I, signaux de Grand Forks (longueur d'onde 500 mètres), reçus de Saint-Louis; courbe II, signaux de Grand Forks (longueur d'onde 1500 mètres), reçus à Saint-Louis; courbe III, signaux de Saint-Louis (longueur d'onde 850 mètres), reçus à Grand Forks. — Distance des stations : 1 250 kilomètres.

En résumé.

46. A courte distance, l'intensité des signaux est la même la nuit que le jour. La différence ne devient sensible que quand la distance dépasse une certaine valeur.

Tableau des observations faites pendant

N° de référence.	Stations correspondantes. Émission.	Stations correspondantes. Réception.	Expérimentateurs.	Distance kilomètres.	Long. d'onde. mètres.
1	Norddeich.	Emden.	Administr. allemande des postes.	27	1650
2	Tour Eiffel.	Saumur.	Turpain.	250	2000
3	Tour Eiffel.	Saint-Benoît.	Turpain.	300	2000
4	Tour Eiffel.	Poitiers.	Turpain.	300	2000
5	Blaavaads-Huk.	Copenhague.	Schledermann.	300	800
6	Norddeich.	Berlin.	Société Telefunken.	450	1650
7	Norddeich.	Berlin.	Administr. allemande des postes.	450	1650
8	Norddeich.	Schoneberg.	Administr. allemande des postes.	450	1650
9	Norddeich.	Berlin.	Société Lorenz.	450	1650
10	Norddeich.	Eberswalde.	id.	460	1650
11	Norddeich.	Swinemünde.	Société Lorenz.	470	1650
12	Tour Eiffel.	Marburg.	E. Take.	530	2000
13	Norddeich.	Dantzig.	id.	760	1650
14	Clifden.	Londres.	W.-H. Eccles.	800	5500
15	Eiffel.	Gratz.	M. Vos.	1000	2000

Pour les ondes dont la longueur ne dépasse pas quelques milliers de mètres, les signaux de nuit sont plus forts que les signaux de jour, et la différence s'accentue quand la distance augmente.

L'intensité des signaux de nuit est variable très rapidement et dans de très grandes proportions.

l'éclipse de soleil du 17 août 1912.

Méthode de mesure.	Influence constatée.	Référence.
Téléphone shunté.	Pas d'influence.	*Jahrbuch der drahtlosen Tel. u. Tel.*, vol. 5, p. 151, p. 154.
Galvanomètre.	Maximum d'intensité observé au moment du maximum de l'éclipse, à quelques minutes près.	*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 154, pages 1457-1912.
Galvanomètre.	Maximum d'intensité observé une demi-heure environ après le maximum de l'éclipse.	
Galvanomètre.	Maximum d'intensité observé une demi-heure environ après le maximum de l'éclipse.	
Téléphone shunté.	Maximum d'intensité peu après le maximum de l'obscurité.	*The Electrician*, 31 mai 1912, p. 327.
Téléphone shunté.	Renforcement des signaux au moment du maximum d'obscurité.	*Jahrbuch der drahtlosen Tel. u. Tel.*, vol. 5, p. 154.
Téléphone shunté.	Pas d'influence.	*Jahrbuch der drahtlosen Tel. u. Tel.*, vol. 5, p. 151-154.
Téléphone shunté.	Pas d'influence.	
Téléphone shunté.	Pas d'influence.	
Téléphone shunté.	Renforcement marqué des signaux pendant l'heure qui suit le maximum d'obscurité.	
Téléphone shunté.	Aucune influence.	
Galvanomètre.	Influence importante. Intensité maxima = 1,25 × l'intensité normale, observés entre les deux moments du maximum de l'éclipse aux deux stations.	*Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft*, vol. 14, p. 537. 1912.
Téléphone shunté.	Renforcement marqué des signaux dans l'heure qui suit le maximum d'intensité.	*Jahrbuch der drahtlosen Tel. u. Tel.*, vol. 5, p. 151-154.
Téléphone.	Influence marquée : minimum d'intensité suivi d'un maximum. Même phénomène observé sur les parasites.	*The Electrician*, 26 avril 1912, p. 109.
Galvanomètre.	Influence très importante : intensité maxima = 1,96 × l'intensité normale, observé entre les deux moments du maximum de l'éclipse aux deux stations.	*Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft*, vol. 14, p. 537. 1912.

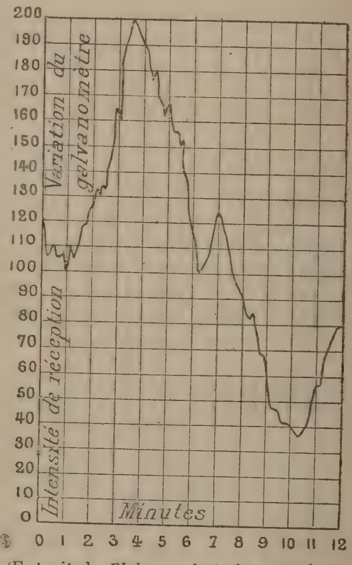
Quand la longueur d'onde varie, on observe une série de maxima et de minima, dues très probablement à des interférences (nous reviendrons plus loin sur ce sujet).

III. — Variations rapides dans le régime de la nuit. Interférences.

47. A la variation que nous venons d'étudier s'ajoutent, particulièrement *dans le régime de nuit, des variations très rapides,* dont l'amplitude peut être très grande, et qui apparaissent à intervalles irréguliers.

La courbe ci-jointe, publiée par Mosler (82) (fig. 49), peut donner une idée de l'allure de ces variations, qui ont été constatées par tous les expérimentateurs et tous les praticiens. Leur importance peut être très grande. Henri Abraham (89), observant, en 1913-1914, au poste d'Arlington (Etats-Unis d'Amérique), les signaux venant de la Tour Eiffel (l'appareil de réception était un microgalvanomètre spécialement construit), constatait que l'intensité du courant redressé fourni par le détecteur à galène, voisine de $\frac{1}{16}$ microampère dans les circonstances favorables, éprouvait des variations considérables. Les émissions et les réceptions, pendant toute la série d'expériences, étaient faites exactement dans les mêmes conditions, et cependant, certains jours, les déviations obtenues, parfois douteuses tellement elles étaient faibles, n'atteignaient certainement pas un ou deux centièmes des déviations les plus fortes enregistrées un autre jour plus favorable. Au cours d'une même expérience, en quelques minutes, des variations du simple au double n'étaient pas rares.

L'origine de ces variations est encore très obscure. Toutefois, certaines observations récentes paraissent susceptibles de fournir certaines conclusions d'ensemble à ce sujet.



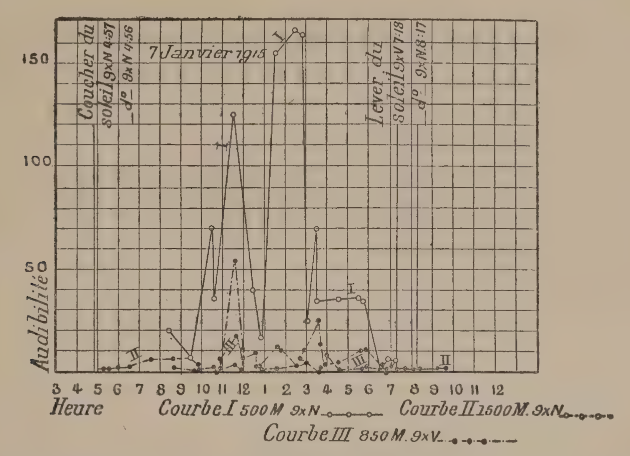
(Extrait de *Elektrotechnische Zeitschrift,* avec autorisation.)

Fig. 49. — Mosler. Variations instantanées dans le régime de nuit.

Expériences de A.-Hoyt Taylor et Albert-S. Blatterman (109).

48. Nous reproduisons ci-contre quelques-uns des résultats obtenus par A.-Hoyt Taylor et Albert-S. Blatterman, dans une série d'expériences de radiocommunications entre deux stations installées à Grand-Forks et Saint-Louis (Etats-Unis d'Amérique), à une distance de 1 250 kilomètres. La première station émettait avec les ondes de 1 500, 850, 500 mètres de longueur ; la deuxième au moyen d'une onde de 850 mètres. L'audibilité était appréciée par la méthode du téléphone shunté.

Les courbes fig. 47 représentent des résultats d'expériences du 23 décembre 1914. Les courbes fig. 50 donnent des résultats du 7 janvier 1915. Elles montrent nettement la superposition, à la variation diurne d'ensemble, de variations rapides nombreuses d'amplitude qui peut être



(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Enginers,* avec autorisation.)

Fig. 50. — Expériences de A.-Hoyt Taylor et Albert-S. Blatterman. — Courbe I, signaux de Grand-Forks (longueur d'onde 500 m.) reçus à Saint-Louis; courbe II, signaux de Grand-Forks (longueur d'onde 1500 m.) reçus à Saint-Louis; courbe III, signaux de Saint-Louis (longueur d'onde 850 m.) reçus à Grand-Forks. — Distance des stations : 1250 kilomètras.

très grande et apparaissant à intervalles irréguliers. On voit, et les autres résultats d'expériences des mêmes auteurs conduisent aux mêmes conclusions, que presque toutes les variations rapides de l'onde de 1 500 mètres se retrouvent pour l'onde de 500 mètres, qui est sa troisième harmonique, et qui doit par conséquent, en cas d'interférences, présenter tous les maxima et minima de l'onde de 1 500 mètres. La réciproque n'est d'ailleurs pas vraie : l'onde de 500 mètres éprouve des irrégularités qui ne se retrouvent pas pour celle de 1 500 mètres. Ce phénomène peut également s'expliquer par la théorie des interférences, des différences de parcours de 250, 1 250, 1 750 mètres, qui représentent pour l'onde de 500 mètres une différence de $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}\cdots$ longueurs d'onde détruisant l'effet de cette onde sans affecter celle de 1 500 mètres. Enfin on observe très peu de coïncidences entre les irrégularités de l'onde de 850 mètres et celles de l'une quelconque des deux autres.

Les irrégularités sont plus nombreuses et plus importantes avec les courtes ondes.

Il arrive qu'une station n'est pas reçue à une certaine distance, tandis qu'elle l'est plus loin dans la même direction.

Toutes ces conclusions s'expliquent facilement par la théorie des interférences.

Les expériences de A.-Hoyt Taylor et Albert-S. Blatterman sont actuellement les plus concluantes sur la question des variations rapides du régime de nuit. On voit qu'elles semblent démontrer la présence de *phénomènes d'interférence.*

Nous indiquerons maintenant des résultats d'expériences qui, sans être directement reliés à l'étude des variations rapides, aboutissent à la même conclusion.

Observations de Lee de Forest (69).

49. Lee de Forest décrit les observations suivantes, faites avec des stations émettant des ondes entretenues :

La station de Los Angeles (Californie) travaille avec une onde de 3260 mètres et une onde de compensation de 3100 mètres (c'est-à-dire que, quand le manipulateur est fermé, la longueur d'onde est plus longue de 160 mètres que par manipulateur ouvert); les ondes les plus courtes sont rayonnées d'une façon permanente, sauf pendant les moments d'émission des signaux.

Il arrive presque tout d'un coup que cette onde d'émission devient très faible ou disparaît même complètement à la station de réception de San-Francisco, tandis qu'elle reste d'intensité normale pour la station de Phoenix Arizona (300 miles à l'est). Cependant l'onde de compensation, dont l'intensité est environ 5 pour cent plus faible, conserve sa valeur normale à San-Francisco, et est même souvent plus forte.

Ce phénomène de disparition des ondes se produit souvent, particulièrement dans les stations voisines de l'océan Pacifique. Il a été observé chaque soir pendant des semaines, et a disparu de nouveau complètement à d'autres époques.

Le phénomène dure souvent plusieurs heures ; il disparaît ensuite, et les deux ondes reprennent leur intensité normale. Ce changement d'intensité se produit tantôt pour l'une des ondes, tantôt pour l'autre, ou même pour les deux ; dans le dernier cas l'opérateur cherche une troisième onde de transmission qui soit bien reçue. Mais la plupart du temps une des deux ondes reste suffisamment forte pour la transmission, ou, en d'autres mots, deux ondes qui diffèrent de quelques centaines de mètres de longueur ne disparaissent pas en même temps.

Cette « absorption sélective » ne paraît pas liée à un emplacement

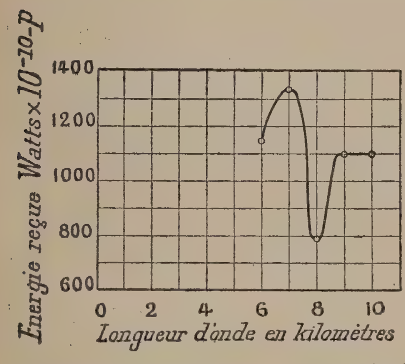
particulier, et arrive la plupart du temps au coucher du soleil, dure jusque assez tard dans la nuit ; elle est rarement observée au milieu du jour.

Des phénomènes semblables ont été observés par la marine américaine (77).

Expériences de L.-F. Fuller (96).

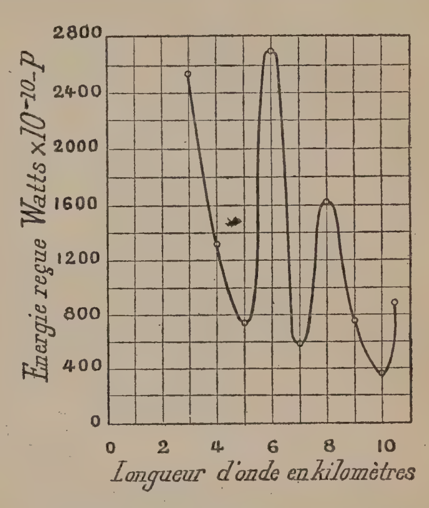
50. Les résultats représentéss par les figures 51 et 52 ont été obtenus par L.-F. Füller, la nuit, dans la série d'expériences déjà décrite, effectuée avec des ondes continues, entre Honolulu et San Francisco.

D'une manière générale, cet auteur observa que l'intensité est très variable la nuit. Toutefois, la courbe (fig. 52) paraît avoir été obtenue dans des conditions à peu près constantes d'absorption. La



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 51. — Expériences de L.-F. Fuller (1914). Signaux de Honolulu reçus à San Francisco, 1er avril 1914, 3 h. à 4 h. (heure de San Francisco. — Iε = 35 ampères.



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 52. — Expériences de L.-F. Fuller (1914). Signaux de Honolulu reçus à San Francisco, 13 juin 1914, 2 h. 45 à 3 h. 30 (heure de San Francisco). Iε = 35 ampères. — Courbe typique de nuit montrant une réduction marquée d'intensité pour certaines ondes.

moyenne de cette courbe est en effet à peu près identique à la courbe qui représente la variation de la résistance de rayonnement de l'antenne d'émission, et par conséquent de l'énergie émise en fonction de la longueur d'onde. On remarque sur la courbe (fig. 52) une série de maxima et de minima d'intensité quand la longueur d'onde augmente. On voit en outre que l'énergie reçue la nuit diminue, en moyenne, quand la longueur d'onde augmente, tandis que, le jour (fig. 25 à 31), les courbes correspondantes indiquent une augmentation de la puissance

reçue avec la longueur d'onde. Ce résultat semble tout à fait d'accord avec les observations de Marconi, que les signaux de nuit, plus forts que ceux de jour pour les petites ondes, sont moins intenses sur les grandes.

Des expériences de réception simultanées faites en deux stations distantes de 15 kilomètres ont montré qu'il existe des bandes d'interférence de 30 kilomètres de largeur au plus.

Conclusion.

51. Les phénomènes que nous venons de rappeler semblent démontrer que *certains phénomènes de renforcement ou d'affaiblissement des signaux sont dus à des interférences entre rayons électromagnétiques parcourant des chemins différents*. On peut par exemple supposer des interférences entre rayons transmis par les couches inférieures de l'atmosphère et rayons réfléchis ou réfractés par les couches supérieures. On peut également attribuer les interférences à des réflexions ou réfractions sur des surfaces de discontinuité, limitant, par exemple, les nuages de vapeur ou de poussière existant à des niveaux relativement bas, ou les masses d'air ionisé, à plus grande hauteur : les mouvements de ces nuages produiraient dans les signaux les variations très rapides constatées par tous les expérimentateurs. On peut enfin songer à des interférences entre rayons voisins réfléchis dans des directions différentes par les surfaces inférieures de nuages ionisés ou des couches supérieures de l'atmosphère, surfaces supposées irrégulières (fig. 53) c'est de cette façon que **E.-W. Marchant**(107) interprète les résultats des expériences de L.-F. Fuller.

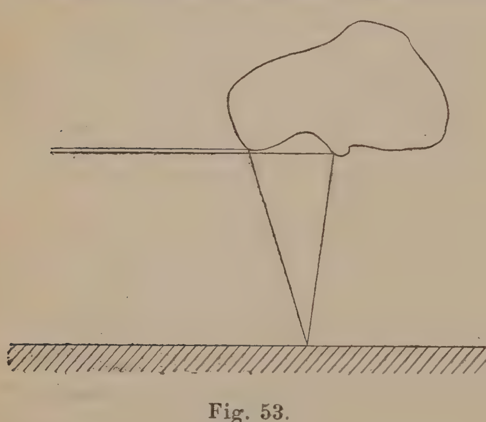
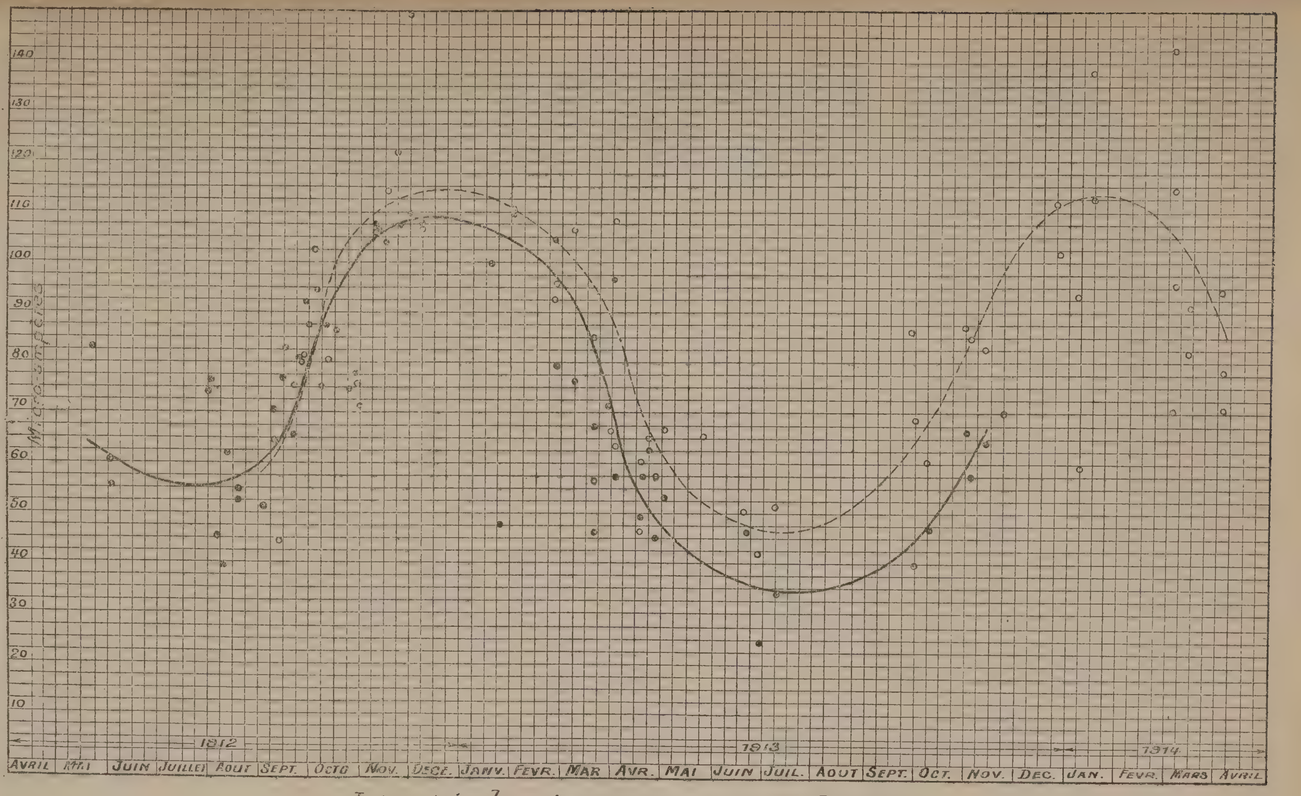


Fig. 53.

IV. — Variation annuelle de l'intensité des signaux.

52. A la variation diurne des signaux, que nous avons étudiée, se superpose une *variation annuelle*.



(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers,* avec autorisation.)

Fig. 54. — Expériences de L.-W. Austin sur la variation annuelle des signaux de jour.

Dans le cas de la propagation **sur mer,** les signaux de jour paraissent constants quelle que soit la saison (**L.-W. Austin** [59], **J.-L. Hogan** [81], tant que la distance n'est pas très grande. A très grande distance, des variations apparaissent. Les expériences de la **marine américaine** sur la réception à Washington des émissions de Nauen et Eilvese (110) ont confirmé ces résultats (voir §§ 17 et 18) : les signaux sont beaucoup plus forts pendant avril et mai que pendant l'hiver; et cette période de grande intensité est suivie d'une chute marquée en juin. Ces variations mensuelles sont, d'après L.-W. Austin, presque certainement liées à des changements atmosphériques, ayant lieu à des hauteurs hors de la portée des observations météorologiques. C'est ainsi que l'intensité des signaux de Clifden, observés à Brant-Rock, égale à 35 microampères en moyenne en hiver et en automne, tombait aux environs de 10 microampères en été (77).

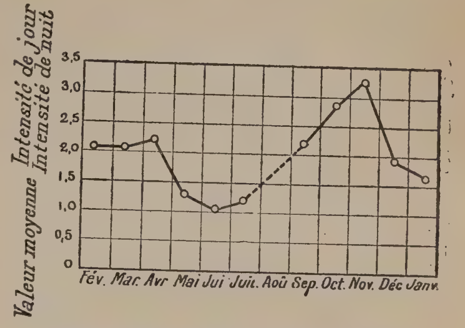
53. **Sur terre,** les variations se manifestent pour des distances moins considérables, mais toutefois suffisamment grandes. C'est ainsi que **H. Mosler** (82), recevant à 400 kilomètres à l'est de Norddeich des signaux émis par ce poste, et **E.-W. Marchant** (95), observant à 600 kilomètres de distance, à Liverpool, les émissions de la Tour Eiffel, ne mirent en évidence aucune variation annuelle dans l'intensité des signaux *de jour*. Il semble n'en être plus de même à grande distance. **A.-Hoyt Taylor** (93), observant à Grand Forks les signaux de la station d'Arlington, obtint des réceptions plusieurs fois plus intenses l'hiver que l'été, et **L.-W. Austin** (97) a publié des courbes qui montrent quantitativement la variation annuelle des signaux de jour reçus, à Washington, de Norfolk (235 kilomètres), et Philadelphie (185 kilomètres). La longueur d'onde d'émission était 1 000 mètres. Les observations durèrent près de deux ans, de mai 1912 à mai 1914. La figure 54 représente les résultats des essais. On voit une différence marquée entre les intensités d'hiver et d'été, mais les grandes différences entre les diverses valeurs observées rendent difficile la déduction de conclusions quantitatives. Les courbes tracées représentent toutefois l'allure générale du phénomène. Sur ces courbes quelques faits apparaissent avec certitude. La variation annuelle semble différente suivant l'année de l'observation : le minimum de 1912 est plus haut que celui de 1913; la courbe remonte plus vite dans l'automne 1912 (maximum le 1er novembre) que dans l'automne 1913 (maximum au milieu de décembre).

54. La variation annuelle de l'intensité des signaux reçus est beaucoup plus importante la nuit que le jour et peut être observée à de plus faibles distances.

Dans une série d'expériences effectuées pendant une année (février 1912 à janvier 1913), entre la station de Norddeich et un poste récepteur situé à 400 kilomètres à l'est, **H. Mosler** (82) mit en évidence

une influence de la saison sur l'intensité moyenne des signaux reçus pendant la nuit. La courbe fig. 55, qui représente les résultats obtenus, montre que, pendant le printemps et l'automne, l'intensité était environ deux fois plus grande la nuit que le jour, tandis qu'il n'y avait pas de grande différence pendant l'été.

Des variations semblables furent observées par **E.-W. Marchant** (95). Dans une série d'expériences faites entre la station de réception de Grand Forks et les stations d'émission de Arlington (2500 mètres de longueur d'onde, 2250 kilomètres de distance) et de Key-West (1800 mètres de longueur d'onde, 2960 kilomètres de distance), **A. Hoyt Taylor** (93) observa que la variation annuelle des signaux de nuit était beaucoup plus importante dans le deuxième cas que dans le premier. Elle dépend par conséquent dans une large mesure des conditions particulières, surtout de la nature du sol sur lequel se fait la propagation.



(Extrait de *Elektrotechische Zeitschrift*, avec autorisation).

Fig. 55. — Expériences de H. Mosler (1912-1913) sur la variation annuelle de l'intensité des signaux de nuit de Norddeich reçus à 420 kilom. de distance. (Longueur d'onde : 1650 m.).

V. — Ondes amorties et Ondes entretenues.

55. Nous avons vu au § 20, ch. I, que l'amortissement des ondes paraît n'avoir aucune influence sur la propagation tant que la distance des stations correspondantes ne dépasse pas 2000 kilomètres environ. Il semble n'en être pas de même aux plus grandes distances.

J'ai déjà parlé (ch. I, § 20) d'une série d'expériences (86) faites par la marine des Etats-Unis sous la direction de L.-W. Austin pour l'étude de cette question. La station d'Arlington émettait, soit au moyen d'un poste à étincelles Fessenden (courant dans l'antenne : 100 à 120 ampères), soit au moyen d'un arc Poulsen (courant dans l'antenne : 47 à 53 ampères), des signaux qui étaient reçus simultanément par plusieurs correspondants. Les expériences avaient lieu en hiver, à l'époque de la plus faible intensité des parasites et des meilleures conditions de propagation. On constata qu'à Colon (3300 kilomètres d'Arlington), les signaux reçus au tikker étaient entendus de jour et de nuit dans le cas de l'arc, tandis qu'ils n'étaient perçus que la nuit dans le cas de l'étincelle, malgré l'intensité beaucoup plus grande de

cette dernière émission. Le navire *Salem* obtint des résultats du même genre pendant un voyage à Gibraltar et retour. A la distance de 2600 kilomètres d'Arlington les signaux reçus de jour avaient, malgré la différence des énergies émises, la même intensité pour l'arc et pour l'étincelle; les deux sortes de signaux furent reçus de jour jusqu'à 3900 kilomètres. Aux distances plus grandes, ils étaient encore perçus de temps en temps de jour, les signaux de l'arc étant constamment plus forts. La nuit, la réception fut constamment possible jusqu'à Gibraltar (5500 kilomètres).

Une nouvelle série d'expériences fut exécutée en juillet et août 1913, à l'époque de la plus grande intensité des parasites et des plus mauvaises conditions de propagation. La station de transmission était encore celle d'Arlington : poste à arc de 100 kilowatts (longueurs d'onde : 4000, 5000, 6000, 7000 mètres); poste à étincelles Fessenden de 100 kilowatts (longueur d'onde : 2500 et 3500 mètres). Les signaux étaient reçus à Colon, à 3300 kilomètres de distance, sur l'antenne normale de la station, de 56 mètres de hauteur et 0,004 microfarad de capacité. On employait pour la réception, soit le tikker à contact glissant, soit l'hétérodyne Fessenden.

Les résultats avec étincelle sur l'onde de 2500 mètres furent si mauvais que cette onde fut abandonnée après quelques jours d'essais. En raison de l'intensité des parasites, de bonnes mesures n'étaient pas possibles, et l'on dut se contenter d'essais qualitatifs qui donnèrent les résultats suivants :

	Longueur d'onde. mètres.	Intensité du courant à l'émission, ampères.	Nombre total d'essais.		Nombre d'essais pendant lesquels la réception fut possible.	
			Jour.	Nuit.	Jour.	Nuit.
Etincelle.	3500	104	9	0	7	0
Arc.	4000	52	9	4	7	4
Arc.	5000	60	0	4	0	4
Arc.	6000	70	6	0	2	0
Arc.	7000	78	3	7	3	7

On voit que les meilleurs résultats furent obtenus sur l'arc avec la longueur d'onde de 7000 mètres. Les ondes entretenues de 4000 mètres de longueur, et les ondes amorties de 3500 mètres, qui sont comparables, furent reçues, au tikker, avec la même régularité et la même intensité, malgré la différence des énergies émises.

La publication des résultats de ces diverses séries d'expériences souleva une vive discussion. Certains firent remarquer que la méthode hétérodyne qui était employée à la réception, en particulier sur le

Salem pour les deux sortes de signaux, devait favoriser les oscillations entretenues au détriment des ondes amorties et que, dans ces conditions, les expériences portaient plutôt sur une comparaison des résultats de l'application de la méthode hétérodyne à la réception des deux catégories de signaux, que sur le mode de propagation des ondes. Mais cette objection ne peut s'adresser aux expériences faites à Colon au moyen du tikker.

Et il semble bien qu'*à grande distance,* conformément aux conclusions de **L.-W. Austin,** *la propagation soit réellement meilleure pour les ondes entretenues que pour les ondes amorties.*

VI. — Le phénomène des Antipodes.

56. En 1915, dans la préface de la deuxième édition de l'ouvrage intitulé *la Télégraphie sans fil,* par G.-E. Petit et Léon Bouthillon, M. le professeur d'Arsonval envisageait comme prochain le jour où le suprême record de portée radiotélégraphique serait atteint, entre un poste et son antipode, à 20 000 kilomètres de distance, malgré le colossal obstacle de plus de 6 000 kilomètres de hauteur qui les sépare.

L'espoir qu'exprimaient ces paroles vraiment prophétiques est devenu maintenant une réalité. Au début de 1918, différents rapports concordants ([114], [116], [120]) provenant de différents points de l'Océanie, en particulier d'Australie et de Nouvelle-Zélande, situées aux antipodes de l'Europe occidentale, ont annoncé que les signaux provenant des grandes stations d'Europe sont reçus régulièrement. Ces réceptions ne sont d'ailleurs possibles, jusqu'ici, qu'avec les méthodes d'amplification récemment introduites dans la technique des radiocommunications. La réception serait meilleure la nuit que le jour.

Ces résultats ont été confirmés. Des messages officiels transmis par la station de Carnarvon, en Angleterre, ont été reçus par le correspondant situé en Australie en septembre 1918.

Il est possible que ces très grandes portées soient dues aux conditions atmosphériques particulièrement favorables à la réception qu'on rencontre en Océanie. Il est toutefois intéressant de noter qu'on a annoncé qu'une communication avait pu être établie en sens inverse, des Indes néerlandaises en Hollande, et qu'on transmettait ainsi 5 000 mots par jour.

Le fait que des distances aussi grandes aient été franchies devait au moins être noté. Son importance pratique n'est pas encore très grande ; mais son intérêt théorique est considérable ; nous verrons qu'il fournit un argument en faveur des théories qui attribuent une grande

importance à la propagation superficielle le long de la surface du sol, ou à la réflexion des ondes par des couches supérieures de l'atmosphère, supposées ionisées.

Le phénomène des antipodes, souvent signalé, paraît n'avoir été jusqu'ici l'objet que d'un très petit nombre d'études systématiques. Nous reproduisons ci-dessous les observations du lieutenant de vaisseau Guierre ([125]), faites pendant la croisière du sloop *Aldébaran*, de la Marine française. Nous avons déjà décrit (p. 58) l'appareillage et le mode d'observation.

La croyance en un phénomène d'accroissement de potentiel aux antipodes était jusqu'alors basée sur l'étude des formules et sur les réceptions particulièrement fortes observées en Nouvelle-



Fig. 56.

Zélande; les renseignements pris auprès des techniciens du pays indiquaient une réception beaucoup plus forte au sud (station d'Awarua) qu'au nord (station d'Awanui). D'après M. Davies, qui fut longtemps chef de la station d'Awarua, la Tour Eiffel était

entendue par cette station au début de 1917, de 6 heures 30 à 7 heures 30 du matin, heure locale, plus fort que toute autre station européenne, deux ou trois fois plus fort que Nauen. En revanche, la station d'Awanui était réputée avoir une réception médiocre.

« L'itinéraire suivant fut adopté pour notre croisière de recherches : Auckland, Iles Chatham (station de télégraphie sans fil à 100 milles de l'antipode de Lyon), antipode de Lyon, antipode de Nantes, Bluff (port près d'Awarua, télégraphie sans fil), Auckland.

« Tous les chiffres qui suivront correspondent à des émissions faites avec des intensités uniformes de 200 A pour Nantes et 185 A pour Lyon. Notons d'abord que le 2 janvier, à Auckland, nous avons reçu de nouveau le signal diurne de Nantes (sur 9 000 m) perdu depuis Colombo; les signaux de jour et de nuit sont de force à peu près identique. Cela s'explique aisément, car aux antipodes les émissions de jour et de nuit faites à 12 heures d'intervalle nous arrivent par des trajets à peu près identiques (demi-grand cercle presque entièrement nocturne), l'une par l'est, l'autre par l'ouest.

« Aux îles Chatham, les opérateurs affirment avoir souvent entendu Lyon vers 2 heures de l'après-midi en 1918, sur leur antenne en T de 100 m de longueur et 45 m de hauteur, réception sur valve sans amplification.

« Pourtant, à 100 milles, dans le nord-ouest de l'antipode de Lyon, l'*Aldébaran* n'entend ce poste que très faiblement : coefficient 2,8.

« Le 8 janvier, à 8 heures 45, à l'antipode précise, malgré la pluie qui diminue la réception, Lyon est reçu avec le coefficient 11,5 et nous prenons son communiqué sans en perdre une lettre. Ce renforcement ne diminue que progressivement quand on s'éloigne dans le sud-ouest, et à Bluff, à 570 milles de l'antipode, le coefficient est encore de 3,3, alors qu'il était de 2,8 à 100 milles dans le nord-ouest de l'antipode.

« La réception de Nantes sur 9 000 m donne lieu à des phénomènes un peu dissemblables.

« A 120 milles dans le nord-ouest de l'antipode, la réception n'est pas meilleure qu'à Auckland; à 25 milles, elle vaut 2,4.

« Le 10 janvier, à l'antipode précise, le signal de 8 heures 23 de Nantes est reçu avec la valeur 13,3, sur un accord très pointu. Mais le 11, au même point, à la même heure, le renforcement a

disparu et la réception est de 1,9; dans l'ouest, elle baisse encore, puis remonte à Bluff où elle atteint 2,8.

« Le mauvais fonctionnement de Nantes sur 11 000 m a empêché d'étudier comment se comporte cette onde.

« Les deux ondes de 15 000 m et de 9 000 m semblent se comporter différemment, la première donnant lieu à un renforcement à l'antipode, puis à une diminution progressive dans l'ouest, la deuxième donnant lieu à un renforcement à l'antipode, un autre à Bluff avec réception très faible entre les deux.

« *Renforcement de Nantes.* — A la station de télégraphie sans fil d'Awarna (Nouvelle-Zélande, sud), l'antenne est un parapluie Telefunken, 1 mât de 140 m, 24 fils de 50 m, onde fondamentale de 1 390 m, réception sur valve sans amplification. Trois nuits successives passées à cette station m'ont permis de constater qu'on y reçoit couramment les postes européens; le soir, j'ai pu entendre, avec des intensités de réception proportionnées à leur puissance, les stations de Nantes, Lyon, Nauen, Eiffel; mais le matin le signal de Nantes sur 9 000 m a toujours été entendu beaucoup plus fort que tous les autres signaux et en particulier que le communiqué de Lyon, passé aussitôt après.

« La liste et l'estimation de ces réceptions dressée par M. Willis, chef de la station, est particulièrement probante à cet égard; nous la reproduisons ci-dessous.

« Les mesures faites à bord en même temps ont confirmé ces constatations.

« En quittant Bluff pour Auckland, nous avons vu diminuer rapidement la réception, malgré que, jusqu'à la hauteur du détroit de Cook, on fût plutôt plus près de l'antipode qu'en rade de Bluff.

« *Conclusions.* — Le phénomène des antipodes s'étend sur une zone très restreinte (du moins dans la région explorée); c'est un phénomène d'interférences; la position des ventres et des nœuds devrait être invariable tant que les longueurs d'onde ne changent pas, mais l'intensité dépend évidemment des conditions atmosphériques et de la répartition des terres sur les différents parcours; phénomène instable, puisque ce que j'ai constaté pour Nantes seul, à Awarua, l'avait été autrefois pour la Tour Eiffel, et aussi à Chatham pour Lyon. »

Réception en Nouvelle-Zélande.

To Lieutenant Guierre
Aldebaran
Auckland.

Radio Awarna
20 th January 1920.

The fellowing is a copy of the signals received during the visit of the French Wireless Mission to this station.

DATE	TIME	λ	CALLS AND REMARKS	Signal Strength	Atmosphéric X's
Jany. 15 th	7.45 pm	9000	UA sent routine........................	6	6
	8.15 pm	15100	IN heard but X's too heavy	4	6
	40.4 pm	11000	UA unheard (missed thro Commercise work)		7
16 th	4.40 pm	12600	NNF de POZ Here note	7	6
	6.1 am	4000	PSO de FI Note........................	6	6
	6.33 am	15100	NFF de YN Messages..................	5	6
	7.66 am	9000	UA sent routine and note for mission.....	9	6
	8.21 am	15100	CQ de YN French press	5	6
	7.54 am	9000	UA sent routine........................	5	5
	8.30 pm	15100	NFF de YN Note for NSS	4	5
	8.5 pm	12000	POZ sending...........................	4	6
	8.17 pm	15100	YN sent routine........................	5	7
th th	4.30 am	15100	YN sent press..........................	5	7
	4.30 am	12000	POZ sending...........................	7	
	6.60 am	4000	IDO and FL working....................	7	6
	6.50 am	12000	POZ working NFF	7	6
	7.54 am	9000	UA sent routine. Very strong while tuning but was weaker for routine............	9/8	5
	8.30 am	11000	No signe of UA.........................	-	6
	7.53 pm	9000	UA sent routine........................	4	6
	8.15 pm	15100	YN sent routine but unreadable..........	3	7
	9.57 pm	11000	No signe of UA	-	9
18 th	5.30 am	12000	POZ working	7	8
	6.15 am	9000	IDO de FL Messages....................	6	6
	7.31 am	9000	IDO and FL still working...............	6	6
	7.33 am	9000	OSN de FL Remarks....................	6	6
	7.35 am	9000	IDO de FL Continues working.......... .	6	6
	7.50 am	9000	UA tuned but did not send routine........	5	5

Signals are computed on the scale I to 9.

Yours faithfully
S. : A. L. M. WILLIS.

VII. — Radiocommunications sous-marines.

57. La question des radiocommunications entre deux stations dont l'une, au moins, est immergée, qui semble n'avoir pas, avant la guerre de 1914-1918, fait l'objet d'importantes recherches, a, depuis, été soigneusement étudiée, et d'intéressants résultats ont été obtenus.

On s'explique d'ailleurs facilement que les expériences faites à ce sujet n'aient pu donner que récemment des résultats concluants. En effet, ainsi que nous le verrons, la profondeur à laquelle peuvent pénétrer les ondes au-dessous de la surface de la mer est d'autant plus grande que celles-ci sont plus longues; mais de longues ondes ne peuvent être reçues qu'avec des intensités relativement faibles sur des antennes aussi réduites que celles qu'il est possible d'installer à bord des sous-marins. Aussi la question était-elle liée à celle des récepteurs très sensibles, qui n'ont été mis en service qu'à partir de 1915.

58. Les études faites pendant la guerre commencent à être publiées; parmi les plus importantes il y a lieu de signaler celles de **J. A. Willougby et P. D. Lowell** ([123 bis, 127]), du « bureau of Standards » de Washington. Les expériences furent faites à la base de sous-marins de New-London (Conn.). Après plusieurs essais, le choix des auteurs s'arrêta sur un type d'antenne en boucle formée de deux fils isolés montant de l'intérieur au sommet de mâts de faibles hauteurs et descendant de là vers les extrémités du sous-marin, où ils sont fixés métalliquement. La coque du sous-marin fait ainsi, elle-même, partie de l'antenne. Les deux extrémités de la spire étaient réunies ordinairement aux bornes d'un condensateur de 0,005 microfarad.

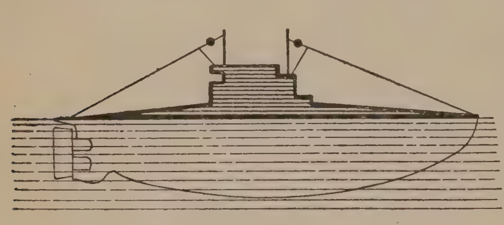


Fig. 57.

Le poste transmetteur était normalement du type à impulsion de 1 kilowatt de puissance. Le récepteur comportait des amplificateurs à lampes.

Le fait que la profondeur maxima de réception dépendait de la longueur d'onde fut constaté dès le début. Les ondes courtes ne pouvaient être reçues que près de la surface, tandis que la profondeur pouvait aller jusqu'à 7 mètres pour les ondes de 2000 à 16000 mètres de longueur.

Nous donnons ci-dessous quelques exemples de réception :

Réception d'Arlington, Va. (100 kilowatts, ondes entretenues), à 200 milles de distance et 5 mètres de profondeur.

Réception de New-Brunswick, N. J. (150 kilowatts, ondes entretenues), à 100 milles de distance et 7 mètres de profondeur.

Réception de Tuckerton (N. J.) (150 kilowatts, ondes entretenues), à 100 milles de distance et 7 mètres de profondeur.

Réception de San Diego (Cal.) 250 kilowatts, ondes entretenues), à 3000 milles de distance et 3 mètres de profondeur.

Réception de Nauen à 6500 milles de distance et 3 mètres de profondeur.

On trouvera ci-dessous quelques essais de transmission avec une

longueur d'onde de 952 mètres. Les chiffres donnés correspondent à des signaux assez forts à la réception, les distances limites de réception pouvant être considérées comme quatre fois plus grandes.

Essai n° 1 : sous-marin immergé, en pleine vitesse avec antenne près de la surface : distance de transmission : 12 milles.

Essai n° 2 : sous-marin en pleine vitesse, sommet de l'antenne immergé, mais voisin de la surface : distance de transmission : 9 milles.

Essai n° 3 : sommet de l'antenne à trois mètres au-dessous de la surface : distance de transmission : 3 milles.

59. Il y a lieu de signaler encore, tout particulièrement, les essais et les radiocommunications effectués par la *Marine française* pendant la guerre, sur lesquels *la Nature* a, sous la signature Un Radio, donné récemment les détails suivants :

Le matériel de réception, étudié et mis au point en 1917 par **Maurice de Broglie,** comportait, comme antenne, un cadre formé d'une spirale de fil fermée sur une capacité variable. Aux bornes de cette capacité était placé un amplificateur à 8 lampes de la Télégraphie Militaire, comprenant 8 lampes amplificatrices en haute fréquence et détectrices, et deux lampes amplificatrices en basse fréquence.

Le cadre, qui ne pouvait être mis à l'intérieur des sous-marins, était placé dans une caisse en bois remplie d'une sorte de brai et installée dans une fenêtre percée dans une tôle entourant la passerelle de navigation en surface. Deux cadres semblables étaient placés de part et d'autre de l'axe du sous-marin et, étant donné la passerelle, faisaient entre eux un angle de 40 degrés environ.

Les résultats ont été très bons. Les stations de grande puissance et de grandes longueurs d'ondes ont été reçues à des distances dépassant largement 1000 kilomètres, alors que le sous-marin avait jusqu'à 5 mètres d'eau au-dessus de ses cadres. A ce moment le sommet du périscope était à 2 mètres au-dessous du niveau de la mer, et, par conséquent, la réception se trouvait largement assurée pour une position du sous-marin le laissant complètement invisible.

Les postes français de Lyon, de Nantes, le poste italien de Rome, le poste allemand de Nauen étaient entendus. Nantes et Lyon étaient reçus à Gibraltar (1250 km.), à Brindisi (1750 km.), les cadres étant à 4 mètres sous l'eau; Nauen était entendu dans toute la Méditerranée.

Avec 10 mètres d'eau au-dessus des cadres, ces grandes stations n'étaient perçues qu'exceptionnellement. La longueur d'onde ne changeait pas sensiblement en plongée. Plus l'eau est chaude et salée, plus elle absorbe l'onde électromagnétique.

Des essais d'émission furent également faits, soit avec des cadres immergés, soit avec des antennes fortement isolées que des flotteurs maintenaient à la surface de l'eau. Les portées ne dépassèrent pas 30 kilomètres.

VIII. — Mesure de la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la terre.

60. Je reproduirai enfin, pour terminer l'étude des lois expérimentales de la propagation à grande distance des ondes, la note à l'Académie des Sciences (92) dans laquelle **H. Abraham, A. Dufour et G. Ferrié** rendent compte de leurs belles expériences sur la vitesse de propagation.

Méthode.

61. La méthode employée dérive de celle qui, dès 1911, avait permis à **MM. Claude, Driencourt et Ferrié** d'établir, entre Paris et Bizerte, que les signaux de T. S. F. se propagent avec une vitesse comparable à celle de la lumière. Cette méthode est en somme la méthode des coups réciproques, utilisée autrefois pour la mesure de la vitesse du son, mais adaptée à la T. S. F.

« Une station A_1 émet un premier signal, auquel une autre station A_2 répond par un autre signal. On note, en A_1, le temps T_1 qui s'écoule entre le départ du premier signal et le retour du second, et l'on note de même en A_2 le temps T_2 écoulé entre la réception et l'émission de ces mêmes signaux. Il est clair que T_1 doit être plus grand que T_2 et que $T_1 - T_2$ représente la durée du trajet aller et retour entre A_1 et A_2.

« Nous avons déterminé graphiquement les époques d'émission et de réception des signaux en utilisant des microgalvanomètres photographiques, décrits antérieurement par l'un de nous, qui enregistraient le courant redressé fourni par un détecteur à galène.

« Au moment du passage du train d'ondes, le galvanomètre reçoit une percussion qui se traduit par un angle vif sur le tracé photographique : c'est l'instant de cette percussion qu'il faut repérer. A cet effet, sur la bande de papier sensible, qui ne cesse de se dérouler, on photographie l'image d'une fente fixe, illuminée par éclairs instantanés à chaque oscillation d'un diapason *sans* entretien électrique. Outre le tracé galvanométrique, on inscrit ainsi sur le papier photographique une série de traits transversaux correspondant à des époques définies, entre lesquelles l'interpolation est facile[1].

« Soient n_1 et n_2 les nombres de vibrations correspondant aux intervalles de temps T_1 et T_2 qui séparent les signaux inscrits dans l'une et dans l'autre station. Soient a_1 et a_2 les

1. Pour les expériences à courte distance (Toul-Paris), en plus des vibrations du diapason étalon donnant les centièmes de seconde, nous inscrivions des vibrations plus rapides d'un diapason à entretien électrique, qui n'était utilisé que pour l'interpolation.

durées de vibration des deux diapasons. La durée du trajet aller et retour entre A_1 et A_2 est

$$t = T_1 - T_2 = n_1 a_1 - n_2 a_2 = a_1\left(n_1 - n_2 \frac{a_2}{a_1}\right)$$

On voit qu'il n'est pas nécessaire de mesurer les valeurs absolues des deux périodes a_1 et a_2 ; il suffit de connaître l'une d'elles avec une précision modérée, ce qui ne présente aucune difficulté, et de mesurer, mais cette fois-ci avec une extrême précision, le rapport des périodes qui figure dans la différence de deux membres très voisins.

« Ce rapport des périodes des diapasons est déterminée à distance par T. S. F. au cours même de l'expérience, en envoyant, de la station A_1, un troisième signal qui s'inscrit dans les deux stations. Il est permis d'admettre que le temps qui sépare les deux émissions de signaux faites par A_1 est égal à l'intervalle de temps qui sépare leurs réceptions en A_2. Le rapport des périodes des deux diapasons est alors égal au rapport des nombres de vibrations correspondants. A titre de contrôle, et pour éliminer l'influence d'une très petite variation possible dans le rapport des périodes des diapasons, on fait émettre un dernier signal par la seconde station et l'on fait ainsi une nouvelle mesure. Cette variation du rapport des périodes est peu importante quand on n'exagère pas les amplitudes. Ainsi, par exemple, dans une expérience (Toul-Paris), à dix secondes d'intervalle, nous trouvons comme valeur successive du rapport des périodes des diapasons : 0,6571972 et 0,6571955.

Causes d'erreur.

62. La précision de nos mesures est nécessairement limitée par l'incertitude des pointés micrométriques et par les irrégularités du mouvement du papier photographique. En prenant la moyenne de quelques inscriptions, on peut atteindre à peu près le $\frac{1}{100\,000}$ de seconde, quand les signaux sont puissants, comme ceux des émissions dites à étincelles rares. Moyennant une modification peu importante des montages, cette précision du $\frac{1}{100\,000}$ de seconde pourra ultérieurement être atteinte en toute certitude.

Avec les émissions musicales, au contraire, et quand on est vers la limite des portées des postes, comme dans nos expériences entre Paris et Washington, on ne peut pas toujours être sûr de reconnaître l'inscription de la première des étincelles très rapprochées qui constituent le signal, et cela peut causer des erreurs accidentelles atteignant l'intervalle de deux étincelles.

« Il peut y avoir, en outre, une faible erreur systématique qui n'interviendrait de façon appréciable que dans les mesures faites à très courte distance. Pour des expériences plus précises, il conviendra d'utiliser quatre antennes, dont deux servant pour l'émission des signaux, et deux pour la réception. Nous n'avons pas encore eu la possibilité de réaliser un tel montage.

Expériences.

63. Trois séries d'essais ont été faites : d'abord entre Paris et Toulon (juin 1913), puis entre Paris et Toul (juillet 1913), enfin, avec l'aimable collaboration de **M. Beauvais**, entre Paris et Washington (janvier 1914)...

« Les résultats de ces expériences sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Durée de propagation (aller simple) des ondes de T. S. F.

		Observations.
Paris-Washington.	0s,021.22.	Etincelles musicales à 1 000 périodes, grande distance, presque à la limite de portée.
Paris-Toulon.....	0s,002.37.	Etincelles rares ; moyenne distance.
Paris-Toul........	0s,000.97.	Etincelles rares ; courte distance.

« Si l'on cherche maintenant à déduire de ces nombres une valeur approchée de la vitesse des ondes, il convient de tenir compte surtout des expériences faites sur une assez grande distance, dans lesquelles n'intervient pas sensiblement l'erreur systématique que les expériences Paris-Toul ont révélée et dont nous poursuivons l'étude. La valeur qui paraît s'accorder le mieux avec l'ensemble des résultats est d'*environ 296 000 km. par seconde.*

« En résumé, il résulte de ces expériences préliminaires : 1° que la méthode chronographique que nous venons d'utiliser permet actuellement de mesurer une intervalle de temps avec une précision absolue qui peut atteindre $\frac{1}{100\,000}$ seconde ; 2° que les ondes de T. S. F. se propageraient le long de la surface du globe avec une vitesse apparente légèrement inférieure à la vitesse de la lumière. »

CHAPITRE III

INFLUENCE DE LA CONFIGURATION GÉOGRAPHIQUE DU SOL

Influence de la distribution superficielle des différents éléments. Influence des obstacles.

1. La propagation des ondes électromagnétiques subit *l'influence des défauts d'homogénéité de la surface de séparation de la terre et de l'atmosphère.* Ces défauts d'homogénéité peuvent se présenter en surface (suivant le tracé des rivières et des rivages de la mer, les affleurements des différentes couches géologiques, etc.), ou en profondeur (obstacles, dispositions orographiques des régions parcourues, constitution géologique de la croûte terrestre, etc.).

1° Influence de la distribution superficielle des différents éléments.

2. La façon dont sont réparties la terre et l'eau, ou plus généralement les terrains de constitutions variables à la surface du sol, peut avoir pour effet *des réfractions ou des courbures des rayons électromagnétiques, des réflexions et des interférences.*

La *forme des rivages* peut ainsi jouer un rôle important ; un rivage circulaire agira comme miroir circulaire ; les bassins de certaines rivières, creusés si souvent en forme de miroirs paraboliques, peuvent agir comme réflecteurs. C'est à des actions de ce genre que **W. Duddell et J.-H. Taylor** [27] attribuaient dans leurs expériences décrites ci-dessus certaines différences constatées dans les signaux reçus d'une même station émettrice (Howth), par le *Monarch,* suivant la position de ce navire par rapport au rivage.

Les *cours d'eau* exercent une influence marquée sur la propagation, les ondes électromagnétiques suivant de préférence les vallées des rivières. Ce fait, constaté en 1902 par **H.-B. Jackson** [14], a été cons-

tamment vérifié depuis. C'est ainsi que, dans des expériences où la station de réception était installée sur un train de chemin de fer, **L. de Forest** remarqua que l'intensité des signaux reçus augmentait fortement quand le train se rapprochait d'une rivière ([28]). De même pour les ondes émises ou reçues, en Méditerranée, dans le golfe du Lion, les directions nord (vallée du Rhône) et nord-ouest (vallée de la Garonne) sont des directions favorables. Les courbes suivantes,

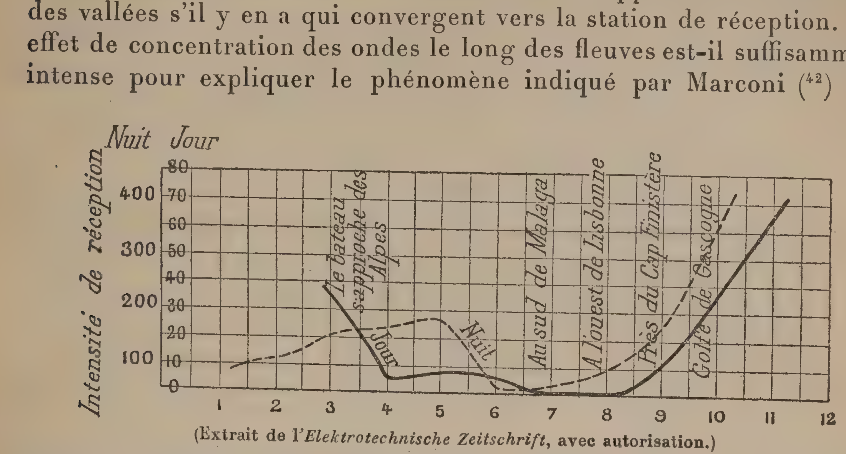


(Extrait de l'*Elektrotechnische Zeitschrift*, avec autorisation.)

Fig. 58. — Expériences de P. Schwarzhaupt. — Voyages du navire *Bremen*.

publiées par **P. Schwarzhaupt** ([45]) (fig. 59), représentent l'intensité des signaux reçus de Norddeich par un bateau faisant la traversée indiquée (fig. 58). On constate un renforcement très net des signaux quand le navire passe devant la vallée du Rhône. Les expériences radiogoniométriques qui permettent de déterminer la direction d'arrivée des ondes

mettent en évidence des faits du même genre. Cette direction n'est pas toujours celle de la station d'émission ; elle se rapproche des directions des vallées s'il y en a qui convergent vers la station de réception. Cet effet de concentration des ondes le long des fleuves est-il suffisamment intense pour expliquer le phénomène indiqué par Marconi ([42]) que



(Extrait de l'*Elektrotechnische Zeitschrift*, avec autorisation.)

Fig. 59. — Expériences de P. Schwarzhaupt. — Intensités des signaux de Norddeich reçus à bord du navire *Bremen* pendant la traversée.

les communications de nuit sont souvent plus faciles entre les navires situés dans la Méditerranée et les stations anglaises de la Manche (2 000 kilomètres de distance), qu'entre ces mêmes stations côtières et des bateaux situés à des distances plus faibles dans l'Atlantique nord ?

Quand les deux stations sont voisines du rivage de la mer, les ondes empruntent de préférence ce dernier chemin. Les radiogoniomètres semblent d'ordinaire rapprocher de la mer les stations d'émission situées plus ou moins à l'intérieur des terres. **J. Zenneck** considère comme possible, par exemple, que les ondes allant de la Méditerranée à la mer du Nord et *vice versa* emploient le chemin qui suit la mer, par Gibraltar, plutôt que celui qui traverse les Alpes.

J.-L. Eckersley a publié, en juin 1920, une intéressante étude sur la réfraction des ondes électromagnétiques sur les côtes, à la limite de la mer et des terres. Si l'on applique en effet le principe d'Huyghens aux ondes électromagnétiques, on trouve qu'elles doivent éprouver au passage une réfraction telle que :

(Extrait de *Radio Review*, avec autorisation.)

Fig. 60.

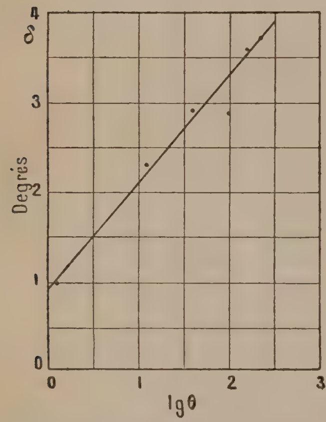
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \mu,$$

V_1 et V_2 étant les vitesses de propagation à la surface des deux milieux mer et terre, i étant l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction.

Si le rapport $\frac{V_1}{V_2}$ est voisin de l'unité, c'est-à-dire si r est voisin de i, l'erreur $\delta\Phi$ sur un relèvement radiogoniométrique doit être, si $\theta - 90$ est le relèvement vrai :

$$\delta\Phi = \frac{\mu^2 - 1}{\mu} tg\,\theta.$$

La courbe figure 61 montre quelques résultats obtenus à une station radiogoniométrique installée à Chypre, à moins de deux kilomètres d'une côte dirigée approximativement du nord au sud. Les ordonnées représentent les erreurs faites sur les relèvements de certaines stations connues; les abscisses sont les valeurs de tang θ, telles que $\theta + 90°$ soit le relèvement vrai. On voit que, sauf pour une observation, les points sont très près d'une ligne droite, ainsi qu'il résulterait de l'expression ci-dessus. L'erreur voisine de 1° qui correspond à $\theta = 0$, est une erreur systématique de la station. Les relèvements sont comptés à partir de la direction Nord, dans le sens des aiguilles d'une montre. Les points portés sur le diagramme sont les moyennes de nombreuses observations s'étendant sur une période de cinq mois. Les longueurs d'onde des stations observées étaient comprises entre 800 et 1100 mètres.



(Extrait de *Radio Review*, av. autoris.)

Fig. 61.

La valeur de μ déduite de la courbe fig. 61 est 1,02; la vitesse sur mer serait de 2 p. 100 supérieure à la vitesse sur terre.

La figure 63 représente une autre série d'observations. Les courbes indiquent les trajectoires probables des rayons électromagnétiques qui, partis de diverses stations situées en Palestine, arrivent à une station radiogoniométrique située près du Caire. Les relèvements observés sont presque toujours inférieurs d'environ 4° aux relèvements vrais. Les relèvements retenus sont la moyenne de très nombreuses opérations s'étendant sur plusieurs mois. Le tracé des rayons fut obtenu par approximations successives, de la manière suivante. On se donnait d'abord une valeur de μ, au moyen de laquelle on traçait l'un des rayons. Si la direction

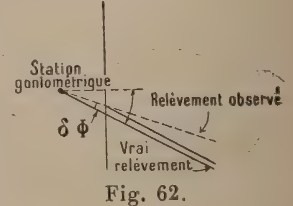
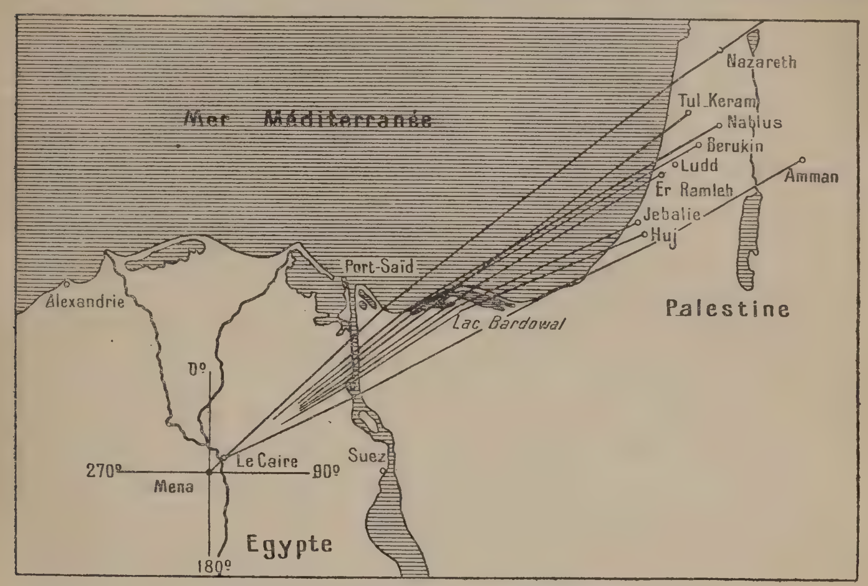


Fig. 62.

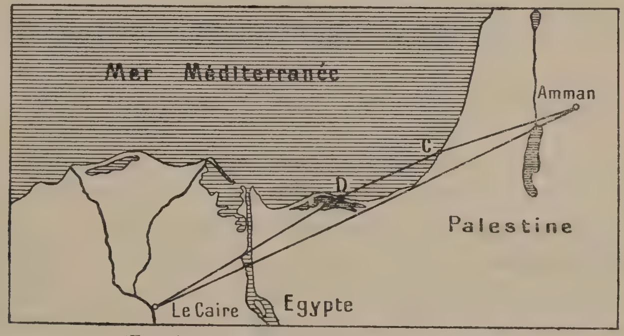
de la branche partant du Caire ne correspondait pas au relèvement observé, on augmentait ou diminuait la valeur de μ, de façon à s'en rapprocher, et l'on continuait ensuite, par approximations successives,



(Extrait de *Radio Review*, avec autorisation).

Fig. 63. — Expériences de J.-L. Eckersley sur la réfraction des ondes électromagnétiques.

jusqu'à ce qu'il y ait superposition parfaite entre la direction observée et la direction calculée.



(Extrait de *Radio Review*, avec autorisation).

Fig. 64. — Expériences de J.-L. Eckersley sur la progagation des ondes électromagnétiques.

On trouve ainsi que pour la même valeur de μ, soit 1,05, toutes les directions observées coïncident sensiblement avec les directions calculées, ce qui est une très remarquable confirmation de la théorie.

Quelques observations particulières trouvent également leur explication dans la théorie de la réfraction. On remarque, par exemple, que les rayons issus de la station d'Amman peuvent arriver au Caire par deux voies, l'une directe, l'autre indirecte, après deux réfractions ; il doit résulter, de la différence des chemins électromagnétiques, un déphasage et par conséquent un champ tournant, qui se manifestera par un minimum étalé et peu marqué ; c'est en effet ce qui fut observé (fig. 64). On constate également que deux stations radiogoniométriques distantes de 500 mètres seulement donnaient du relèvement d'Amman des valeurs très différentes, ce qui s'explique parce que les différences de phase, résultant des différences des longueurs électromagnétiques des rayons aboutissant à chacune des deux stations, ne sont pas les mêmes dans les deux cas.

T.-L. Eckersley constata en outre que le relèvement observé au Caire, d'une station sise à Damas et travaillant sur 2600 mètres de longueur d'onde, était exact, tandis qu'à des stations situées dans des directions voisines et sur des longueurs d'ondes de 600 à 1000 mètres ou à la même station émettant sur 1200 mètres, correspondaient des erreurs de 3 à 4 degrés. On voit donc que l'importance de la réfraction diminue quand la longueur d'onde augmente.

2° Influence des obstacles sur la propagation des ondes électromagnétiques.

3. Les obstacles que peuvent rencontrer les ondes tiennent, soit à la configuration géographique du sol (collines, montagnes), soit à des causes artificielles (arbres, bâtiments, etc.). L'effet des premiers a fait l'objet d'une série d'expériences de l'amiral Sir H.-B. Jackson.

Expériences de Sir H.-B. Jackson [14] (1902).

4. Les expériences étaient faites sur mer à des distances allant jusqu'à 260 kilomètres, entre deux stations dont l'une au moins était mobile. La station transmettrice émettait des séries de signaux de deux minutes, à la vitesse de 100 signaux à la minute. La réception avait lieu au cohéreur. On considérait la réception comme bonne quand tous les signaux étaient reçus, la portée limite était regardée comme atteinte quand on recevait 50 à 90 pour cent des signaux, comme dépassée quand on recevait moins de 50 pour cent des signaux.

Sir H.-B. Jackson constata que les obstacles causent en général une réduction de la portée par rapport à celle qui est obtenue en mer libre. L'effet dépend de la hauteur, de la forme, de l'épaisseur et de la nature de l'obstacle.

« L'examen des résultats montre des différences marquées entre les effets suivant les différentes constitutions de la terre interposée.

« Si on les résume pour les roches douces, la pierre à chaux douce, la pierre à chaux contenant une grande proportion de minerai de fer, le pourcentage de la portée à travers l'obstacle, par rapport à la portée en mer libre, est le suivant :

	Grès doux ardoise, etc.	Pierre à chaux dure.	Minerai de fer.
Portée maxima	81	68	< 40
Portée minima	56	25	< 23
Portée moyenne	72	58	< 32

« Considérons, d'abord, les roches douces : les deux portées (pour cent) maxima (80 et 81) constatées ont été obtenues par-dessus une terre plutôt basse de faible épaisseur; le minimum, 56 pour cent, est par-dessus une haute terre, deux fois moins épaisse que dans les premiers cas.

« Deuxièmement, la pierre à chaux. Le pourcentage maximum (68) est obtenu sur la couche la plus mince (voir 3*b*), le minimum (< 25), pour une montagne haute et abrupte à travers laquelle on ne pouvait obtenir aucun signal quelle que soit la distance, quoiqu'on en reçût sans difficulté par-dessus un promontoire bas de la même île et de la même formation, quand les deux bateaux s'étaient déplacés de façon à être séparés par la basse terre au lieu de l'être par l'obstacle élevé (3*h* et 3*g*).

« Troisièmement, les roches contenant du minerai de fer. Dans ce cas la réduction de portée enregistrée est toujours plus grande que dans les autres, — il était même exceptionnel de recevoir le moindre signal, — et le meilleur résultat enregistré dans une série d'essais fut une portée égale à 39 pour cent de celle qu'on obtient en mer libre.

« Le résultat indiqué sur la figure 6 est le plus concluant que j'aie obtenu pour montrer l'effet d'écran des roches dures contenant du minerai de fer, dans le passage des ondes à travers la terre. Le sommet du rocher montré sur la figure est un promontoire élevé extrêmement abrupt, étroit, qui tombe à pic, de telle sorte que le navire pouvait passer en toute sécurité à une distance de 100 mètres.

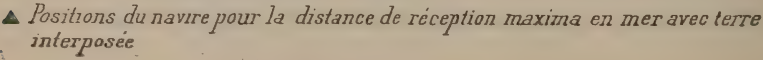
« Pour bien s'assurer de cette obstruction nettement délimitée, le bateau fut dirigé tout près de la terre et les positions de l'arrêt et de la reprise dans la réception des signaux furent soigneusement notées. Les signaux étaient envoyés continuellement d'un autre navire (à une distance de 18 milles) pendant toute la durée des essais, et consistaient en lettres F (..-. du code Morse) émis à la vitesse de 25 lettres par minute par mon transmetteur syntonique.

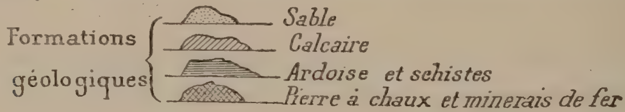
« Les résultats montrèrent que les signaux cessaient ou commen-

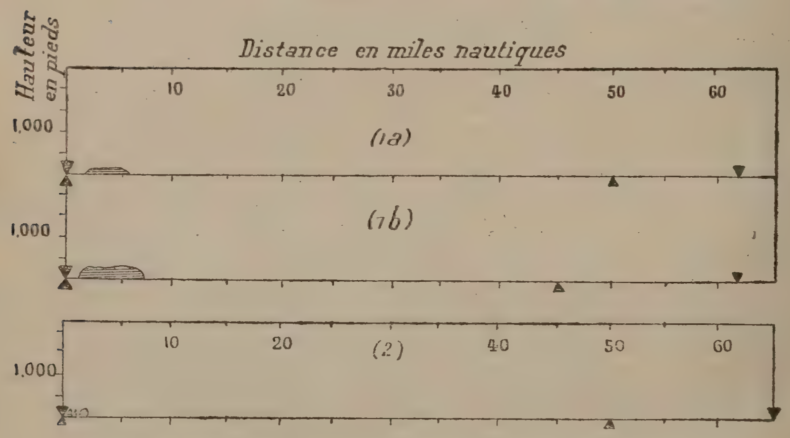
çaient tout d'un coup quand l'antenne traversait la tangente allant du vaisseau transmetteur au bord de l'obstacle. L'action était si soudaine qu'à un passage la fin du long signal de l'F fut la première indication qu'on recevait les signaux; à un autre passage, dans la direction opposée, le long signal d'un F fut le dernier signal reçu, le court manqua; ces résultats étaient extraordinaires, car, généralement, les signaux décroissaient graduellement, les traits se brisant, comme (-----), les plus courts apparaissant comme des points (.) avant que les signaux disparussent complètement.

« Un autre résultat intéressant est celui de la figure 4*b* : les signaux ne purent être échangés quand le bateau était tout près derrière la terre; ils furent reçus quand on s'éloigna de la terre dans la même direction. L'essai fut répété plusieurs fois pour vérification.

« Il est possible que le cas précédent soit de la même classe, car on remarqua que quand le bateau était loin du promontoire et aussi du navire transmetteur, quoique les deux navires fussent encore masqués par une haute terre d'épaisseur beaucoup plus grande qu'auparavant, quelques signaux isolés furent encore reçus, signaux qui passaient ni à travers ni autour de la terre, mais par-dessus, car ce navire était alors dans une baie fermée.

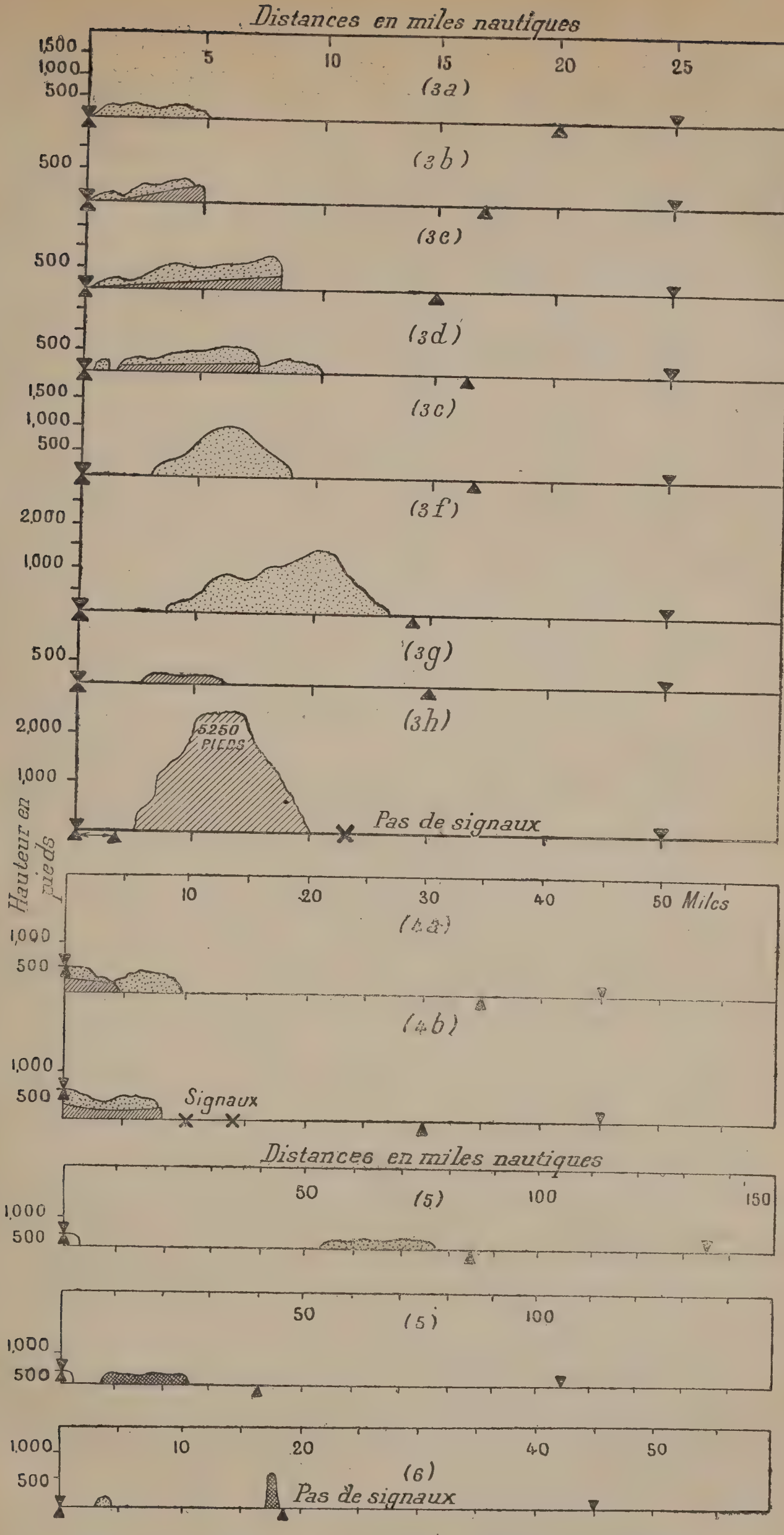






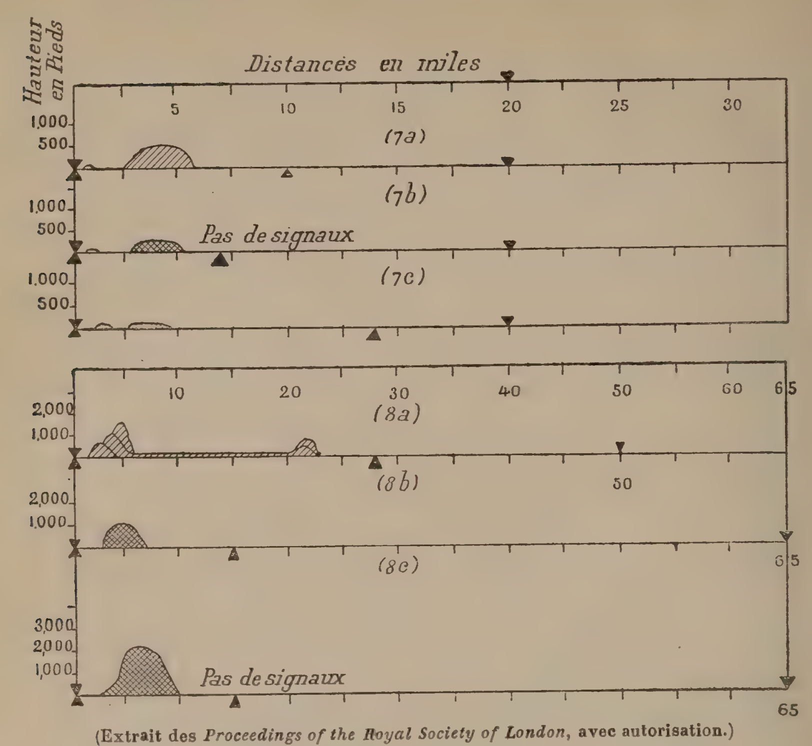
(Extrait des *Proceedings of the Royal Society of London*, avec autorisation.)

Fig. 65, 66, 67. — Expériences de H.-B. Jackson sur l'influence des obstacles (1902).



(Extrait des *Proceedings of the Royal Society of London,* avec autorisation.)

Fig. 68 et 69. — Expériences de H.-B. Jackson sur l'influence des obstacles (1902).



(Extrait des *Proceedings of the Royal Society of London*, avec autorisation.)

Fig. 70. — Expériences de H.-B. Jackson sur l'influence des obstacles (1902).

« Considérant maintenant les cas 3*e* et 3*f*, où la terre qui séparait les stations était à la fois plus haute et plus épaisse, et cependant n'arrêtait pas les signaux à des distances proportionnellement plus longues, on peut conclure que les ondes d'induction électrique, qui doivent passer de bateau à bateau pour former les signaux, peuvent dans certains cas traverser la terre. Ainsi : un des bateaux se trouvait le long d'une falaise verticale de hauteur considérable, et cependant la réduction de portée constatée n'était que de 12 pour cent.

« La figure 8 a donné un cas typique d'ondes passant à travers des vallées, et les résultats furent si marqués et si souvent répétés avec différents bateaux en des différentes occasions, qu'on put éventuellement déterminer grossièrement la route d'un bateau marchant à une vitesse connue, quoique distant de 25 miles, en notant les intervalles dans lesquels les signaux étaient reçus ou non, et comparant ces intervalles avec les temps qu'il fallait au bateau pour parcourir les distances séparant les vallées, vallées qui étaient bien marquées sur la carte et à travers lesquelles les ondes trouvaient évidemment un chemin plus libre que par toute autre route.

Numéro de référence.	Hauteur de l'antenne au-dessus de la mer. pieds anglais.	Distance de l'obstacle.	Caractéristiques de l'obstacle.				Hauteur de l'antenne au-dessus de la mer. pieds.	Portée maxima.		Pourcentage des deux portées maxima.
			Hauteur maxima. pieds anglais.	Epaisseur totale. miles nautiques.	Formations, strates, etc.	Nature de la surface.		En pleine mer. miles nautiques.	A travers l'obstacle. miles nautiques.	
1*a*	158	Miles. 2	150	4	Argile schisteuse.	Pâturage, humide.	178	62	50	81
1*b*	158	$1\frac{1}{4}$	250	7	Grès et ardoise.	Pâturage, humide.	178	62	45	73
2	125	Yards. 130	200	$2\frac{1}{4}$	Grès poreux.	Maisons, etc.	160	65	50	77
3*a*	125	250	250	6	Grès corailleux poreux.	Cultivé, humide.	160	25	20	80
3*b*	125	220	500	6	Grès corailleux poreux sur pierre à chaux.	Cultivé, humide.	160	25	17	68
3*c*	125	500	700	8	Grès corailleux poreux sur pierre à chaux.	Cultivé, humide.	160	25	15	60
3*d*	125	1000	500	7	Grès corailleux poreux sur pierre à chaux.	Cultivé, humide.	160	25	16	64
3*e*	160	Miles. 3	1083	6	Grès dur et marne.	Nu et sec, broussailles.	125	25	17	68
3*f*	160	4	1400	9	Grès dur et marne.	Nu et sec, broussailles.	125	25	14	56
3*g*	160	3	120	3	Pierre à chaux semi-cristalline.	Nu et sec, broussailles.	125	25	15	60
3*h*	160	1 à $2\frac{1}{2}$	5250	7	Pierre à chaux semi-cristalline.	Nu et sec, broussailles.	125	25	pas de signaux.	très petit.
4*a*	150 + 500	Sur terre.	500	> 9	Grès poreux.	Cultivé, humide.	110	45	35	78
4*b*	150 + 500	Sur terre.	600	> 8	Grès poreux sur pierre à chaux.	Cultivé, humide.	110	45	30, mais rien de 10 à 14.	67
4*c*	150 + 500	Sur terre.	400	22	Grès.	Cultivé, humide.	130	135	85 et plus.	> 63
5	154 + 330	3	500	17	Pierre à chaux et minerai de fer.	Cultivé, humide ou sec.	125	105	40	39
6	125	Yards. 100	800	$\frac{1}{4}$	Pierre à chaux et minerai de fer.	Cultivé, humide.	110	45	Rien à 18.	> 40
7*a*	85	Miles. $3\frac{1}{2}$	834	$2\frac{3}{4}$	Pierre à chaux.	Broussaille et bois, humide.	55	20	10	50
7*b*	85	$3\frac{1}{2}$	432	$1\frac{3}{4}$	Pierre à chaux et beaucoup de minerai de fer.	Broussaille et bois, sec.	55	20	Rien à 7.	> 35
7*c*	85	3	260	$1\frac{1}{2}$	Grès.	Broussaille et bois, sec.	55	20	14	70
8*a*	125	1	1800	22 16 de plaine.	Pierre à chaux. Vallée entre des collines.	Broussaille et bois, humide.	130	50	28	56
8*b*	125	2	1200	4	Pierre à chaux et minerai de fer.	Nu, humide et sec.	160	65	15	23
8*c*	125	2	2060	6	Pierre à chaux et minerai de fer.	Nu, humide et sec.	160	65	Rien à 15.	> 23

« Nous avons ainsi constaté d'une façon certaine que *les ondes d'induction électrique peuvent passer :*

1° A travers la terre;

2° Au-dessus de la terre;

3° Autour de la terre,

mais qu'une grande proportion de leur énergie est perdue en même temps; enfin que l'effet d'écran de la terre varie avec sa nature, et est plus grand pour le minerai de fer que pour la pierre à chaux seule, et plus grand pour cette dernière que pour les roches douces. Je n'ai enregistré aucun effet qui pût être attribué à l'interférence des ondes, par suite de réflexions sur un fonds montagneux. »

Influence de la longueur d'onde. — Influence du jour et de la nuit.

5. **Marconi**, le premier, a signalé le fait, maintenant universellement reconnu, que, dans les communications à grande distance, la diminution d'énergie reçue par suite de l'interposition d'obstacles est, le jour, beaucoup plus grande pour les ondes courtes que pour les longues; la différence semble disparaître pendant la nuit.

Les courbes (fig. 14) obtenues par **Schwarzhaupt** ([63]) dans une série d'essais effectués entre Nauen et une station terrestre distante de 1 000 kilomètres par-dessus des montagnes, confirment ces résultats généraux. Elles représentent, pour trois longueurs d'ondes, les variations de l'intensité des signaux reçus suivant l'heure du jour. On voit que les grandes longueurs d'onde sont favorables au trafic diurne, tandis que les courtes donnent de plus grandes intensités pendant la nuit.

Les courbes de **Schwarzhaupt** ([45]) reproduites (fig. 58 et 59) font ressortir les résultats suivants : l'influence des Alpes et des montagnes espagnoles sur les communications entre Noddeich ($\lambda = 1\,650$ m.) et la Méditerranée ou l'Atlantique est plus grande le jour que la nuit. Dans l'expérience décrite, les montagnes espagnoles empêchaient complètement la communication de jour.

Si les stations sont très rapprochées des montagnes, les signaux de nuit peuvent être réduits comme ceux du jour. L'expérience suivante, rapportée par **W.-H. Eccles** ([70]), est un exemple de ce cas :

Un bateau qui allait de Fremantle à Melbourne (Australie), portant une station de 1,5 kw., recevait très faiblement de Fremantle, à une distance de 550 kilomètres, par-dessus une longue chaîne de mon-

tagnes, à minuit, tandis qu'il pouvait communiquer avec Melbourne, à une distance de 2 340 kilomètres sur mer.

Effet des arbres, des constructions.

6. La réduction d'énergie par suite de l'interposition d'arbres entre les deux stations, dans le cas des courtes distances, a été mise en évidence par **Duddell et Taylor** ([27]) (voir ch. I, § 17). Les courbes (fig. 8) reproduites d'après le mémoire original montrent bien cette influence. Elles font voir aussi qu'elle est d'autant plus sensible que les stations sont plus rapprochées de l'obstacle.

Les constructions élevées, surtout placées dans le voisinage des stations, peuvent réduire dans de fortes proportions l'énergie reçue. Cet effet, universellement reconnu, a été signalé en particulier par **A.-H. Taylor** ([73]).

Fig. 71.

Conclusion.

7. Il résulte des expériences décrites que *les trois cas suivants peuvent se présenter* (fig. 71).

1° *Les ondes traversent l'obstacle;*

2° *Les ondes suivent la surface de l'obstacle;*

3° *Les ondes sont arrêtées par l'obstacle.*

Le premier cas est celui d'un obstacle isolant.

Le deuxième est celui d'un obstacle conducteur de grande épaisseur par rapport à la longueur d'onde.

Le troisième est celui d'un obstacle conducteur de faible épaisseur.

CHAPITRE IV

INFLUENCES MÉTÉOROLOGIQUES PHÉNOMÈNES DIVERS

Influences météorologiques.

1. Les observations quantitatives au sujet des influences météorologiques sont assez peu nombreuses ; d'autre part, il est assez difficile, dans la plupart des cas, de séparer les unes des autres les actions différentes qui affectent en même temps la propagation. Ceci explique pourquoi l'étude des influences météorologiques est actuellement très peu avancée.

H.-B. Jackson ([14]), **A.-Hoyt Taylor et Albert-S. Blatterman** ([109]), **E.-W. Marchant** ([107]) remarquent qu'un ciel ensoleillé est défavorable à la transmission, tandis qu'un ciel nuageux semble correspondre aux meilleures conditions,

La pluie semble également favoriser la transmission : deux courbes de **E.-W. Marchant** ([107]) montrent un accroissement marqué de l'intensité des signaux deux heures après la pluie (voir ch. VIII).

D'après **H.-B. Jackson** ([14]) le sirocco, vent humide et chargé de poussières venant de la côte africaine, réduit considérablement l'intensité dans la Méditerranée. **Wildemann** retrouve la même action du vent dans l'Alaska, et **J.-G. Balsilie** ([94]) en Australie.

J.-G. Balsillie ([94]) observa une légère diminution d'intensité par temps brumeux.

La propagation des signaux semble éprouver d'importantes perturbations au voisinage des aurores boréales. Les constatations suivantes ont été faites :

J. Erskine-Murray rapporte qu'au Canada un accroissement de signaux de six fois la normale a été constaté après une aurore boréale.

W. Eccles ([70]) cite les observations suivantes :

« C.-H. Taylor travailla avec plusieurs stations de l'American Marconi C° près du cercle arctique, pendant trois mois d'hiver, il y a quelques années. Il trouva que l'aurore exerce une très profonde influence sur les signaux, influence toujours favorable. Quelquefois, quand les signaux étaient trop mauvais pour être lus, l'apparition d'une aurore avait instantanément pour effet une bonne communication ; puis, si durant la réception les signaux devenaient faibles, le télégraphiste allait à la porte du poste, regardait dans la nuit, et

constatait, comme il le prévoyait, que l'aurore avait disparu. Ses effets les plus importants étaient constatés quand l'aurore s'étendait tout autour du zénith. Depuis lors on a constaté que, même à une latitude aussi faible que celle de Montréal, des portées exceptionnelles sont très fréquentes les nuits de brillantes aurores. »

On trouve d'autres observations en sens inverse.

« Pendant un service radiotélégraphique entre les stations de Spitzberg et d'Ingoe (près d'Hammerfest) — système Telefunken — d'intéressantes observations ont été faites. Au moment de l'apparition de l'aurore, les signaux venant de Spitzberg à Ingoe étaient tellement affaiblis que la réception du son était souvent difficile; pendant de plus longues périodes les signaux disparurent complètement. Quand une aurore apparaissait au Spitzberg, tandis qu'on ne voyait rien à Hammerfest, les signaux parvenaient tout d'un coup à Hammerfest avec une intensité beaucoup plus grande qu'auparavant. »

Enfin W.-H. Eccles [41] a constaté que pendant un orage magnétique observé à Londres le 25 septembre 1909, les parasites reçus étaient d'un caractère tout à fait ordinaire, ni fréquents ni forts, et les signaux ne différaient pas notablement de ceux qu'on recevait généralement. (On sait les relations étroites qui existent entre les aurores boréales et les perturbations magnétiques.)

On a observé dans certains cas l'impossibilité de communiquer au voisinage d'éruptions volcaniques.

Phénomènes de transmission asymétrique.

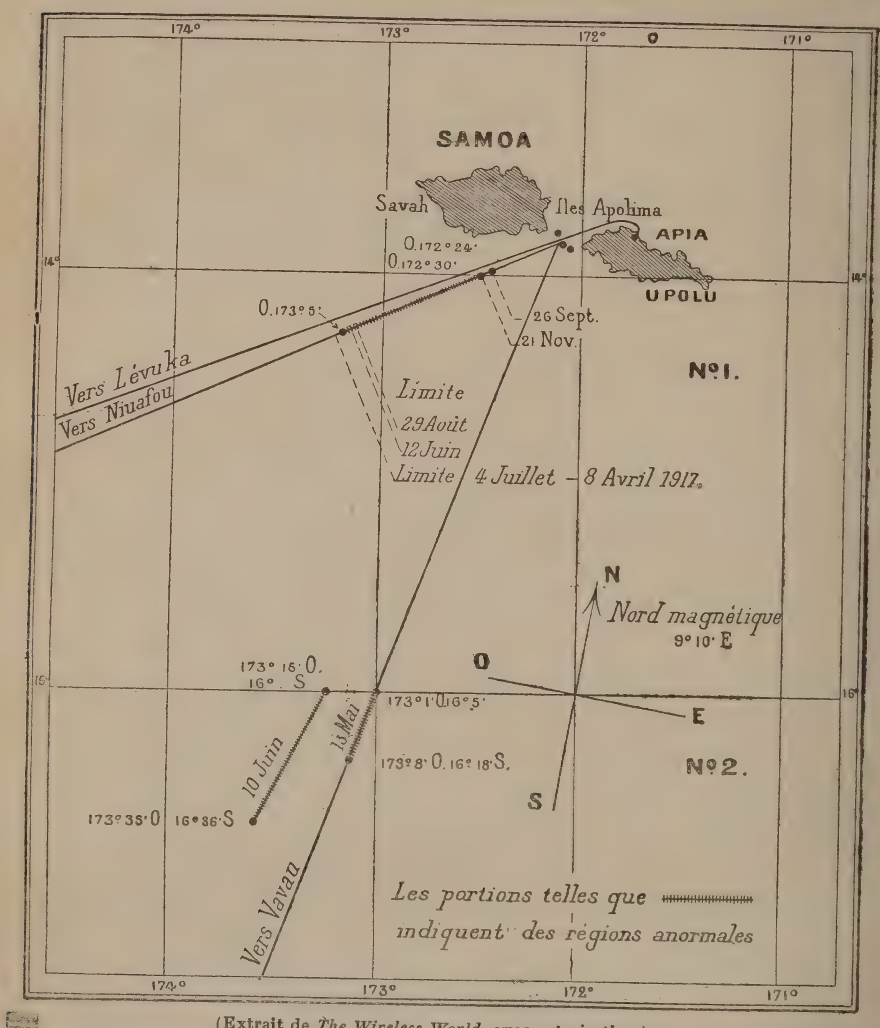
2. **G. Marconi** [57] a rapporté, en 1911, les phénomènes de transmission asymétrique suivants :

« En ce qui concerne les stations de moyenne puissance employées sur les bateaux et qui, suivant les prescriptions de la convention internationale, utilisent des longueurs d'onde de 300 à 600 mètres, la distance à laquelle il est possible de communiquer de jour est généralement la même quel que soit l'azimut des bateaux les uns par rapport aux autres ou par rapport aux stations côtières, tandis que la nuit, des phénomènes intéressants et apparemment curieux sont observés. A plus de 1 000 miles de distance, des bateaux situés au delà de la côte de l'Espagne ou autour de la côte d'Italie peuvent presque toujours communiquer pendant les heures d'obscurité avec les stations du Post-Office installées sur les côtes d'Angleterre et de l'Irlande, tandis que les mêmes bateaux, à des distances semblables, sur l'Atlantique, à l'ouest de ces îles, sur la route ordinaire entre l'Angleterre et l'Amérique, peuvent difficilement communiquer avec ces stations côtières, s'ils ne sont munis d'appareils particulièrement puissants.

« On remarquera aussi que pour atteindre les bateaux dans la Méditerranée les ondes électriques ont à traverser une grande partie de l'Europe, et, dans beaucoup de cas, les Alpes. Des parcours sur terre aussi longs, et surtout s'ils comprennent de très hautes montagnes, constituent, ainsi qu'on le sait, un obstacle insurmontable à la propagation des ondes courtes pendant le jour. Quoiqu'il n'y ait pas d'obstacles semblables entre les stations anglaises ou irlandaises et les bateaux en route pour l'Amérique du Nord, dans l'Atlantique nord, une portée de nuit de 1 000 miles n'est obtenue que très rarement. Les mêmes effets sont généralement observés quand les bateaux communi-

quent avec des stations situées sur la côte américaine de l'Atlantique. »

Marconi a noté des effets du même ordre pour les grandes longueurs d'ondes. Tandis que les signaux venant de Clifden et reçus au Canada



(Extrait de *The Wireless World*, avec autorisation.)

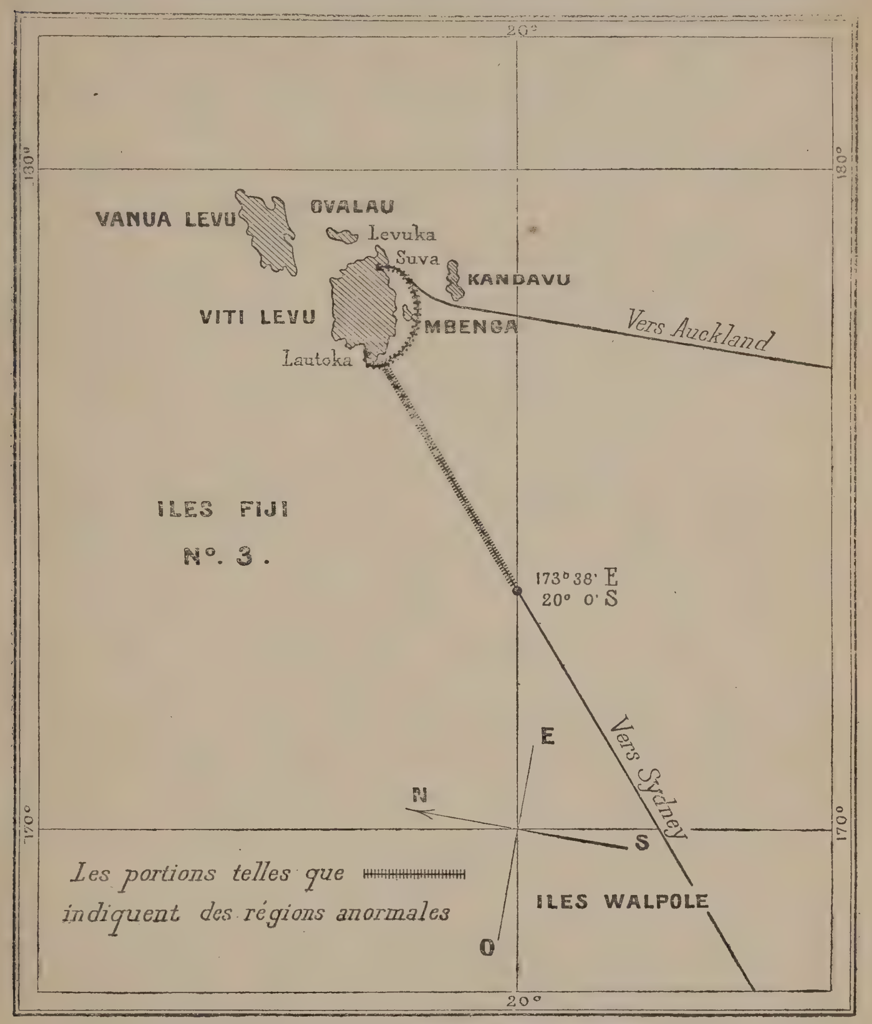
Fig. 72.

ne sont pas plus forts la nuit que le jour, les ondes émises par la même station sont bien reçues la nuit à Buenos-Aires, tandis qu'elles ne peuvent être perçues le jour.

D'autres exemples de propagation dissymétrique ont été notés. Les suivants sont particulièrement intéressants : ils montrent une dissy-

métrie telle que toutes les ondes venant d'une direction sont éteintes, tandis que celles de la direction opposée sont normalement reçues.

Les observations furent faites à bord du vapeur *Atua*, d'avril à novembre 1915 (108).
« D'une série d'observations faites pendant le cours du service radiotélégraphique ordi-



(Extrait de *The Wireless World*, avec autorisation.)

Fig. 73.

naire, il apparaîtrait qu'il existe certaines régions de pleine mer dans lesquelles la communication avec toutes les stations situées à l'ouest est fortement entravée, tandis que, pour les stations situées à l'est du même méridien, tout se passe normalement. La situation de ces régions semble rester toujours la même, et leurs limites semblent bien nettement définies. L'effet unidirectionnel est tout à fait constant et très marqué, le rapport de l'intensité des signaux affaiblis à l'intensité normale étant au plus 1 à 9. Plusieurs de ses régions ont été rencontrées par l'auteur, dans lesquelles l'effet est partout le même et de même sens. Mais,

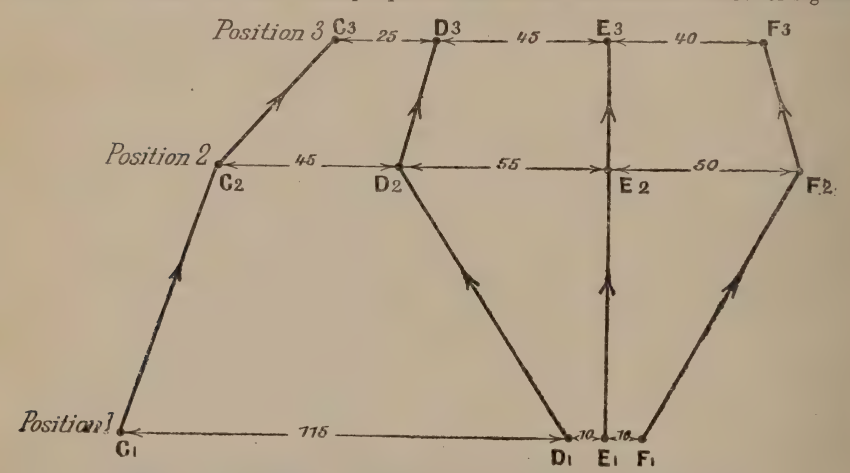
en l'absence d'expériences systématiques avec les stations affaiblies, on ne peut obtenir que des résultats peu nombreux. La région marquée sur la carte n° 1 ci-contre a fourni la série la plus sûre d'observations, et est située sur la route des navires d'Apia (Samoa) à Leouka (Fiji). Sa limite ouest coupe la route à 173° 5′ W. de longitude et 14° 16′ S. Les stations dont les signaux furent observés étaient :

A l'ouest du méridien : Suva (Fiji) et Awanin (N. Z.).

A l'est du méridien : Apia (Samoa anglaise), Pago-Pago (Samoa américaine) et le vapeur *Marama*, près de Rarotongo.

« A quatre occasions (17 avril, 12 juin, 4 juillet, 1er août), la station de Suva se trouvait travailler quand l'*Atua* quittait la région du côté ouest, ainsi qu'en témoignait l'accroissement régulier des signaux. Les positions du navire à ces moments, prises à l'estime, tombent dans un cercle de 4 miles, diamètre qu'on peut attribuer à l'inexactitude dans l'heure, etc. Il semblerait par conséquent que la situation de cette région est tout à fait constante. Le temps pris par les signaux pour passer du minimum au maximum est d'environ une heure, ce qui corrrespond à une marche de 10 à 12 miles. La limite est n'a pas été aussi nettement localisée, mais paraît se trouver entre 172° 34′ W, où l'intensité de Suva était 8, et 172° 30′ où l'intensité était 1.

« Dans cette région, les signaux éprouvent la même variation quel que soit le sens de la propagation, c'est-à-dire que Suva n'entend pas les signaux émis par l'*Atua*, quoique le travail fait par-dessus la région, l'*Atua* étant au delà de la limite est, puisse se faire sans difficulté. Nous pouvons citer l'exemple particulier suivant de contraste entre les signaux



(Extrait des *Proceedings of the Royal Society of London*, avec autorisation.)

Fig. 74.

de l'ouest et de l'est : le 15 mai, tandis que l'*Atua* était dans la région définie et incapable de communiquer avec Suva, le vapeur *Marama* se trouvant près de Rarotonga, à environ 1 000 miles à l'est de l'*Atua*, était bien entendu. Les deux autres stations orientales, Apia et Pago-Pago, ne subissaient aucune influence.

« Une autre région semblable (n° 2), indiquée sur la carte, fut observée entre Vavau et Apia, les limites est et ouest étant observées à 173° 3′ W., 16° 0′ S., et 173° 35′ W., 16° 36′ S., respectivement. Cette région peut être une continuation de la première. S'il en est ainsi, on remarquera que l'ensemble serait presque exactement parallèle au méridien magnétique en ce point.

« Les signaux émis par Awanin, situé au sud et légèrement à l'ouest de cette région, sont affectés d'une façon semblable, plus spécialement pour la longueur d'onde de 1 800 mètres, pour laquelle ils tombent au quart de leur valeur. L'onde de 600 mètres est moins affectée ; les signaux baissent de moitié seulement. On peut remarquer que, dans aucun cas, l'effet n'est aussi marqué que pour Suva, qui est plus à l'ouest.

« Il semble exister encore une troisième région de grande surface qu'on rencontre en

quittant Lautoka pour Sydney, et qui dure environ 20 heures, soit 250 miles. Là, on n'entend jamais de signaux venant de l'ouest, quoique Brisbane et Nouméa soient parfaitement audibles à cette distance. Au delà de cette limite, qu'on atteignit une fois au milieu de la veille du soir, Brisbane arrive avec l'intensité 10 (à plus de 1 200 miles), et Nouméa avec l'intensité 9, de même que beaucoup de stations de bord entre Sydney et la Nouvelle-Zélande et sur la côte est de l'Australie. La position de cette limite serait environ 173° 38′ E., 20° 0′ S.

« Dans la région affectée, Suva, Pago-Pago et l'onde de 1 800 mètres d'Apia (tous à l'est) sont très bien reçus. L'onde de 600 mètres d'Apia est trop gênée par un effet d'écran pour être perçue. La région comprend aussi toute la traversée de Suva à Lautoka.

« L'examen de la carte montrera que, dans ces régions, il ne peut être question d'un effet d'écran au sens ordinaire, puisque, dans la plupart des cas, il n'y a aucune terre entre les stations, en particulier pour le poste de Suva, qui fait face à la mer à l'est de l'île. Il n'y a rien dans la situation ou dans la composition du fond de la mer qui puisse suggérer une explication des phénomènes enregistrés. »

3. Enfin, l'amiral **Sir H.-B. Jackson** (14) a noté, en Méditerranée, la présence des zones de silence (fig. 74).

« Ce phénomène se manifeste par un affaiblissement graduel et quelquefois par la disparition complète des signaux, quand la distance des deux bateaux augmente, jusqu'à un certain point, à partir duquel les signaux augmentent de nouveau quand la distance augmente. Dans la plupart des cas l'affaiblissement des signaux est constaté à la moitié (ou environ) de la portée en pleine mer, dans les mêmes circonstances.

« Les trois exemples suivants sont typiques (les distances sont comptées en miles nautiques) :

« *a*) Un vaisseau A s'éloigne d'une station B pour déterminer la portée maxima en pleine mer. A 48 miles les signamx s'affaiblissent; ils disparaissent à 57 miles, réapparaissent à 65, et sont reçus jusqu'à 100 miles.

« *b*) Quatre bateaux C, D, E, F font les routes indiquées sur la figure 74, la portée maxima entre chaque couple étant environ 100 miles. On considère particulièrement les signaux transmis par D.

« Dans la position 1, les signaux de D sont reçus par E et F, non par C.

« Dans la position 2, les signaux de D sont reçus par F, non par E et C.

« Dans la position 3, les signaux de D sont reçus par C et F, non par E.

« C ne commence à transmettre qu'en atteignant la position (2) et ses signaux sont reçus par D et E, jusqu'à la position (3) où l'essai est terminé.

« Les signaux de E, peu nombreux, furent reçus par C et D dans la position (3), mais pas par D dans la position (2).

« *c*) Dans le troisième exemple, des bateaux D et F firent indépendamment un essai semblable. Entre 45 et 55 miles aucun signal ne put être échangé quel que fût le poste de transmission; à 60 miles et au-dessus, et au-dessus de 40, la communication était parfaite. »

CHAPITRE V

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES SIGNAUX PARASITES

Classification des parasites au point de vue de leur effet sur les récepteurs.
Variation annuelle.
Variation diurne.
Diverses sortes de parasites.
Expériences sur la direction d'origine des parasites.
Influence de la longueur d'onde.

1. Il nous reste à signaler la présence des *signaux parasites, qui se manifestent la plupart du temps sous forme de brusques détonations* dans les récepteurs des stations radiotélégraphiques, et sont quelquefois assez nombreux pour faire l'effet d'une friture continue, analogue à celle qu'on entend souvent sur les lignes téléphoniques.

La distribution des parasites éprouve, comme l'intensité des signaux, *une variation diurne et une variation annuelle.* Ils varient beaucoup avec la situation géographique du lieu d'observation.

Dès 1902, **H.-B. Jackson** (14) remarqua qu'ils sont beaucoup moins fréquents dans les régions tempérées que sous les tropiques et qu'ils sont particulièrement importants dans la Méditerranée.

Les stations à grandes antennes sont plus sensibles aux parasites, et, pour une même antenne, le nombre de parasites enregistré est d'autant plus grand que les circuits sont accordés pour une plus longue onde.

Classification des parasites au point de vue de leur effet sur les récepteurs.

2. Au point de vue de leur effet sur les écouteurs téléphoniques des installations de réception, W.-H. Eccles a classé les parasites en *trois catégories.*

1° Ceux qui produisent de violents *claquements* (*clicks*) dans le téléphone.

2° Ceux qui se manifestent par un *sifflement* d'une certaine durée (*hissing*).

3° Ceux qui se traduisent par un *bruit de roulement* continu (*grinders*). Ces derniers sont particulièrement intenses sous les tropiques; ils sont soumis à des variations diurnes et à des variations annuelles.

Variation annuelle de l'intensité et de la fréquence des parasites.

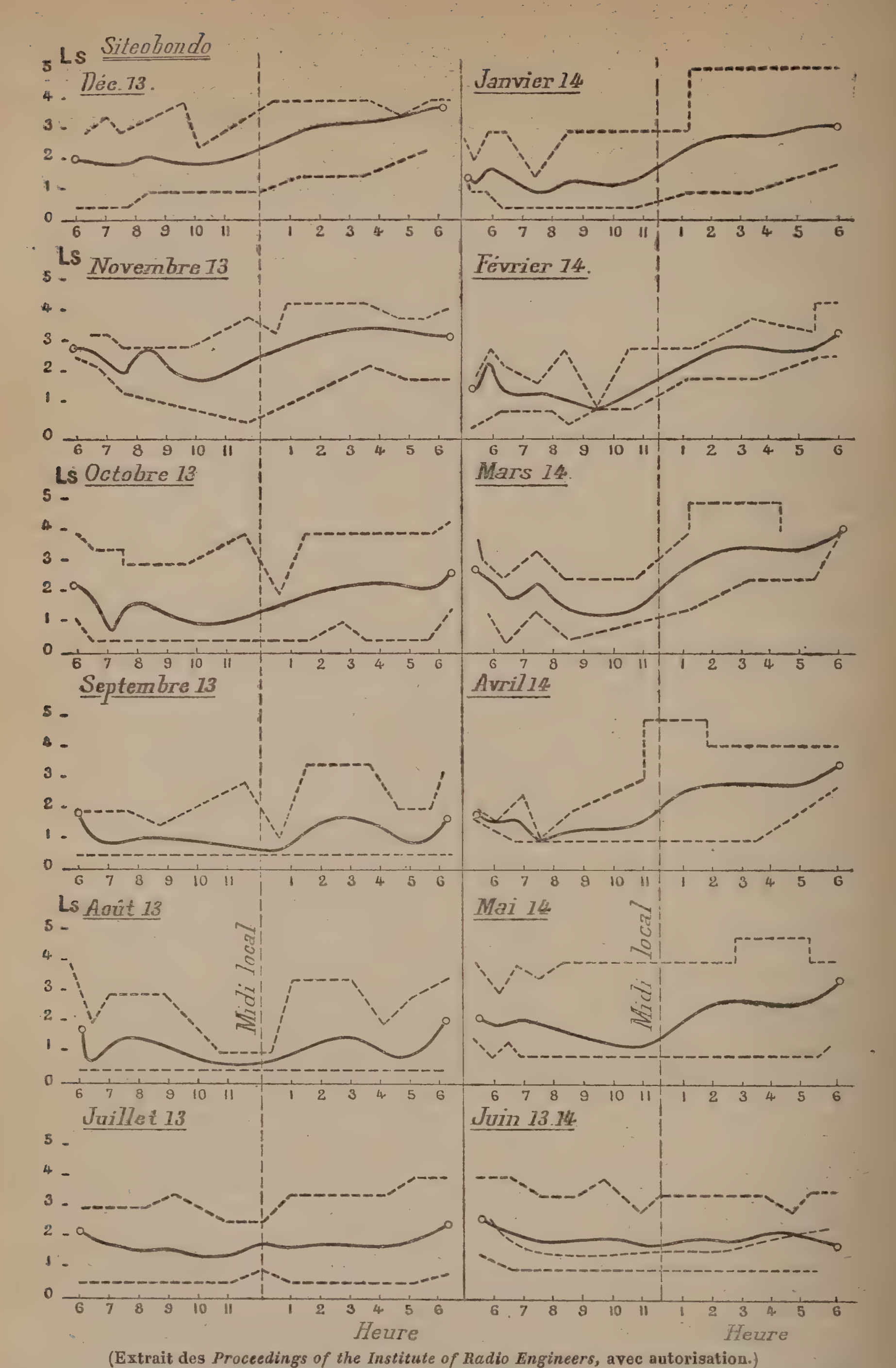
3. **H.-B. Jackson** (14) notait déjà en 1902 que les parasites sont plus nombreux en été et en automne, et tous les praticiens de la radiotélégraphie ont observé cette variation annuelle de leur intensité et de leur fréquence.

G. Loring (55) a donné les chiffres suivants relatifs à la fréquence des parasites dans une station côtière anglaise : les observations ont duré pendant une année; la station nota 670 heures de perturbations; 221 heures de parasites modérés; 285 de parasites forts; 385 heures de perturbations telles qu'elles rendaient tout trafic impossible. La répartition entre les différents mois de l'année fut la suivante :

Mois.	Durée totale des perturbations en heures.		
	Parasites modérés. Sans influence sur le trafic.	Parasites forts. Travail difficile.	Parasites très forts. Travail impossible.
Janvier	—	—	0,50
Février	—	—	1
Mars	—	2	—
Avril	18,75	3	13,75
Mai	17	43	60
Juin	13	46,5	17,25
Juillet	44	52	53
Août	20	51	71
Septembre	27	42	94
Octobre	63	25	71
Novembre	15	18	2
Décembre	4	3	2

Les figures 10 et 11 donnent les résultats publiés par **J.-G. Balsillie** (94) pour l'Australie; elle donnent l'intensité moyenne des signaux parasites pour les différentes saisons.

4. Nous reproduirons enfin, dans cet ordre d'idées, les courbes de



(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 75. — Expériences de Cornélis J. de Groot (1917). — Variation journalière de l'intensité des parasites, à la station de Siteobondo (Indes néerlandaises).

——— courbes des valeurs moyennes.

- - - - courbes des valeurs maxima et minima.

la figure 75, qui représentent, d'après **Cornélis-J. de Groot** ([113]), la variation journalière moyenne, pour chaque mois, des parasites observés à la station de Landangem (Java), de juin 1913 à juin 1914. (Les courbes moyennes de juin 1913 et juin 1914 coïncident.)

L'intensité des parasites est portée en ordonnées. Elle est évaluée d'après les principes suivants :

Intensité 0. Pas de parasites : cas qui ne se présente jamais.

Intensité 1. Parasites ne gênant pas la réception de signaux musicaux (fréquence d'étincelles 1 000) d'audibilité 10 (réception avec détecteurs à silicium).

Intensité 2. N'empêchant pas la réception des signaux précédents, mais obligeant à quelques répétitions. Signaux d'audibilité 20 à 30, bien lus à la vitesse de 12 mots à la minute, et la fréquence d'étincelles 1 000.

Intensité 3. Réception des signaux d'audibilité 10 très difficile, possible à faible vitesse seulement et avec beaucoup de répétitions. Signaux d'audibilité 60 bien reçus.

Intensité 4. Communication impossible avec les signaux d'audibilité 10. Travail possible seulement avec des signaux très forts, d'audibilité de l'ordre de 500.

Intensité 5. Empêchant toute communication même avec les signaux les plus forts. Observés seulement une heure ou deux, les plus mauvais jours de l'année.

Dans chacun des graphiques de la fig. 75, le trait plein représente la valeur moyenne pour chaque heure du jour, les lignes pointillées donnent les valeurs limites observées.

On constate que, tandis qu'il est possible de tracer une courbe qui représente la variation journalière moyenne pendant un mois, les valeurs individuelles relevées à la même heure les différents jours du mois varient dans de larges limites.

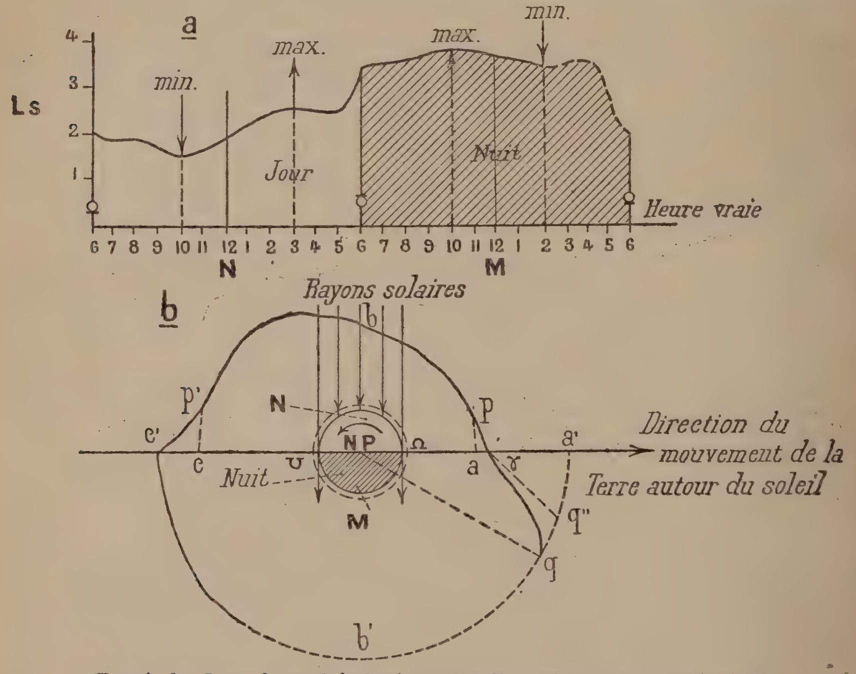
Les caractéristiques sont de plusieurs formes :

1° Forme ⌣. Ce type de caractéristique symétrique, qui est fréquent dans les stations européennes, n'est observé que pendant les mois de l'année (juin, juillet, août) pendant lesquels l'altitude du soleil est minima (période des vents alizés d'est). Les parasites décroissent lentement jusqu'à midi pour augmenter ensuite. Cette période est la plus favorable aux radiocommunications.

2° Forme —⌣. La caractéristique d'août n'est déjà plus exactement symétrique, et, quand l'altitude du soleil augmente, la forme change de plus en plus, surtout dans l'après-midi ; pour devenir d'une façon générale : —⌣ (septembre, octobre, mars, avril, mai). Période orageuse, durant laquelle aucune des deux sortes de vents alisés n'a une importance prédominante. Radiocommunications possibles le matin, difficiles l'après-midi.

3° Forme ⁀‿. Quand l'altitude du soleil augmente encore, et que les alizés d'ouest deviennent permanents, la caractéristique prend la forme ⁀‿, avec des valeurs élevées le matin (novembre, décembre, janvier, février). Radiocommunications impossibles.

La figure 76 donne la variation moyenne journalière pendant l'année entière, y compris la nuit. Toutefois, en raison du petit nombre d'observations de nuit, la partie pointillée n'est pas absolument certaine. On note que l'intensité des parasites est plus élevée la nuit que le jour.



(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 76. — Cornélys-J. de Groot, 1917. — Variation moyenne journalière des parasites (moyenne faite pour une année).

Environ deux heures avant le lever du soleil, les parasites commencent à s'affaiblir, jusqu'à passer par un minimum vers dix heures du matin. Ils augmentent ensuite jusqu'à trois heures du soir, restent à peu près constants jusqu'à une heure avant le coucher du soleil, puis croissent rapidement jusqu'à la valeur de nuit.

La figure 76 montre aussi la caractéristique moyenne de l'année tracée en coordonnées polaires autour de la section circulaire de la terre. La direction d'incidence des rayons solaires et le sens de rotation de la terre sont indiqués. On voit que le diagramme polaire est constitué de deux demi-ovales ($a\,b\,c$, $a^{\vee}\,b'\,c'$), de dimensions différentes

pour les observations de jour et de nuit, symétriques par rapport à la direction du mouvement de la terre autour du soleil, et qui se raccordent par les portions de courbes *pq*, *p'q'*, correspondant au lever et au coucher du soleil.

Variation diurne de l'intensité et de la fréquence des parasites.

5. La variation diurne de l'intensité et de la fréquence des parasites a été notée depuis longtemps. **H.-B. Jackson** indique que, dans la Méditerranée, ils atteignent leur maximum entre 20 et 22 heures, et durent fréquemment toute la nuit; on observe un minimum de perturbation entre 9 heures et 13 heures.

Cette recrudescence d'intensité et de fréquence pendant la nuit est observée d'une façon générale [**J.-E. Taylor** (54), **G. Loring** (55)]. Les courbes de **Balsillie** (94) (fig. 10 et 11) représentent la variation diurne des parasites pour les différentes saisons, en Australie. La fig. 76 représente la variation diurne moyenne, pour une année (juin 1913-juin 1914), à la station de Landangem (Java).

Dans ces courbes, qui représentent des moyennes s'étendant sur de longues périodes, les phénomènes particulièrement intéressants qui se passent au lever et au coucher du soleil sont masqués. Ils ont été étudiés surtout par **W.-H. Eccles** (70), qui a fait les constatations suivantes : si l'on commence les observations une demi-heure avant le lever du soleil, on constate que les parasites sont aussi forts et aussi nombreux que pendant la nuit; quinze minutes environ avant le lever du soleil, ils deviennent moins forts et moins nombreux, puis un silence se produit, dix minutes environ avant le lever du soleil, silence qui dure à peu près une minute, les parasites recommencent ensuite et croissent petit à petit, pour atteindre le régime de jour dix minutes environ après la période de silence. Le silence est plus prononcé au coucher qu'au lever du soleil.

6. Enfin le rapport de 1915 du comité établi par la British Association pour l'étude de la propagation des ondes s'exprime ainsi à ce sujet :

« Le fait principal et presque universel est que les parasites entendus pendant les heures d'obscurité sont beaucoup plus forts et plus intenses que ceux du jour. Si l'on trace des courbes qui montrent le degré de perturbation du service télégraphique, d'heure en heure, on trouve deux types de courbes : un dans lequel les changements du jour à la nuit et de la nuit au jour sont plutôt rapides, et un autre dans lequel les variations sont beaucoup plus graduelles... Le premier type se rencontre en mer et sur les îles situées à une distance

considérable des continents, l'autre sur les continents, surtout dans les tropiques. Le point le plus bas de la courbe tombe ordinairement un peu après midi, et le plus haut point de la partie convexe de la courbe un peu après minuit, dans presque toutes les stations situées au nord de l'équateur. La seule exception à cette règle se trouve dans quelques observations de Lagos (Nigeria), où la courbe de l'intensité de la perturbation passe par son minimum à environ sept heures du matin, et monte pendant les heures de jour. A moins que les conditions météorologiques locales ne produisent de grandes perturbations, le passage du régime de jour au régime de nuit et inversement, dans les stations situées au nord de l'équateur, est en retard sur le lever et le coucher du soleil. Dans quelques stations au sud de l'équateur, par exemple aux îles Cocos, le contraire semble la règle. Ces variations diurnes et régulières ont une grandeur moyenne qui est représentée, avec l'échelle arbitraire utilisée dans les graphiques, par des nombres comme 2 le jour et 5 la nuit sous les tropiques, et 0,3 le jour et 3 la nuit dans les régions tempérées. Ces nombres sont influencés dans de grandes proportions par les circonstances météorologiques locales, qui, en fait, renversent souvent toutes les règles indiquées ci-dessus. »

Coïncidences entre parasites entendus dans diverses stations.

7. Le rapport de la British Association (1915) note les coïncidences suivantes :

« Beaucoup d'observateurs ont fait pour le comité des observations précises de parasites individuels en faisant, sur une ligne graduée qui représente l'axe des temps, des marques correspondant à chaque parasite entendu dans les téléphones. La comparaison des graphiques faits dans les Iles-Britanniques a montré que, la nuit, beaucoup de parasites intenses sont entendus par tous les observateurs, et il en est de même les jours où il n'y a pas d'orages de parasites. On a aussi noté des coïncidences entre des couples de stations américaines pas trop éloignées. Pour des stations trop éloignées, sauf quelques-unes en Europe, l'analyse n'a pas été faite. On a noté, par exemple, des coïncidences pour les parasites entendus en juin 1914 à Southampton et Dresde, Gibraltar et Malte, Guildford et Malte. Aucune étude convenable des conditions météorologiques qui accompagnent ou produisent les périodes pendant lesquelles les parasites sont entendus en même temps en des points éloignés n'a été faite. »

Diverses sortes de parasites.

1° Parasites causés par les orages.

8. Il semble qu'une grande partie au moins des signaux parasites soit due à la présence d'orages dans le rayon d'action de la station.

Dès 1895, avant les expériences de Marconi, **Popoff** (3) employait une antenne munie d'une réception au cohéreur pour l'étude de l'électricité atmosphérique. **Boggio Lera** (6), **Th. Tommasina** (8) ont utilisé dans le même but des appareils analogues.

Le fait de la simultanéité des éclairs et des signaux parasites a été noté dès 1902 par **H.-B. Jackson** (14). Le **colonel Ferrié** a pu enregistrer dans les environs de Paris un orage qui se produisait à Angers, à 400 kilomètres de distance; le ciel était très pur à Paris. Le 13 mai 1911, **J.-Erskine Murray** (56), mettant à profit un orage lointain, dont le bruit n'était pas perçu, mais dont les éclairs étaient visibles, put noter à sa station de Bushey la simultanéité absolue des éclairs et des signaux parasites. A deux éclairs très rapprochés correspondait dans le téléphone le double bruit caractéristique de nombreux parasites; à un éclair probablement formé d'une succession rapide de décharges partielles correspondit un sifflement aigu. Ces faits ont encore été confirmés par **W.-H. Eccles** (70) et **M. Airy.**

9. Un grand nombre des signaux parasites, du moins en Europe, semble donc dû aux décharges atmosphériques.

D'autres influences ont été notées : **H.-B. Jackson** (14) a observé qu'en Méditerranée ils sont plus fréquents dans le voisinage des hautes montagnes qu'en mer libre; par vent du sud que par vent du nord; à l'avant d'une perturbation cyclonique de l'atmosphère qu'à l'arrière; quand le baromètre baisse que quand il monte.

Le rapport de la **British Association,** publié en 1915 par le comité chargé d'étudier les conditions de propagation des ondes, paraît démontrer que *ni les éclairs ni le tonnerre ne sont nécessaires à la production des parasites.* Je citerai en entier le passage du rapport relatif à l'influence de circonstances météorologiques.

« Il arrive que le travail radiotélégraphique est rendu presque ou tout à fait impossible, dans une station, par des parasites dont le nombre et l'intensité dépassent de beaucoup la moyenne. On dit alors qu'il se produit un « orage de parasites ». Quand un orage de parasites se produit pendant le jour et dure une heure ou deux, il peut changer complètement l'allure de la courbe et en faire monter la partie diurne plus haut que la portion nocturne. L'analyse des observations montre qu'un orage de parasites se manifeste, pendant une

période de deux ou trois jours, dans une aire très étendue. Il arrive qu'on enregistre des orages de parasites presque simultanément en des endroits distants de plusieurs centaines de miles, mais plus ordinairement les manifestations des orages de parasites à de telles distances sont séparées par plusieurs heures. Quelques-uns des orages de parasites d'Europe, des Etats-Unis et du Canada ont été comparés avec les observations et les cartes météorologiques pour les deux continents. La comparaison a montré très nettement que les périodes de parasites intenses correspondent aux périodes de faibles hauteurs barométriques, de grandes vitesses du vent, de rapides changements de température, d'abondantes pluies et, surtout, de fluctuations barométriques rapides. Dans les basses latitudes, les fluctuations barométriques qui accompagnent les violents orages de parasites peuvent ordinairement être suivies avec des instruments ordinaires. Le plus intense orage de parasites qui fut observé en Europe fut accompagné par un mouvement rapide de la dépression dans la direction nord-est. En vingt-quatre heures, l'œil du cyclone, parti d'un point situé au sud-est de Lisbonne, passa dans la mer du Nord, puis, dans les vingt-quatre heures suivantes, dans le golfe de Bothnie. L'orage de parasites le plus intense observé en Amérique fut aussi accompagné par un mouvement exceptionnellement rapide, vers l'est, en partant du Pacifique, d'une dépression cyclonique, avec gradient de pression très prononcé. Un rapport d'une station californienne de la Marconi Wireless Telegraph Company of America fait à cette occasion annonce que le baromètre oscillait entre 29,44 et 29,52 inches (74,78 et 74,98 centimètres) très rapidement, les variations étant accompagnées de coups de vent qui atteignaient la vitesse de 70 miles (113 kilomètres) à l'heure. La perturbation causée par les parasites se manifestait dans les téléphones sous forme d'un sifflement. Entre une heure du soir et la nuit, les parasites diminuèrent rapidement, en même temps que le vent tombait et que le baromètre montait. Ces conditions météorologiques sont précisément celles qui accompagnent les orages et les rafales ; et, en fait, les observations des bureaux météorologiques et les rapports des observateurs qui ont fait parvenir leurs constatations au comité conduisent tous à cette conclusion que les orages de parasites sont souvent associés à des orages qui ne se produisent pas très loin. Quelquefois, on enregistre à la fois un orage de parasites et tous les symptômes du temps orageux, sauf les éclairs et le tonnerre...

10. « On sait que les conditions atmosphériques instables qui amènent un temps orageux se déplacent quelquefois avec une vitesse relativement faible, les mouvements pouvant alors être enregistrés par les méthodes ordinaires de la météorologie. L'analyse des observations radiotélégraphiques montre que ces mouvements de temps peuvent être prévus plusieurs jours d'avance. Ce fait est particulièrement mis

en évidence par quelques observations de Malte, comparées avec quelques données sur les circonstances météorologiques qui ont été aimablement fournies par le Dr T. Agins, directeur de l'observatoire de Valette :

Parasites intenses.	Toute la journée. 22 et 23 août 1914.	Plus grande chute de pluie des mois, le 24 août.
—	Nuits du 22 et 23 sept. Journée du 24.	Plus grande chute de pluie des mois, le 25 septembre.
—	6 et 7 octobre entiers.	Plus grande chute de pluie des mois, le 9 octobre.
—	12 novembre. Tout le jour.	Plus grande chute de pluie des mois, le 13 novembre.
—	26 et 27 décembre.	Plus grande chute de température, plus faible hauteur barométrique, le 28 décembre.
—	20 janvier 1915.	Plus grande chute de pluie, le 28 janvier.
—	27 et 28 mai 1915.	Plus grande chute de pluie, le 31 mai.

« Un rapport reçu de la station du gouvernement australien située à Espérance dit que, le jour, dans 80 pour 100 au moins des cas, la pluie est précédée de parasites intermittents. Des parasites d'intensité variable sont entendus de 6 heures du matin au coucher du soleil pendant un ou deux jours consécutifs avant la pluie.

« Cette conclusion est amenée d'autres façons par les rapports envoyés au comité. Sur nos côtes atlantiques, surtout en hiver, les vents du nord-ouest sont accompagnés de parasites intenses dans les stations irlandaises et en mer. Le mouvement de convection atmosphérique produit par la terre peut suffire pour rendre compte de ce phénomène. M. R. Ricci, de la Compagnie Marconi, qui a envoyé des rapports sur deux voyages autour du monde, pendant lesquels il fit des observations de jour particulièrement soignées, dit qu'au milieu de l'Océan les parasites sont d'ordinaire rares et faibles aussi bien le jour que la nuit, mais que, dès qu'on approche de la côte d'un continent montagneux, des parasites intenses et continus sont la règle. Ceci peut avoir quelque relation avec la direction du vent dominant relativement à la terre : cette question sera examinée plus tard.

« On peut remarquer ici comme très significatif que les mois des plus grands orages de parasites sont, dans la Méditerranée, ceux de septembre et d'octobre, c'est-à-dire les mois de temps cyclonique.

11. « Dans l'ensemble les statistiques montrent qu'il paraît y avoir deux sortes d'orages de parasites se produisant dans le jour :

« 1° Ceux qui sont produits par des perturbations de l'atmosphère dans un rayon de 100 miles (161 kilomètres) environ de la station, et qu'on peut appeler orages locaux ;

« 2° Ceux qui ont leur origine à distance.

12. « En ce qui concerne les premiers, ils peuvent se produire presque

simultanément sur tout un continent, mais uniquement parce que les mêmes conditions atmosphériques arrivent à se manifester sur toute sa surface. Des stations qui ne sont pas trop éloignées de cette région reçoivent aussi beaucoup de parasites, mais à condition, semble-t-il, qu'elles ne soient pas à plus de 200 miles (320 kilomètres) des régions troublées. En général on peut conclure que l'observation des parasites de jour constitue une méthode de sentir le bord d'une dépression, et par conséquent de prévoir l'orage et la pluie un jour ou deux d'avance. D'ailleurs, cette possibilité de prophétiser l'arrivée d'un temps orageux est bien connue et est aussi vieille que la télégraphie sans fil; mais jusqu'ici on avait pensé que les décharges électriques à grande distance étaient la cause des parasites entendus. La présente analyse indique plutôt que, du moins dans le jour, les parasites sont souvent dus à des décharges très locales, souvent trop faibles pour donner naissance à des éclairs ou des coups de tonnerre perceptibles, mais indiquant cependant nettement l'approche d'une période d'instabilité de l'atmosphère.

13. « La deuxième sorte d'orages de parasites n'est pas strictement d'origine locale; on peut en déduire l'existence des observations de parasites faites heure par heure à la station de Malte de l'Eastern Telegraph C° et à la station de Sierra Leone de l'African Direct Telegraph C°. Il est certain que, parfois, la même cause affecte les deux stations, quoiqu'elles soient éloignées de 2000 miles (3600 kilomètres), et séparées par des montagnes et du désert.

« En ce qui concerne les perturbations observées la nuit, elles sont aussi fréquemment très locales et dues aux mouvements de temps, mais comprennent très probablement une plus grande proportion de parasites d'origine éloignée que les observations de jour. A ce sujet, on peut remarquer qu'un rapport venant de stations autraliennes dit que (sauf le cas d'orages locaux) le pire et le plus continu type dé perturbations se produit dans les nuits calmes, quand le ciel est bleu et étoilé.

« Comme exemple contraire à la plus grande importance des parasites pendant les mouvements de temps, on peut donner cette observation du lieutenant E.-R. Macpherson, de Sierra Leone, qu'un vent très sec qui souffle périodiquement pendant plusieurs jours sur la côte ouest de l'Afrique produit une cessation presque complète des parasites aussitôt qu'il se lève, et permet leur reprise dès qu'il tombe. D'un autre côté, sur la même côte, la période du vent alizé est marquée par de grands orages de parasites. »

14. Il est à prévoir que les parasites dont nous venons de parler, et qui sont dus aux orages, sont du *type oscillant* : la démonstration en a été faite par **Cornélis-J. de Groot** [113], au moyen de la cage de Dieckmann, dispositif dont j'aurai à décrire en détail le fonctionne-

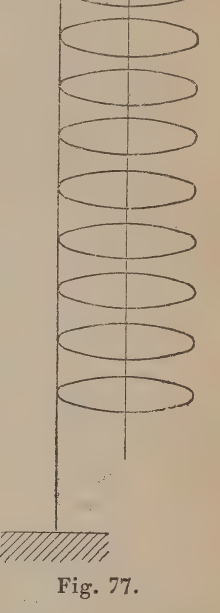
ment dans un autre volume quand, en étudiant la réception des ondes électromagnétiques, j'indiquerai les méthodes d'élimination des signaux parasites, mais dont il est nécessaire cependant que je donne ici le principe.

Considérons une série de cadres conducteurs identiques, disposés autour d'une antenne, perpendiculairement à celle-ci, à égale distance l'un de l'autre, et reliés entre eux et à la terre par un fil conducteur.

D'après les expériences de Hertz, des ondes électromagnétiques de haute fréquence, dont la force électrique est perpendiculaire aux plans des cadres, ne seront pas arrêtées et arriveront à l'antenne, tandis que le dispositif jouera le rôle de cage de Faraday pour les perturbations lentes et isolera l'antenne par rapport à celles-ci.

Toutefois, dans la disposition de principe de la figure 77, le fil de liaison, parallèle à l'antenne et de la même longueur, absorberait une grande partie de l'énergie des ondes électromagnétiques au détriment de la réception. Aussi est-il meilleur de réunir les cadres entre eux et à la terre par l'intermédiaire de résistances assez élevées.

Nous avons ainsi à notre disposition un organe de filtrage qui permet de séparer les parasites apériodiques des signaux périodiques.


Fig. 77.

Conformément aux prévisions, **Cornélis-J. de Groot** constata que les après-midi où des éclairs lointains apparaissaient dans le ciel on entendait de forts parasites dans les appareils de réception, que la cage soit mise à la terre ou non. En observant ces éclairs lointains, on constatait la coïncidence des éclairs et des bruits produits dans les récepteurs téléphoniques, ce qui prouvait bien que *les parasites dus aux orages* ne sont pas arrêtés par la cage de Dieckmann, et par conséquent *sont du type périodique.*

Ces parasites *se manifestent le plus souvent sous la forme de bruits forts et instantanés dans le téléphone. Ils correspondent à la première catégorie du* § 2.

2° Parasites dus aux influences météorologiques.

15 La deuxième catégorie de parasites, étudiée par **Cornélis-J. de Groot** (113) et **H.-G. Holtzappel,** se manifeste sous la forme d'un sifflement dans les téléphones quand des nuages noirs, bas, chargés électriquement, passent près de l'antenne réceptrice; ils provoquent

dans l'antenne des impulsions d'un seul sens, qu'on peut observer au moyen d'un galvanomètre à courant continu. L'intensité du sifflement et la déviation du galvanomètre augmentent ordinairement pendant un quart d'heure, passent par un maximum, puis diminuent; en même temps, l'intensité des signaux commence par diminuer, puis passe par un minimum et revient peu à peu à sa valeur normale.

L'étude de ces parasites par la méthode indiquée au § 14 a montré qu'ils sont *apériodiques*.

3° Parasites de la troisième catégorie, causés par les bombardements de la haute atmosphère par les particules cosmiques.

16. **Cornélis-J. de Groot** a étudié d'une façon toute particulière les parasites de la troisième catégorie, qui se manifestent sous forme de roulement continu. Leur intensité est plus grande sous les tropiques que dans les régions tempérées; ils sont soumis aux variations diurnes que nous avons étudiées au § 4.

En raison de leur continuité, ces parasites troublent gravement les radiocommunications; ils les empêchent souvent complètement.

On constate que ces parasites sont complètement éliminés par l'usage de la cage de Dieckmann. Ce sont donc des perturbations apériodiques.

Cornélis-J. de Groot a émis, pour expliquer l'existence et les caractères de ces signaux, *l'hypothèse qu'ils sont dus à des perturbations électriques causées dans ces couches supérieures de l'atmosphère par le bombardement irrégulier de particules cosmiques.* Il conclut que ces parasites proviennent, pour un poste récepteur donné, d'une calotte sphérique ayant pour centre le zénith du poste, située à une altitude de 500 à 300 kilomètres et ayant un angle au centre d'environ 30°. Le maximum de violence des parasites émis par cette couche coïnciderait avec l'orbite terrestre, d'où l'explication de la prépondérance, sous les tropiques, des parasites de ce type. Nous exposerons en détail cette théorie dans notre chapitre IX, à propos de l'influence des propriétés électromagnétiques de l'atmosphère sur la propagation des ondes électromagnétiques.

15. Il résulte de ces considérations que *les parasites de la troisième catégorie se propageraient à peu près verticalement.* C'est également la conclusion d'une importante étude de **Roy A. Weagant** ([122]).

Si, en effet, ces parasites se propageaient horizontalement sous forme d'ondes électromagnétiques, leur direction de propagation devrait, comme celle des signaux utiles, pouvoir être décelée par les méthodes radiogoniométriques : Roy A. Weagant montre qu'il n'en est pas ainsi pour les parasites de la troisième catégorie.

D'où l'alternative suivante : ou bien ces parasites se propagent hori-

zontalement dans toutes les directions et sont assez nombreux pour qu'il soit impossible d'étudier de façon distincte chacun d'eux ; ou bien ils se propagent verticalement, perpendiculairement aux signaux utiles, et il doit être possible de les séparer de ceux-ci.

18. Considérons deux cadres de réception, identiques, fixes, verticaux, situés à une distance l l'un de l'autre dans un même plan vertical, et réunissons-les par des conducteurs aux deux bobines fixes d'un radiogoniomètre, placé à égale distance des deux cadres, et dont la bobine mobile est reliée aux circuits de réception.

Dans ces conditions, une onde électromagnétique plane, se propageant horizontalement, produit dans les deux cadres des oscillations identiques, mais déphasées l'une par rapport à l'autre d'un angle qui dépend de la distance des cadres et de la longueur d'onde, tandis qu'une onde électromagnétique plane qui se propage verticalement provoque dans les deux cadres des oscillations identiques et en phase.

Examinons maintenant l'alternative définie ci-dessus :

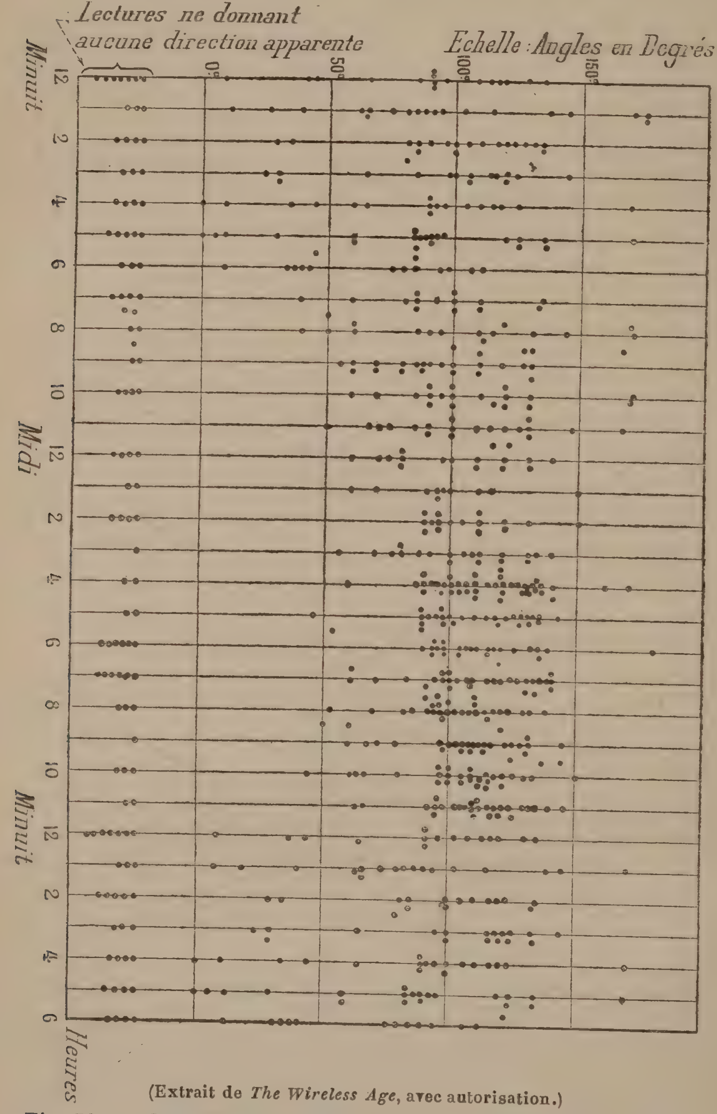
1re hypothèse : les parasites se propagent horizontalement dans toutes les directions. Dans ce cas, les effets d'un parasite sur les deux antennes seraient déphasés d'un angle qui dépend de la distance des antennes et de la direction de propagation. Cet angle varierait avec les parasites successifs, et il n'y aurait dans l'ensemble, pour aucune position de la bobine mobile, compensation entre les forces électromotrices induites par les bobines fixes. Le rapport de l'intensité des parasites à celle des signaux serait du même ordre que dans le cas de la réception avec une seule antenne.

2e hypothèse : les parasites se propagent verticalement. Les forces électromotrices produites dans les deux cadres seraient identiques, et, si les circuits des cadres sont convenablement réglés, les courants dans les deux bobines fixes seraient de même intensité et de même phase. Il existerait donc une position de la bobine mobile pour laquelle les forces électromotrices induites par les bobines fixes se compenseraient exactement, tandis qu'il n'en serait pas de même pour les signaux qui, se propageant horizontalement, produiront dans les bobines fixes des oscillations déphasées l'une par rapport à l'autre. En définitive, on remarquerait une très forte diminution de l'intensité des parasites par rapport à celle des signaux.

19. C'est le résultat que l'expérience a donné. Il en résulte que *les ondes électromagnétiques de troisième catégorie paraissent se propager verticalement.* Le fait que les procédés radiogoniométriques ordinaires ne donnent aucun résultat conduit de plus à cette conclusion que ces ondes parasites *ne sont polarisées dans aucune direction :* elles semblent composées, comme on l'admet pour la lumière naturelle, d'un grand nombre d'ondes émises à très courts intervalles dans des directions variables.

Expériences sur la direction d'origine des parasites.

20. **C.-H. Taylor** a donné [118] les résultats d'une série d'expé-

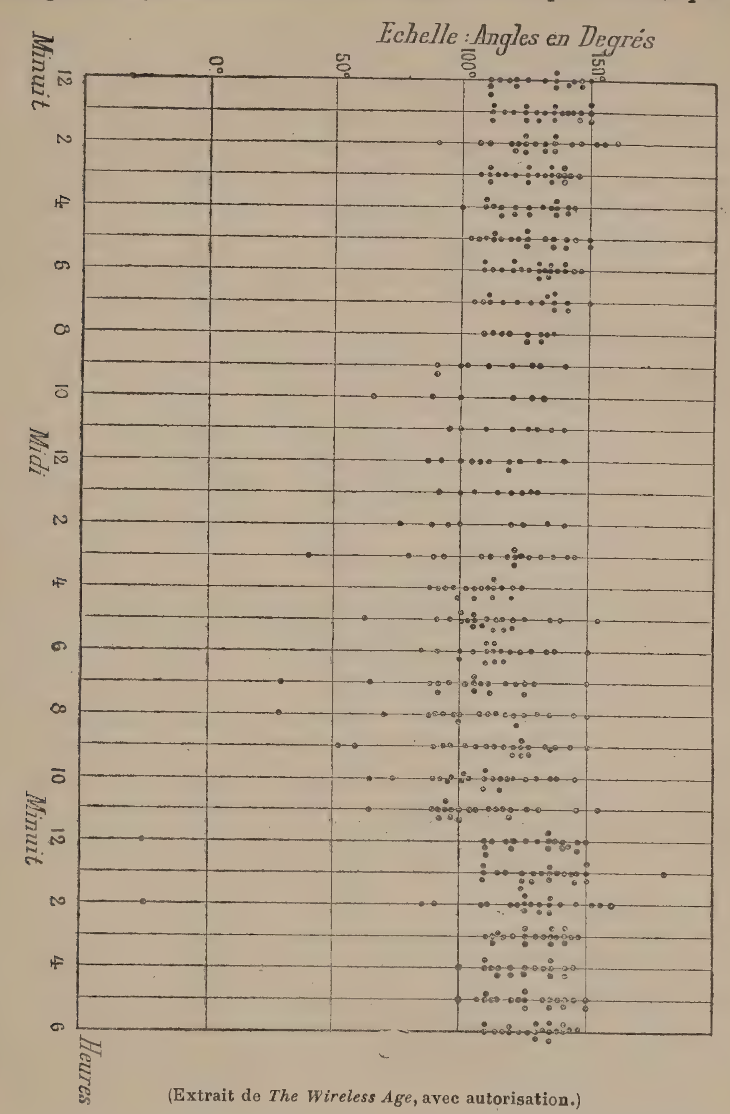


(Extrait de *The Wireless Age*, avec autorisation.)

Fig. 78. — C.-H. Taylor. 1918. — Essais radiogoniométriques sur la direction d'origine des parasites.

riences sur la direction des parasites arrivant à la station de Belmar

(New-Jersey, Etats-Unis). La station était munie d'un dispositif de réception dirigée du système Bellini-Tosi. Dans ces expériences, qui furent



(Extrait de *The Wireless Age*, avec autorisation.)

Fig. 79. — C.-H. Taylor. 1918. — Essais radiogoniométriques sur la direction d'origine des signaux parasites.

faites pendant les derniers mois de 1915 et les premiers mois de 1916, on déterminait, à chaque heure, la direction correspondant à l'intensité maxima des signaux parasites. Les résultats trouvés pour les mois de septembre à novembre 1915 et janvier 1916 sont indiqués sur les

figures 78 et 79, dans lesquelles chaque point correspond à une observation. On constate que les maxima sont en grande majorité dans des directions qui font un angle de 90 à 130° avec la direction zéro du système radiogoniométrique (118° 14′ à 158° 14′ avec la direction nord).

D'autres lectures se groupent dans un angle de 50 à 70° (78 à 98° avec la direction du nord). Enfin, dans certains cas, il est impossible de trouver une direction d'intensité maxima. Ces cas, ainsi que ceux qui correspondent aux directions 78 à 98°, sont moins fréquents pendant l'hiver que pendant les autres saisons. Il arrivait enfin qu'on constatait deux maxima dans deux directions différentes. Les observations furent faites sur des longueurs d'onde variant de 5 500 à 7 500 mètres. L'influence de la longueur d'onde sur la direction d'intensité maxima était très irrégulière.

La variation de la direction du maximum était quelquefois très rapide. Par exemple, le 15 octobre, le maximum fut trouvé, à 10 heures, dans la direction 120° (à partir du zéro); à 10 h. 15, dans la direction 122°; à 10 h. 25, dans la direction 128°; à 10 h. 40, dans la direction 117°; à 10 h. 50, dans la direction 114°; à 11 heures, dans la direction 110°.

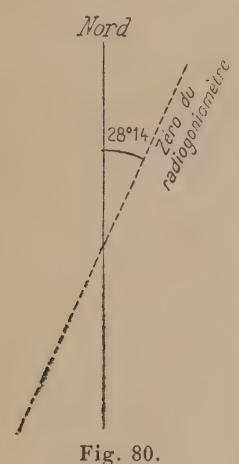


Fig. 80.

En résumé, il semblait y avoir deux sources de parasites : l'une, principale, située dans une direction sensiblement perpendiculaire à la côte (à 90° environ de la ligne du zéro, 118° de la direction nord); l'autre située dans une direction faisant environ 60° avec la ligne du zéro. Cette dernière source est moins nette pendant les mois d'hiver.

21. **Influence de la longueur d'onde. — C.-H. Taylor** a observé qu'à Honolulu les parasites peuvent être, fréquemment, à un certain degré, sélectionnés d'après leur longueur d'onde; il arrive que les stations à faible longueur d'onde enregistrent des parasites nombreux et violents, tandis que les stations voisines de plus grande longueur d'onde sont beaucoup moins troublées; et inversement. Pendant la saison des orages locaux, les parasites sont particulièrement violents pour les stations à ondes longues.

DEUXIÈME PARTIE

TENTATIVES D'EXPLICATIONS

Au moment où nous abordons, avec la seconde partie de ce volume, la recherche théorique des corrections à apporter à la formule :

$$I_{\rho eff} = 4\pi \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{1}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} I_{\varepsilon eff}$$

qui a été le résultat fondamental de notre *Introduction à l'Étude des Radiocommunications,* il importe de se souvenir que cette formule est elle-même la conclusion d'une importante série de recherches expérimentales et théoriques. L'assimilation du système antenne-terre à l'oscillateur de Hertz, aujourd'hui admise universellement, a d'abord fait l'objet de longues discussions, quoique les travaux de Hertz, publiés en 1888, fussent relativement récents au début de l'histoire de la télégraphie sans fil. C'est un savant français, **André Blondel** (5), qui, le premier, donna en 1898 et compléta en 1903 l'interprétation exacte des phénomènes observés. En raison de l'importance du sujet, nous croyons utile de reproduire ici la plus grande partie de son exposé de 1903, qui signale en même temps les erreurs qui avaient cours alors.

« Dans une précédente communication, j'ai indiqué la façon la plus simple de se représenter l'ébranlement de l'éther produit par une antenne verticale, sous la forme d'une onde hémisphérique polarisée, les lignes de force électrique étant des méridiens circulaires, et les lignes de force magnétique étant des cercles de révolution. Depuis cette époque, divers auteurs anglais et américains ont donné des représentations différentes des ondes, en les figurant comme tores elliptiques de hauteur constante, glissant à la surface du sol et s'agrandissant seulement en diamètre (fig. 81).

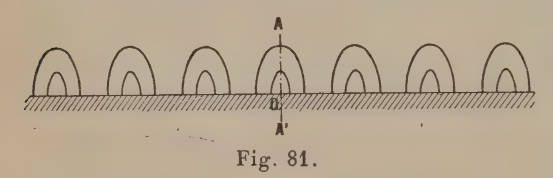


Fig. 81.

« Il y a là, je crois, une erreur résultant d'une interprétation

incomplète des résultats théoriques de Hertz, dont on a prétendu tirer ces conclusions. Il est facile de montrer, au contraire, que la représentation du champ au voisinage de l'antenne, qui résulte des travaux de Hertz, se concilie parfaitement avec la production d'ondes sphériques à grande distance.

« Comme je l'ai dit antérieurement, le système antenne-terre est équivalent à un oscillateur de Hertz de longueur double AA′, obtenu en ajoutant à l'antenne OA une partie symétrique OA′ formée de son image électrostatique par rapport à la surface de la terre, qui joue le rôle d'une surface conductrice (l'hypothèse de la conductibilité parfaite de la terre n'est évidemment qu'approchée, mais suffisante pour une théorie élémentaire). Le champ, au voisinage de cet oscillateur rectiligne AA′, sera analogue à celui que Hertz a étudié autour d'une petite oscillation électrique rectiligne.

« Ce champ est formé d'une série de boucles qui se ferment puis se détachent et se transportent perpendiculairement au fil de l'oscillateur, tout en s'agrandissant. La substitution d'un excitateur rectiligne fini au petit oscillateur ne modifie pas le phénomène au point de vue qualitatif et nous donnera bien encore des lignes de force en boucle, engendrant des surfaces de révolution représentant le champ de force électrique.

« Le processus suivant lequel ces boucles se détachent se

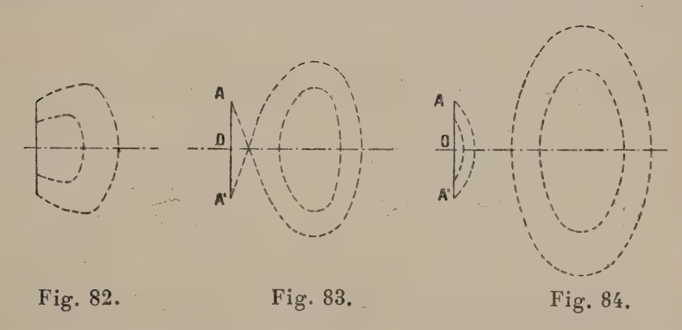


Fig. 82. Fig. 83. Fig. 84.

déduit des figures de Hertz, comme l'a déjà signalé M. Fleming, et peut être expliqué par les schémas ci-joints (fig. 82, 83, 84). Les charges, ou électrons suivant la terminologie actuelle, positives et négatives se déplacent en sens inverses vers les extrémités opposées de l'excitateur, tout en restant reliées par des lignes de force, comme toute masse d'électricité décomposée en ses électrons. Pendant la première partie de ce mouvement, les lignes de

force électrique forment des boucles de dimensions croissantes, comme le montre à un moment donné la figure 82, puis la propagation subit une réflexion aux extrémités et les boucles se referment peu à peu; puis, en vertu de l'inertie des électrons, ceux-ci dépassent la position d'équilibre O et les lignes se croisent, comme le montre la figure 83; enfin, après croisement, elles se séparent en boucles distinctes, comme le montrent les figures 83 et 84, et les boucles détachées continuent leur propagation sous forme d'ondes libres. La présence de la terre ne laisse place qu'aux moitiés supérieures des boucles; les lignes de force électrique se ferment horizontalement par la terre sous forme de courants superficiels.

« Mais il ne faut pas croire que ces boucles vont se transporter par un simple mouvement de translation en restant semblables à elles-mêmes, car les lignes de force tendent à s'étendre dans toutes les directions; elles augmenteront donc de hauteur en même temps qu'elles se propageront le long de la terre, à laquelle elles aboutissent sensiblement normalement comme sur toute surface conductrice. En même temps, elles s'incurveront vers l'axe vertical de l'antenne, ainsi qu'il résulte de l'étude du champ hertzien à petite distance. On doit donc, je crois, se représenter la propagation des lignes de force électrique sous la forme que représente en abrégé la figure 85. Je dis en abrégé, parce que cette figure est un simple schéma, sans prétention à la rigueur mathématique.

« Elle sert à montrer que peu à peu les boucles, en s'allongeant, finiront par se rejoindre sur l'axe de figure et deviendront ensuite parfaitement sphériques. A partir de ce moment, la propagation sera purement transversale et se fera avec la vitesse de la lumière.

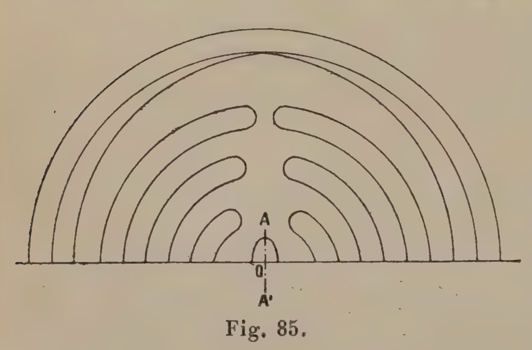


Fig. 85.

« Avant d'arriver à cette distance limite, à partir de laquelle les ondes sont sphériques, le champ suit des lois bien plus complexes; la vitesse n'est pas celle de la lumière, les lignes de forces oscillent, ainsi que Hertz l'a montré, et les

phénomènes sont compliqués et difficilement accessibles à l'analyse et, pour la pratique ordinaire, la représentation schématique ci-dessus paraît suffisante. Car on peut se contenter d'étudier ce qui se passe à grande distance.

« A cet effet, on est obligé de faire d'abord une hypothèse simple sur les oscillations dont l'antenne elle-même est le siège. La plus simple est d'admettre qu'elles sont simplement sinusoïdales en fonction du temps et de l'ordonnée... On peut donc écrire l'équation du courant sous la forme élémentaire suivante :

$$I = I_0 \cos \frac{\pi z}{2H} \sin \pi \frac{Vt}{2H}$$

en appelant I l'intensité au point z et au temps t, I_0 l'amplitude de I, z la hauteur du point considéré, H celle de l'antenne, V la vitesse de la lumière. Cela posé, on peut aisément se rendre compte, par le calcul approximatif suivant, de la façon dont se répartit l'énergie sur l'onde sphérique à grande distance.

« D'après Hertz (*Wied. Annalen,* t. 36, I, 1888, p. 147), tout élément dz de courant oscillant I rayonne autour de lui l'énergie à grande distance suivant une loi sphérique, et avec un retard de phase correspondant au chemin r parcouru par l'induction avec la vitesse de la lumière V. Les forces électrique E et magnétique P sont toutes deux perpendiculaires au rayon vecteur r, et égales entre elles, et leur expression est :

$$E = P = \frac{dz}{V} \cdot \frac{d}{dt} I\left(t - \frac{r}{V}\right) \cdot \frac{\sin \theta}{r}$$

en désignant par $I\left(t - \frac{r}{V}\right)$ la valeur du courant I à l'époque $t - \frac{r}{V}$ et par θ l'angle du rayon r avec la direction de l'élément de courant.

D'où, ici, en remplaçant I par sa valeur ci-dessus :

$$E = P = \frac{\pi I_0 dz}{2H} \cos\left(\frac{rz}{2H}\right) \cos \frac{\pi(Vt - r)}{2H} \cdot \frac{\sin \theta}{r}$$

« Pour avoir les champs produits par l'antenne entière, il suffit d'intégrer les champs élémentaires de tous les éléments en nous bornant à ce qui se passe à grande distance, nous pouvons négliger les variations de θ et faire $\theta = \theta_0$, d'où :

$$r = r_0 - z \cos \theta_0$$

et toutes les forces élémentaires E et P étant respectivement concordantes en direction, les résultantes sont en grandeur :

$$\int E = \int P = \int_{-H}^{+H} \frac{\pi I_0}{2H} \frac{\sin\theta_0}{r_0} \cos\left(\frac{\pi z}{2H}\right) \cos\left[\frac{\pi(Vt - r_0 + z\cos\theta_0)}{2H}\right] dz =$$

$$= \frac{\pi I_0}{2H} \frac{\sin\theta_0}{r_0} + \frac{4H}{\pi} \sin\frac{\pi}{2} \cos\frac{\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin 2\theta_0} \cos\frac{\pi}{2H}\left(Vt - r_0\right)$$

$$= \frac{r_0}{2I_0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin\theta_0} \cos\frac{\pi}{2H}(Vt - r_0).$$

« On voit que les forces des champs varient en fonction de l'angle θ_0 comme :

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin\theta_0}.$$

« L'énergie varie d'autre part proportionnellement au vecteur radiant de Poynting, lequel (E et P étant rectangulaires) a pour expression :

$$\frac{EP}{4\pi} = \frac{E^2}{4\pi}$$

et varie donc proportionnellement à :

$$\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin^2\theta_0}.$$

« Or, il est facile de se rendre compte que la réception dépend de l'énergie reçue par l'antenne.

« La sensibilité réalisée peut donc être considérée comme proportionnelle au vecteur radiant dont nous venons de calculer l'expression.

« On voit ainsi que l'effet utile des ondes décroît en raison inverse du carré des distances r_0 et non pas en raison inverse des distances, comme il résulterait de la théorie anglaise, critiquée plus haut.

« Le tableau ci-dessous indique des valeurs relatives de

$$\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta_0\right)}{\sin^2\theta_0},$$

en fonction du rayon dirigé suivant l'horizontale prise comme unité :

$\theta^\circ = 0^\circ$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$z = 0$	0,019	0,074	0,185	0,312	0,482	0,667	0,836	0,956	1,000

« On voit que l'énergie va en décroissant rapidement quand on s'élève au-dessus de l'horizon ; la théorie précédente rend donc compte des phénomènes observés par divers expérimentateurs.

« En résumé, la simple application des propriétés connues des ondes hertziennes suffit à expliquer d'une manière très suffisamment satisfaisante tous les phénomènes observés, sans qu'il soit nécessaire d'attribuer aux ondes des propriétés nouvelles ou mystérieuses. Je me suis proposé dans cette note simplement de rendre plus claire l'interprétation des phénomènes et d'expliquer comment, malgré le régime très complexe et difficile à analyser qui s'établit au voisinage de l'antenne, la propagation à grande distance se ramène tout simplement à celle des ondes hémisphériques, ainsi que je l'avais énoncé en 1898. Ces ondes hémisphériques sont des ondes polarisées ; c'est pour ce motif qu'elles ne propagent pas l'énergie d'une façon égale, suivant toutes les directions angulaires, et présentent un effet maximum vers l'horizon et nul suivant le zénith. »

Blondel posait ainsi, dès 1903, les principes qui sont à la base de toute étude des radiocommunications. Ce qui ne l'empêchait pas, d'ailleurs, de bien distinguer les limitations de sa théorie, et de préciser, dès lors, l'orientation des recherches qui devaient avoir pour but de la corriger. Il indiquait, dans le cours de son travail, qu'il y aurait à tenir compte de trois effets : celui des propriétés électromagnétiques du sol, celui de la courbure de la terre, celui de l'ionisation de l'atmosphère. Ce sont les titres des trois chapitres qui constitueront notre étude théorique de la propagation des ondes à la surface de la terre.

CHAPITRE VI

INFLUENCE DES PROPRIÉTÉS ÉLECTROMAGNÉTIQUES DU SOL SUR LA PROPAGATION DES ONDES

I. — PRINCIPES GÉNÉRAUX.

1. Nous avons, dans le chapitre précédent, considéré la terre comme parfaitement conductrice et douée d'une pouvoir inducteur spécifique infini. Dans ces conditions, le champ électrique au-dessous de la surface de séparation des deux milieux terre et air est constamment nul, il n'y a aucune perte d'énergie dans le sol, et la propagation a lieu dans l'atmosphère, y compris les points rapprochés de la surface de séparation, exactement comme si la terre n'existait pas.

Mais *la terre n'est pas parfaitement conductrice, et la constante diélectrique des différents éléments est finie.* La conductibilité des différentes matières qui composent la croûte terrestre est très variable; elle est beaucoup plus grande si ces matériaux contiennent de l'humidité.

Les chiffres suivants ont été indiqués par **J. Zenneck** ([33]), comme donnant l'ordre de grandeur des conductibilités de quelques éléments.

Tableau I. Résistance spécifique et constante diélectrique approximatives de quelques éléments de la surface de la terre.

Éléments.	Résistance spécifique en unités C. G. S. électromagnétiques.	Constante diélectrique. En unités C. G. S. électrostatiques.
Eau de mer............	$\left(\frac{1}{2}\text{ à }1\right)10^{11}$	80
Eau douce.............	10^{14}	80
Terre humide..........	10^{13} à 10^{14}	5 à 15
Sol sec................	$>10^{16}$	2 à 6

Il faut d'ailleurs remarquer dès maintenant que notre connaissance des propriétés électromagnétiques des éléments constitutifs de la croûte terrestre est encore très insuffisante. Il résulte toutefois de l'ensemble des expériences faites à ce sujet, notamment de celles de **Devaux-Charbonnel** sur les câbles téléphoniques, que la conductibilité de la plupart des diélectriques est beaucoup plus grande pour les courants alternatifs que pour les courants continus. D'après **J.-A. Fleming** et **Dyke,** la conductibilité serait, d'une façon générale, jusqu'à 5 000 périodes, une fonction linéraire de la fréquence. Des expériences entreprises sur la suggestion de **J.-A. Fleming** au Pender Electrical Laboratory de l'University College, à Londres, par le **Dr Bairsto,** ont montré que, pour des fréquences de l'ordre de 10^6, la conductibilité de certains diélectriques constitutifs de la croûte terrestre est plus grande encore que pour les fréquences téléphoniques et passe par un maximum pour une fréquence déterminée.

Ainsi la résistance spécifique de l'ardoise sèche qui, d'après les expériences de **Fleming,** est 20 mégohms à la fréquence 920, est 7,5 mégohms à la fréquence 3 000, et 5 mégohms à la fréquence 5 000, est aux grandes fréquences, d'après le **Dr Bairsto,** de plus en plus faible (0,4 mégohm à la fréquence $2{,}5 \times 10^6$).

La croûte terrestre est donc plus conductrice pour les courants de hautes fréquences que pour les basses fréquences.

En raison de la conductibilité et de la constante diélectrique limitées du sol, il est à prévoir que, au moins pour les longues ondes, **la terre ne pourra pas être considérée comme un conducteur parfait.** Les ondes pénétreront à l'intérieur du sol, qui absorbera une partie de l'énergie transmise.

II. — RÉSUMÉ HISTORIQUE

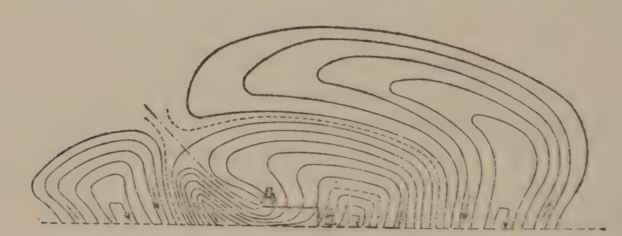
2 Dès l'origine de la télégraphie sans fil, l'attention fut attirée sur le rôle que la terre devait jouer dans le phénomène de la propagation.

Dès 1898, **A. Blondel** ([5]) attribuait à la *résistance du sol* et à l'absorption corrélative d'énergie la différence de portée observée suivant que la propagation a lieu sur terre ou sur mer.

E. Lecher ([11]), en 1901, exprima l'opinion qu'il devait se passer en télégraphie sans fil quelque chose d'analogue à la propagation le long des fils. Cette idée fut reprise en 1902 par **O. Heaviside** ([17]), dans les termes suivants :

« Il se passe, en télégraphie sans fil, quelque chose de semblable à la transmission par fils. L'eau de mer, bien que transparente pour la lumière, a une conductibilité suffisante pour se comporter comme un conducteur dans le cas des ondes hertziennes, et ceci est encore vrai dans une moindre mesure pour la terre. Il s'ensuit que les ondes se moulent d'elles-mêmes sur la surface de la mer, de la même façon qu'elles suivent les fils. Les irrégularités causent quelque confusion, sans doute, mais le gros de l'onde suit la courbure de la terre. »

Enfin, **A. Blondel** ([19]) précisait en ces termes en 1903 :



(Extrait de *Wireless Telegraphy*, par J. Erskine Murray, avec autorisation.)

Fig. 86. — Lignes de force électrique aux environs d'une antenne en nappe horizontale, d'après K. Uller.

« La théorie qui suppose le sol un conducteur parfait peut s'appliquer parfaitement à la transmission à la surface de la mer; elle n'est qu'approchée quand il s'agit de la propagation sur un sol peu conducteur, qui joue alors le rôle de *semi-diélectrique*. Quand les ondes se propagent à distance, la courbure de la terre intervient, mais elle ne gêne pas la propagation, d'après ce que l'on sait de la propagation des ondes le long des corps conducteurs ; les ondes s'infléchissent de manière à suivre la surface, ainsi que l'ont démontré les expériences de Sarrasin et de la Rive, Blondlot, etc. » L'assimilation de la terre à un semi-diélectrique, qu'on trouve dans ce texte, semble démontrer que, dès cet époque, Blondel avait prévu que, non seulement la

conductibilité du sol, mais aussi sa constante diélectrique, influent sur le mode de propagation des ondes électromagnétiques.

L'étude de la propagation du courant alternatif dans les lames par **J.-J. Thomson** (2) avait mis en évidence la *concentration du courant à la surface,* et l'influence de la longueur d'onde sur la concentration. Les résultats furent étendus au cas du courant périodique amorti et appliqués à la télégraphie sans fil par **Brylinski** (31) en 1906. L'influence de la résistivité du sol, de la longueur d'onde et de l'amortissement sur la propagation était dès lors précisée.

D'ailleurs, en 1903, **K. Uller** (18) avait étudié la propagation d'ondes d'un type spécial à la surface de séparation d'un milieu isolant et d'un milieu conducteur (eau de mer).

J. Zenneck (33) reprit le problème à un point de vue plus général, les deux milieux étant supposés quelconques, mais toujours en négligeant l'effet affaiblissant de la distance de l'antenne d'émission au point du champ examiné. Il en tira des conclusions remarquables sur l'influence de la composition du sol, sur la propagation et sur l'explication de la télégraphie dirigée au moyen d'antennes horizontales.

A. Sommerfeld (40, 46) traita en 1909, d'une façon complète, le problème de la propagation des ondes émises par une *source ponctuelle* en supposant plane la surface de séparation des deux milieux sol et atmosphère. Les conclusions furent mises au point en 1910 dans une deuxième étude. En 1910, **P. Epstein** (48) publia le calcul et le tracé des lignes de force électrique dans l'air d'après cette théorie, et **H. von Hoerschelmann** (58) appliqua les idées de Sommerfeld à l'explication de la télégraphie sans fil dirigée par antennes horizontales.

Le problème de la propagation des ondes émises par une source ponctuelle dans le cas d'une *surface de séparation sphérique,* comme celle de la terre, et de milieux non parfaitement conducteurs a été étudié récemment par **A.-E.-H. Love** (103) et **G.-N. Watson** (122, 123). Je donnerai les résultats de ces travaux au chapitre VII.

Nous exposerons successivement :

1° L'étude de la distribution, dans *un conducteur indéfini limité par une surface plane,* d'un courant parallèle à la surface de séparation. Nous en déduirons des conséquences remarquables sur l'influence de la résistivité du sol, de la longueur d'onde et de l'amortissement des ondes émises;

2° La théorie de J. Zenneck (33), relative à la *propagation d'ondes électromagnétiques planes à la surface de séparation supposée*

plane de deux milieux différents, qui met en relief, en outre des influences ci-dessus, celle de la *constante diélectrique du sol ;*

3° La *théorie de Sommerfeld* ([46, 48]), qui traite d'une façon complète le problème de la propagation des ondes électromagnétiques émises par une source ponctuelle placée en un point de la surface de deux milieux différents, et fait ressortir l'importance respective des ondes transmises dans les deux milieux.

III. — DISTRIBUTION DU COURANT DANS UN CONDUCTEUR INDÉFINI LIMITÉ PAR UNE SURFACE PLANE (J.-J. THOMSON, BRYLINSKI).

3. Considérons un conducteur homogène et de perméabilité constante, limité par un plan et indéfini dans tous les autres sens, parcouru par un courant rectiligne parallèle au plan de séparation.

Cas d'un courant périodique simple.

4. La distribution du courant dans ces conditions peut se déduire, dans le cas d'un courant périodique simple, de l'étude faite par J.-J. Thomson ([2]) du problème de la distribution, dans une plaque indéfinie d'épaisseur $2l$, d'un courant alternatif parallèle au plan de la plaque : il suffit de supposer cette plaque d'épaisseur infinie.

On peut aussi traiter la question séparément de la façon suivante.

5. On a, en tout point du conducteur, d'après les équations de la diffusion du courant dans les conducteurs (Voir *Introduction à l'étude des radiocommunications*, ch. I) :

$$(2631) \qquad \begin{cases} 4\pi c\mu \dfrac{\partial ix}{dt} = \Delta i_x \\ 4\pi c\mu \dfrac{\partial i_y}{dt} = \Delta i_y \\ 4\pi c\mu \dfrac{\partial iz}{dt} = \Delta i_z \end{cases}$$

Prenons comme plan des $x\,y$ le plan de séparation du conducteur et du diélectrique, et supposons le courant parallèle à $o\,x$.

On a, i étant la densité du courant,

$$\begin{cases} i_x = i \qquad i_y = 0 \qquad i_z = 0 \\ \Delta i_y = 0 \qquad \Delta i_z = 0 \\ \Delta i_x = \dfrac{\partial^2 i_x}{dz^2} \end{cases}$$

et les équations (2631) se réduisent à :

$$(2632) \qquad 4\pi c\mu \frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial^2 i}{\partial z^2}$$

Si nous supposons i sinusoïdal, nous pourrons écrire :

$$i = \mathrm{I}e^{j\omega t}$$

à condition de ne prendre que la partie réelle du résultat et l'équation (2632) deviendra, en divisant les deux membres par $e^{j\omega t}$

$$j.4\pi c\mu\omega \mathrm{I} = \frac{d^2\mathrm{I}}{dz^2}$$

ou

$$\frac{d^2\mathrm{I}}{dz^2} - j.4\pi c\mu\omega \mathrm{I} = 0.$$

C'est une équation différentielle du second ordre à coefficients constants, dont la solution générale est :

$$\mathrm{I} = \mathrm{A}e^{\gamma z} + \mathrm{B}e^{-\gamma z}$$

avec :

$$\gamma^2 = 4\pi c\mu\omega j$$
$$\gamma = \sqrt{4\pi c\mu\omega j}.$$
$$= \sqrt{2\pi c\mu\omega}.(1+j).$$

Le courant ne peut être infini quand on s'éloigne indéfiniment de la surface du conducteur. Donc :

$$\mathrm{A} = 0$$

D'ailleurs, soit, à la surface du conducteur :

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0$$

il vient :

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 e^{-\sqrt{2\pi c\mu\omega}\,(1+j)z}$$

(2633) $$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 e^{-\gamma z}(\cos\gamma z + i\sin\gamma z).$$

L'amplitude est :

$$[\mathrm{I}] = \mathrm{I}_0 e^{-\gamma z}.$$

La densité du courant décroît donc rapidement quand la distance à la surface augmente. Le *coefficient d'amortissement*

$$\gamma = \sqrt{2\pi\mu c\omega}$$

est d'autant plus grand que la perméabilité, la conductibilité et la fréquence sont plus grandes.

Le courant est donc d'autant plus concentré à la surface que la perméabilité, la conductibilité et la fréquenae sont plus grandes.

Le courant total à travers une section du conducteur d'épaisseur z infinie est :

(2634) $$\mathfrak{I} = \int_0^\infty \mathrm{I}dz = \frac{\mathrm{I}_0}{\gamma(1+j)}.$$

A la surface du conducteur, l'induction magnétique est nulle, puisque les filets de courant se ferment dans le conducteur à l'infini; par conséquent la force électromotrice est égale au produit de la densité de courant superficielle I_0 par la résistance d'un filet de courant de section égale à l'unité.

On aura donc, si $\mathrm{E}_0 e^{j\omega t}$ est le quotient de la force électromotrice appliquée par la longueur du filet de courant considéré

$$E_0 = \frac{I_0}{c}$$

et par conséquent :

$$E_0 = \frac{\mathfrak{I}}{c}\gamma(1+j).$$

Résistance du sol. — 6. Le conducteur se comporte donc comme un conducteur de résistance :

(2635) $$R = \frac{\gamma}{c} = \sqrt{\frac{2\pi\mu\omega}{c}} = \sqrt{2\pi\mu\rho\omega}$$

et de réactance :

(2636) $$L\omega = \frac{\gamma}{c} = \sqrt{2\pi\mu\rho\omega}$$

ρ étant la résistivité du conducteur.

Donc, quoique le conducteur ait une section infinie, sa résistance est finie. Elle est d'autant plus grande que la perméabilité, la résistivité et la fréquence sont plus grandes.

Pénétration dans le sol. — 7. Il est intéressant de calculer, pour différents conducteurs, la profondeur de pénétration du courant. La profondeur z à laquelle la densité du courant est réduite à $\frac{1}{e}$ de sa valeur à la surface est donnée par

(2637) $$z_0 = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu c\omega}}.$$

On a ainsi, pour différents matériaux et différentes fréquences :

TABLEAU II

			Profondeur en centimètres à laquelle l'intensité est réduite dans le rapport $\frac{1}{e}$.			
Matières	μ	c	Fréquence 100	Fréquence 10 000	Fréquence 10^6	Fréquence 10^9
Fer très doux	2000	$1{,}1.10^5$	34.10^{-3}	$3{,}4.10^{-3}$	$0{,}34.10^{-3}$	$0{,}011.10^{-3}$
Cuivre	1	$6{,}2.10^5$	0,64	0,064	0,0064	0,000203
Graphite	1	900	16,7	1,67	0,167	0,0053
Silicium	1	80	56,3	5,63	0,563	0,0179
Solution concentrée de sel	1	0,2	1120	112	11,2	0,36
Eau pure de rivière	1	10^{-4}	50300	5030	503	16

Cas d'un courant périodique amorti.

8. La distribution du courant dans un conducteur limité par une surface plane et indéfini de tous les autres côtés a été étudiée par **Brylinski** ([31]), dans le cas où l'on suppose le courant périodique amorti. Les résultats de son analyse sont les suivants :

1° Quelle que soit la valeur finie de l'amortissement, *la distribution est superficielle.*

2° *La densité de courant décroît très rapidement quand la profondeur augmente* et, par conséquent, le courant est pratiquement localisé dans une couche d'une certaine épaisseur.

3° L'amortissement a pour résultat de compliquer la répartition du courant selon la profondeur. Dans une première zone à partir de la surface, le courant décroît beaucoup plus vite que s'il n'y avait pas amortissement. Puis, à une certaine pronfondeur, le courant décroît moins vite que s'il n'y avait pas d'amortissement. Puis on retrouve une zone de rapide diminution comme la première, mais moins épaisse. Et ainsi de suite.

4° Le courant compris entre le plan limite et un plan parallèle qui s'enfonce progressivement commence par augmenter, en passant ensuite par des valeurs oscillatoires dont l'amplitude est d'autant plus grande, mais correspondant à des épaisseurs d'autant moindres que l'amortissement est plus considérable. A partir d'une certaine profondeur, d'autant plus grande que l'amortissement est plus considérable, ces oscillations deviennent insensibles, et le courant qui circule dans la tranche arrive à ne différer du courant total que d'une quantité décroissant exponentiellement, et aussi petite que l'on veut.

5° *La résistance* d'un prisme du conducteur, de section 1, perpendiculaire à la surface de séparation et s'étendant indéfiniment dans le conducteur est

$$R_1 = q\sqrt{2\pi\mu\rho\omega}\sqrt{1+\theta^2}$$

où

$$q = \sqrt{1+\sqrt{1+\theta^2}}$$

θ représente le coefficient d'amortissement, défini par l'expression :

$$i = I_0 e^{-\theta\omega t}\cos(\omega t - \varphi).$$

La *résistance* a donc une valeur finie, *qui croît avec la perméabilité, la résistivité, la fréquence et l'amortissement.*

Application aux radiocommunications. — *9.* Brylinski appliquait en ces termes les résultats de la théorie précédente à la radiotélégraphie :

« Il est établi par la pratique de divers systèmes de télégraphie sans fil :

« 1° Que la transmission se fait mieux sur terre que sur mer;

« 2° Que la portée est d'autant plus grande que la fréquence est plus basse;

« 3° Et d'autant plus grande que l'amortissement est plus faible.

« Une des théories qui ont été exposées pour l'explication de la télégraphie sans fil consiste à lui adapter le mécanisme qu'on admettait, il y a peu de temps encore, pour la propagation du courant électrique dans les conducteurs : les ondes, qui se propageraient sphériquement dans un diélectrique indéfini, seraient concentrées dans le voisinage du conducteur, où elles dissiperaient une partie de leur énergie.

« Les récepteurs de télégraphie sans fil seraient, dans cette hypothèse, dans une situation très analogue à celle des appareils télégraphiques ordinaires au bout de leur ligne métallique, et on pourrait admettre que, toutes choses égales d'ailleurs, il arriverait au récepteur une partie de l'énergie d'autant plus grande que la résistance intercalée serait plus faible.

« Si, en effet, E est la tension, R_1 la résistance de la ligne et R celle du récepteur, la fraction de l'énergie utilisée dans le récepteur est, en régime permanent ou quasi permanent :

$$\frac{R}{R + R_1}$$

qui, toutes choses égales d'ailleurs, est d'autant plus grande que R_1 est plus petit.

« Or, nous venons de voir que, pour le conducteur indéfini, et en admettant, ce qui ne paraît pas contestable, que la résistivité de l'eau de mer est notablement inférieure à celle du sol ordinaire.

1° R_1 est plus grand pour le sol ordinaire que pour l'eau de mer.

2° R_1 est d'autant plus grand que la fréquence est plus élevée.

3° Et d'autant plus grand que la fréquence est plus considérable.

« Il y a là un ensemble de coïncidences qui ne suffit pas, évidemment, à prouver l'exactitude de la théorie exposée plus haut, mais qui méritait, à ce qu'il me semble, d'être signalé. »

10. En réalité, les phénomènes ne sont pas aussi simples que le suppose la théorie précédente :

L'intensité du courant dans le sol n'est pas la même en tous les points d'une ligne de courant; la propagation ayant lieu par ondes, l'intensité est fonction du temps et de l'espace. De plus, la propagation n'a pas lieu dans le conducteur seul, mais aussi dans l'atmosphère, et les deux cas : sol parfaitement conducteur et atmosphère diélectrique ou diélectrique indéfini en tous sens, donnent la même propagation et correspondent au cas le plus favorable. La résistance du sol n'a donc pas toute l'influence que lui assignerait la théorie précédente : si elle part de zéro, ce qui correspond au cas du conducteur parfait, et augmente, l'énergie reçue au récepteur diminue, et ceci est conforme aux idées exposées ci-dessus; mais, la résistance continuant à augmenter, l'énergie reçue passe par un minimum, pour augmenter ensuite et arriver de nouveau à sa plus grande valeur pour $R=\infty$, cas qui correspond à celui du diélectrique infini en tous sens. Enfin, il faut tenir compte du rôle de la constante diélectrique du sol dans la propagation.

Ces diverses influences seront étudiées dans la suite, dans l'exposé des idées de Zenneck et de Sommerfeld.

Quoi qu'il en soit, les calculs de Brylinski ont eu pour résultat de donner la véritable explication de l'influence de la résistance, de la fréquence et de l'amortissement sur la transmission, dans le cas où l'on peut considérer que la propagation a lieu uniquement à la surface du sol, et nous verrons plus loin que c'est le cas pour une part notable de l'énergie transmise à distance suffisamment grande de la source d'émission.

IV. — THÉORIE DE ZENNECK [37].

11. On néglige l'effet de la distance au point d'émission et celui de la courbure de la terre : la surface de séparation entre la terre et l'atmosphère est supposée plane.

Mise en équations.

12. Prenons cette surface comme plan des xy, l'axe des x étant dirigé dans le sens de la propagation.

Dans ces conditions, les deux vecteurs force électrique ($\mathcal{E}_x$, $\mathcal{E}_y$, $\mathcal{E}_z$) et force magnétique ($\mathcal{M}_x$, $\mathcal{M}_y$, $\mathcal{M}_z$) sont indépendants de y, et, de plus, dans l'un ou l'autre milieu près de la surface de séparation :

$$\mathcal{E}_y=0$$
$$\mathcal{M}_x=\mathcal{M}_z=0$$

de sorte que les équations qui définissent le champ électromagnétique :

(26400)
$$\left|\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial t} = \dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y} - \dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial z} \\ \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial t} = \dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} \\ \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial t} = \dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial x} - \dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial y} \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} 4\pi\left(c\mathcal{E}_x + \dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t}\right) = \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial y} \\ 4\pi\left(c\mathcal{E}_y + \dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t}\right) = \dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial x} - \dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial z} \\ 4\pi\left(c\mathcal{E}_z + \dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t}\right) = \dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial y} - \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial x} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

se réduisent à :

(26401)
$$\left\{\begin{array}{l} \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial t} = \dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} \\ 4\pi\left(c\,\mathcal{E}x + \dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t}\right) = \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial z} \\ 4\pi\left(c\,\mathcal{E}z + \dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t}\right) = -\dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial x} \end{array}\right.$$

Supposons que les vecteurs électrique et magnétique soient des fonctions harmoniques simples du temps. Nous pouvons considérer leurs composantes comme proportionnelles à la partie réelle de :

$$e j(\omega t + \varpi x)$$

en posant :

$$j = \sqrt{-1}$$
$$\omega = 2\pi n$$

(26402)
$$\varpi = a + bj$$

n'étant la fréquence, et λ la largeur d'onde de l'oscillation.

Les équations (26401) deviennent alors :

(26403)
$$\left\{\begin{array}{l} j\cdot\mu\omega\,\mathcal{M}_y = \left(\dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} - j\varpi\mathcal{E}_z\right) \\ 4\pi\left(c + j\dfrac{\varepsilon\omega}{4\pi}\right)\mathcal{E}_x = \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial z} \\ 4\pi\left(c + j\dfrac{\varepsilon\omega}{4\pi}\right)\mathcal{E}_z = -j\omega\,\mathcal{M}_y \end{array}\right.$$

Eliminons $\mathcal{E}_x$ et $\mathcal{E}_z$ entre ces trois équations, il reste :

(26404)
$$\frac{\partial^2 \mathcal{M}_y}{\partial z^2} = \left[\omega^2 + j.4\pi\mu\omega\left(c + j\frac{\varepsilon}{4\pi}\omega\right)\right]\mathcal{M}_y.$$

Cette équation s'intègre immédiatement. On a :

(26405)
$$\mathcal{M}_y = \mathrm{A}.e^{-j\alpha z}\, e^{j(\omega t + \varpi x)}$$

avec

(26406)
$$\alpha^2 = -\left[\omega^2 + j.4\pi\mu\omega\left(c + j\frac{\varepsilon}{4\pi}\omega\right)\right].$$

On a ensuite, d'après les équations (26403) :

$$(26407) \quad \begin{cases} \mathcal{E}_x = -j \dfrac{A\alpha}{4\pi\left(c + j\dfrac{\varepsilon\omega}{4\pi}\right)} e^{-j\alpha z} e^{j(\omega t + \omega x)} \\ \mathcal{E}_z = -j \dfrac{\omega A}{4\pi\left(c + j\dfrac{4\pi}{\varepsilon\omega}\right)} e^{-j\alpha z} e^{j(\omega t + \omega x)} \end{cases}$$

Expressions des forces électrique et magnétique dans l'air et dans le sol.

13. Supposons avoir affaire à deux milieux non magnétiques; μ est la même pour les deux milieux.

Affectons de l'indice 1 les coefficients c, ε, α, A, relatifs à l'air, et de l'indice 2 les mêmes coefficients relatifs au sol.

Les expressions des forces électrique et magnétique dans les deux milieux deviennent :

Dans l'air :

$$(264100) \quad \begin{cases} \mathcal{M}_{1y} = A_1 e^{-j\alpha_1 z} e^{j(\omega t + \omega x)} \\ \mathcal{E}_{1x} = j \dfrac{A_1\alpha_1}{4\pi\left(c_1 + j\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}\right)} e^{-j\alpha_1 z} e^{j(\omega t + \varpi x)} \\ \mathcal{E}_{1z} = - \dfrac{A_1\omega}{4\pi\left(c_1 + j\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}\right)} e^{-j\alpha_1 z} e^{j(\omega t + \varpi x)} \end{cases}$$

Dans le sol :

$$(264101) \quad \begin{cases} \mathcal{M}_{2y} = A_2 e^{-j\alpha_2 z} e^{j(\omega t + \varpi x)} \\ \mathcal{E}_{2x} = -j \dfrac{A_2\alpha_2}{4\pi\left(c_2 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)} e^{-j\alpha_2 z} e^{j(\omega t + \varpi x)} \\ \mathcal{E}_{2z} = -j \dfrac{A_2\omega}{4\pi\left(c_2 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)} e^{-j\alpha_2 z} e^{j(\omega t + \varpi x)} \end{cases}$$

avec, d'après (24606) :

$$(264110) \quad \alpha_1^2 + \omega^2 = -j.\, 4\pi\mu\omega \left(c_1 + j\frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}\right)$$

$$(26411) \quad \alpha_2^2 + \omega^2 = -j.\, 4\pi\mu\omega \left(c_2 + j\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right).$$

D'ailleurs, à la surface de séparation ($z = o$) les vecteurs $\mathcal{M}_{1y}$ et $\mathcal{E}_{1x}$ sont les mêmes pour les deux milieux. Donc :

$$(26412) \quad A_1 = A_2$$

$$(264113) \quad \frac{\alpha_1}{c_1 + j\frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}} = - \frac{\alpha_2}{c_2 + j\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}}$$

Les trois équations (264110), (264111), (264113) permettent de déterminer les trois inconnues α_1, α_2, ϖ. On en déduit :

$$(26514)\quad \begin{cases} \alpha_1^2 = -j.4\pi\mu\omega \dfrac{\left(c_1 + j\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}\right)^2}{c_1 + c_2 + j\dfrac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega}{4\pi}} \\ \alpha_2^2 = -j.4\pi\mu\omega \dfrac{\left(c_2 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}{c_1 + c_2 + j\dfrac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega}{4\pi}} \\ \varpi^2 = -j.4\pi\mu\omega \dfrac{\left(c_1 + j\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}\right)\left(c_2 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)}{c_1 + c_2 + j\dfrac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega}{4\pi}}. \end{cases}$$

Direction de la force électrique dans l'air, à proximité du sol.

14. On déduit des expressions (264100) :

$$(264150)\qquad \left|\frac{\mathcal{E}_{1x}}{\mathcal{E}_{1z}}\right| = \frac{\alpha_1}{\varpi} = \sqrt{\frac{c_1 + j\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}}{c_2 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}}}$$

Dans l'air, $c_1 = 0$, et il reste

$$\left|\frac{\mathcal{E}_{1x}}{\mathcal{E}_{1z}}\right| = \sqrt{\frac{j\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}}{c_2 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}}} = \sqrt{\frac{j\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi c_2}}{1 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}}}.$$

Posons

$$(264151)\qquad tg\, 2\varphi_1 = \frac{4\pi c_2}{\varepsilon_2\omega}.$$

D'où

$$e^{j.2\varphi_1} = \cos 2\varphi_1 + j\sin 2\varphi_1 = \frac{\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2}} + j\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2}}$$

$$(264152)\quad e^{j.2\varphi_1} = \sqrt{1+\left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2}\,\frac{j\left(1 - j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)}{\left(1 - j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)\left(1 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)} = j\frac{\sqrt{1+\left(\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2}}{1 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}}$$

et

$$(264152)\,\frac{\mathcal{E}_{1x}}{\mathcal{E}_{1z}} = \sqrt{\frac{j\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi c_2}}{1 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}}} = \sqrt{\frac{\dfrac{\varepsilon_1\omega}{4\pi c_2}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2}}\;\frac{j\sqrt{1+\left(\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2}}{1 + j\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}}} =$$

$$=\sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi c_2}}{\sqrt{1+\left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2}}}e^{j\varphi_1}.$$

$\mathcal{E}_{1x}$ et $\mathcal{E}_{1z}$ sont donc deux vecteurs qui diffèrent en phase de l'angle φ_1.

Il s'ensuit que le vecteur $\mathcal{E}_1$ n'est pas purement alternatif : il varie en direction et en grandeur suivant le rayon vecteur d'une ellipse dont l'axe est incliné dans le sens de la propagation.

15. J. Zenneck a tracé les courbes qui représentent les valeurs de φ_1 et $\frac{\mathcal{E}_{1x}}{\mathcal{E}_{1z}}$ pour différentes valeurs de la conductibilité spécifique et de constante diélectrique du sol.

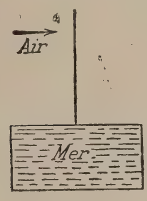


Fig. 87.

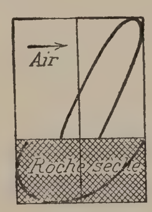


Fig. 88.

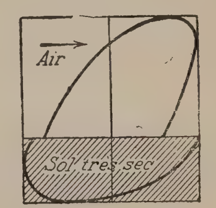


Fig. 89.

1° On voit que :

1° *Si* $\frac{\varepsilon_1}{4\pi c_1}$ *est très petit,* par exemple *pour l'eau de mer :*

$$\left(c_2=10^{-11},\ \varepsilon_2=\frac{80}{9.10^{20}},\ \varepsilon_1=\frac{1}{9.10^{20}}\right)$$

$$2\varphi_1 = 90^\circ \text{ environ}$$

$$\varphi_1 = 45^\circ \quad —$$

$$\frac{\mathcal{E}_{1x}}{\mathcal{E}_{1z}} \text{ est très voisin de zéro.}$$

Donc la force électrique est sensiblement perpendiculaire à la surface, et est presque purement alternative, la composante de champ tournant étant négligeable (fig. 87);

2° *Si* $\left|\frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi c_2}\right|$ *n'est pas très petit, mais que* φ_1 *le soit, le champ électrique dans l'air est fortement incliné sur la normale, mais est sensiblement alternatif pur* (fig. 88). Ce cas peut se présenter même pour une faible constante diélectrique. Le champ est d'autant plus incliné que la conductibilité est plus faible;

3° *Si* $\left|\frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi c_2}\right|$ *et* φ_1 *ne sont pas très petits* (par exemple cas du *sol trés sec* $\left(\varepsilon_2=\frac{2}{9.10^{20}}, \varepsilon_1=\frac{1}{9.10^{20}}, c_2<10^{-16}\right)$ *on a dans l'air une composante de champ tonrnant importante, et le champ est plus ou moins incliné sur la normale.* Il faut, pour que ce cas se réalise, que la constante diélectrique soit faible, et que la conductibilité spécifique soit au moins égale à 10^{-15} (fig. 89).

Direction de la force électrique dans le sol.

16. On a, dans le sol, d'après les expressions (264101) :

(264160)
$$\left|\frac{\mathcal{E}_{2x}}{\mathcal{E}_{2z}}\right|=\frac{\alpha_2}{\varpi}=\sqrt{\frac{\sqrt{1+\left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2}}{\frac{\varepsilon_1\varpi}{4\pi c_2}}}\,e^{i\varphi_2}$$

avec :

$$\varphi_1=\frac{\pi}{2}-\varphi_2$$

(264162)
$$\left|\frac{\mathcal{E}_{2x}}{\mathcal{E}_{2z}}\right|=\frac{1}{\left|\frac{\mathcal{E}_{1x}}{\mathcal{E}_{1z}}\right|}e^{+i\varphi_2}$$

Donc le rapport des deux amplitudes est inverse et la phase est à 90° de ce qu'on obtient pour le point correspondant dans l'air.

(Voir figures 87, 88 et 89.)

Dissipation d'énergie dans le sol pendant la propagation.

17. La présence d'un courant à l'intérieur du sol entraîne une absorption d'énergie qui se traduit à son tour par une décroissance de l'intensité des champs électrique et magnétique pendant la propagation.

L'un et l'autre de ces deux vecteurs sont de la forme :

(26420)
$$\mathrm{A}e^{j\varpi x}=\mathrm{A}e^{-bx}e^{jax}$$

en posant :

(26421)
$$\varpi=a+bj$$

ce qui met bien en évidence le fait de la décroissance de l'amplitude quand x augmente.

L'amplitude est réduite dans le rapport $\frac{1}{e}$ quand x augmente de

$$x_1=\frac{1}{b}.$$

D'ailleurs d'après les expressions (26414) :

$$\varpi^2 = -j.4\pi\mu\omega \frac{\left(c_1 + j\frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}\right)\left(c_2 + j\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)}{c_1 + c_2 + j\frac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega}{4\pi}}$$

(25422) $$\varpi^2 = \mu\omega^2\varepsilon_1 \frac{c_2 + j\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}}{c_1 + c_2 + j\frac{(\varepsilon_2+\varepsilon_1)\omega}{4\pi}}$$

puisque c_1 est égal à zéro,

(26423) $$\varpi = \sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1}\sqrt{\frac{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}}{(c_1+c_2)^2 + \left(\frac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega}{4\pi}\right)^2}\frac{e^{j\psi_1}}{e^{j\psi_2}}}$$

(26424) $$= \sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1 \frac{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}}{(c_1+c_2)^2 + \left(\frac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega}{4\pi}\right)^2}}\, e^{j(\psi_1-\psi_2)}$$

en posant :

(26425) $$tg\,\psi_1 = \frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}$$

(26426) $$tg\,\psi_2 = \frac{(\varepsilon_2+\varepsilon_1)\omega}{4\pi c2}$$

(26427) $$\omega = a + jb = \sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1 \frac{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}}{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\omega(\varepsilon_2+\varepsilon_1)}{4\pi}\right)^2}}}\left(\cos\frac{\psi_1-\psi_2}{2} + j\sin\frac{\psi_1-\psi_2}{2}\right)$$

d'où b :

(26428) $$b = \sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1}\sqrt{\frac{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}}{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\omega(\varepsilon_2+\varepsilon_1)}{4\pi}\right)^2}}}\sin\frac{\psi_1-\psi_2}{2}$$

On peut ainsi calculer la distance

$$x_1 = \frac{1}{b}$$

qui correspond à une diminution de l'amplitude de l'onde dans le rapport $\frac{1}{e}$.

Les courbes de la figure 90 représentent la décroissance de l'amplitude avec la distance (pour une longueur d'onde de 300 mètres).

On voit que :

1° *La constante diélectrique étant donnée, l'absorption est maxima pour une valeur déterminée de la conductibilité ;*

2° *La constante diélectrique a une très grande influence sur l'ab-*

sorption, celle-ci étant d'autant moindre que la constante diélectrique est plus élevée.

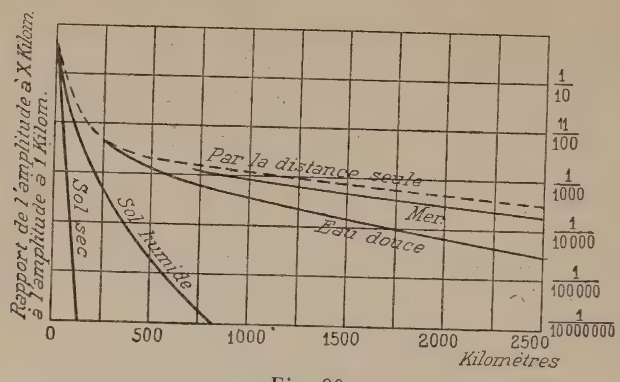


Fig. 90.

Profondeur de pénétration des ondes dans le sol.

18. Les deux vecteurs électrique et magnétique sont de la forme :

(264300) $$\mathrm{B}\, e^{-j\alpha_2 z}$$

Posons :

(264301) $$\alpha_2 = -(c + jd)$$

il vient :

(264302) $$\mathrm{B}\, e^{jcz}\, e^{-dz}$$

cette forme met bien en évidence *l'amortissement dé l'onde quand on pénètre dans le sol.*

L'amplitude est réduite dans le rapport $\frac{1}{e}$ quand z augmente de

(26431) $$z_1 = \frac{1}{d}$$

On a :

(26432) $$\alpha_2 = \varpi \frac{c_2 + j\frac{\varepsilon_2 \omega}{4\pi}}{c_1 + j\frac{\varepsilon_1}{4\pi}\omega}.$$

D'ailleurs, d'après l'équation (26424)

$$\varpi = \sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1 \frac{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}}{\sqrt{c_2^2 + \left[\frac{(\varepsilon_2 + \varepsilon_1)\omega}{4\pi}\right]^2}}}\, e^{j\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}}.$$

Comme

$$c_2 + j\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi} = \sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}\, e^{j\psi_1}$$

$$c_1 + j\frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi} = \sqrt{c_1^2 + \left(\frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi}\right)^2}\, e^{j\psi}$$

en posant :

(26433)
$$tg\psi = \frac{\varepsilon_1\omega}{4\pi c_1}$$

on en déduit :

(26434)
$$\alpha_2 = -(c+jd) = -\sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1}\,\frac{\sqrt{c_2^2+\frac{\omega^2\varepsilon_2^2}{(4\pi)^2}}}{\sqrt{\sqrt{c_1^2+\frac{\omega^2\varepsilon_1^2}{(4\pi)^2}}\sqrt{c_2^2+\frac{\omega^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}{(4\pi)^2}}}}\,e^{j\left(\psi-\frac{\psi_1}{2}-\frac{\psi_2}{2}\right)}$$

et

(26435)
$$d = \sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1}\sqrt{\frac{\sqrt{c_2^2+\frac{\omega^2\varepsilon_2^2}{(4\pi)^2}}}{\sqrt{c_1^2+\frac{\omega^2\varepsilon_1^2}{(4\pi)^2}}\sqrt{c_2^2+\frac{\omega^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}{(4\pi)^2}}}}\sin\left(\psi-\frac{\psi_1}{2}-\frac{\psi_2}{2}\right)$$

$\frac{1}{d}$ représente la profondeur à laquelle l'amplitude est réduite dans le rapport $\frac{1}{e}$.

Dans le cas où le milieu 1 est l'air,

$$c_1 = 0 \qquad tg\psi = \infty$$

et

$$d = \sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1}\times\frac{1}{\sqrt{\frac{\omega\varepsilon_1}{4\pi}}}\sqrt{\frac{c_2^2+\frac{\omega^2\varepsilon_2^2}{(4\pi)^2}}{\sqrt{c_2^2+\frac{\omega^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}{(4\pi)^2}}}}\cos\left(\frac{\psi_1}{2}+\frac{\psi_2}{2}\right)$$

(26436)
$$d = 2\sqrt{\mu\omega\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{c_2^2+\frac{\omega^2\varepsilon_2^2}{(4\pi)^2}}{\sqrt{c_2^2+\frac{\omega^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}{(4\pi)^2}}}}\cos\left(\frac{\psi_1}{2}+\frac{\psi_2}{2}\right)$$

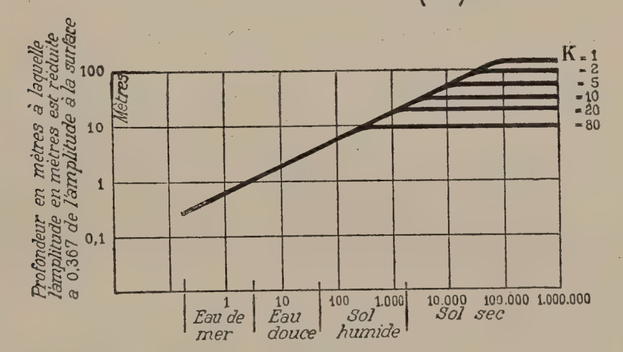


Fig. 91.

Les courbes de la fig. 91 représentent $\frac{1}{d}$ en fonction de la conductibi-

lité et du pouvoir inducteur spécifique ε_2. Jusqu'à la conductibilité 10^{-13} (en unités CGS) l'influence de la constante diélectrique est imperceptible. Elle n'atteint jamais la même importance que pour la forme du champ électrique ou l'absorption à la surface.

Dans le cas des *grandes conductibilités*

$$\left(\frac{\omega\varepsilon_2}{4\pi}\right)^2 \text{ et } \left(\frac{\omega(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}{4\pi}\right)^2 \text{ étant négligeables devant } c_2^2$$

on a :

$$\psi_1 \text{ et } \psi_2 \text{ très voisins de zéro}$$

et : (26437) $$d = 2\sqrt{\omega\sqrt{\pi}\, c_2 \mu}$$

Le coefficient d'atténuation d *est proportionnel à la racine carrée de la conductibilité et inversement proportionnel à la racine carrée de la longueur d'onde. La profondeur de pénétration des ondes varie comme la racine carrée de la longueur d'onde.*

On voit, par exemple que, sur l'*eau de mer*

$$\left(\varepsilon_1 = \frac{1}{9.10^{20}},\ \varepsilon_2 = \frac{80}{9.10^{20}},\ c_1 = o,\ c_2 = 10^{-11}\right)$$

l'amplitude est réduite dans le rapport $\frac{1}{e}$:

à la profondeur de	50 centimètres	environ	pour la longueur d'onde de	300 mètres.
—	1,60 mètres	environ	—	3 000 mètres.
—	5 mètres	environ	—	30 000 mètres.

Si la *conductibilité est faible* par rapport à $\frac{\omega\varepsilon_2}{4\pi}$, on a :

c_2^2 négligeable par rapport à $\left(\frac{\omega\varepsilon_2}{4\pi}\right)^2$ et $\left(\frac{\omega(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}{4\pi}\right)^2$,

$tg\psi_1$ et $tg\psi_2$ très grands.

$$\cos\psi_1 = \frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}, \qquad \cos\psi_2 = \frac{(\varepsilon_2+\varepsilon_1)\omega}{4\pi c_2}$$

$$\cos\frac{\psi_1+\psi_2}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos(\psi_1+\psi_2)}{2}} = \frac{2\sqrt{2}\, c_2}{\omega\sqrt{\varepsilon_2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}}$$

(26438) $$d = 2\sqrt{\mu\omega\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{2\varepsilon_2}{\pi\omega(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}}\cdot c_2 = \sqrt{\frac{8\varepsilon_2}{\sqrt{\pi}\cdot(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}}\cdot c_2$$

La profondeur de pénétration est indépendante de la longueur d'onde.

Sur sol très sec,

$$\varepsilon_2 = \frac{2}{9.10^{20}}, \quad \varepsilon_1 = \frac{1}{9.10^{20}}, \quad c_1 = 0, \quad c_2 = 10^{-16}$$

$\frac{1}{d}$ dépasse 100 mètres, et la pénétration est considérable.

Influence de la longueur d'onde sur l'absorption d'énergie par le sol.

1° Cas d'un milieu très conducteur et doué d'un pouvoir inducteur spécifique élevé (eau de mer). — *19.* On a, d'après l'expression (26428),

$$b=\sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1}\sqrt{\frac{\sqrt{c_2^2+\left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}}{\sqrt{c_2^2+\left[\frac{\omega(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}{4\pi}\right]^2}}}\sin\frac{\psi_1-\psi_2}{2}$$

avec

$$\begin{cases} tg\,\psi_1=\dfrac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2} \\ tg\,\psi_2=\dfrac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega}{4\pi c_2} \end{cases}$$

Si la conductibilité du milieu est assez grande pour qu'on puisse négliger $\left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi c_2}\right)^2$ et $\left(\frac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega}{4\pi c_2}\right)^2$, par rapport à l'unité,

on peut écrire :

$$\sin\frac{\psi_1-\psi_2}{2}=\frac{\psi_1-\psi_2}{2}=\frac{tg\,\psi_1-tg\,\psi_2}{2}$$

$$\sin\frac{\psi_1-\psi_2}{2}=\frac{\varepsilon_1\omega}{8\pi c_2}.$$

Si de plus la constante diélectrique ε_2 est assez grande par rapport à la constante diélectrique ε_1 de l'air, $c_2^2+\left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2$ est sensiblement égal à $c_2^2+\left(\omega\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{4\pi}\right)^2$ et l'on a, approximativement :

(264400) $$b=\sqrt{\mu\omega_2\varepsilon_1}\,\frac{\varepsilon_1\omega}{8\pi c_2}=\frac{\omega^2\varepsilon_1}{8\pi c_2}\sqrt{\varepsilon_1}$$

(264401) $$x_1=\frac{1}{b}=\frac{8\pi c_2}{\omega^2\varepsilon_1\sqrt{\varepsilon_1}}$$

ω étant inversement proportionnel à la longueur d'onde λ, on voit que *le coefficient* b *d'amortissement de l'onde avec la vitesse de propagation est inversement proportionnel au carré de la longueur d'onde.* La distance de propagation x_1 qui correspond à une diminution de l'amplitude dans le rapport $\frac{1}{e}$ est proportionnelle au carré de la longueur d'onde.

Pour l'*eau de mer :*

$$\varepsilon_2=\frac{80}{9.10^{20}},\qquad c_2=10^{-11},\qquad \varepsilon_1=\frac{1}{9.10^{20}}$$

Avec la longueur d'onde de 300 mètres :

$$\omega = 2\pi . 10^6$$
$$x_1 = 1,8 . 10^8 \text{ cm.}$$
$$x_1 = 1\,800 \text{ kilomètres}$$

Avec la longueur d'onde de 3 000 mètres :

$$\omega = 2\pi . 10^5$$
$$\omega_1 = 180\,000 \text{ kilomètres.}$$

De même, approximativement, pour le *sol ordinaire :*

$$\varepsilon_2 = \frac{5}{9.10^{20}}, \qquad c_2 = 10^{-13}, \qquad \varepsilon_1 = \frac{1}{9.10^{20}}$$

Avec la longueur d'onde de 300 mètres :

$$\omega = 2\pi . 10^6.$$
$$x_1 = 1,8 . 10^6 \text{ cm.} = 18 \text{ kilomètres.}$$

Avec la longueur d'onde de 3 000 mètres :

$$(\omega = 2\pi . 10^5)$$
$$x_1 = 1\,800 \text{ kilomètres.}$$

2° **Cas d'un sol isolant et doué d'un faible pouvoir inducteur spécifique. —** *20*. On a :

$$(26441) \qquad b = \sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1}\sqrt{\frac{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi^2}\right)^2}}{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\omega}{4\pi}\right)^2}}} \sin\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}$$

Dans le cas d'un sol isolant, et à faible pouvoir inducteur spécifique, par exemple le *sable sec,* pour lequel nous pouvons prendre

$$\varepsilon_2 = \frac{2}{9.10^{20}}, \qquad c_2 = 10^{-16},$$

les différents termes de b varient de la manière suivante quand la longueur d'onde augmente :

Le terme $\sqrt{\mu\omega^2\varepsilon_1}$ est inversement proportionnel à la longueur d'onde.

Le terme $\sqrt{\frac{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi}\right)^2}}{\sqrt{c_2^2 + \left(\frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\omega}{4\pi}\right)^2}}}$ varie peu.

Le terme $\sin\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}$ varie dans le même sens que la longueur d'onde.

Dans l'ensemble, *l'augmentation de la longueur d'onde n'améliore que peu la transmission.*

En résumé, *dans la propagation sur mer, l'onde de* 300 *mètres est peu absorbée, mais il y a tout de même avantage à augmenter la longueur d'onde.*

Dans la propagation sur sol ordinaire, l'onde de 300 mètres subit une absorption sensible. L'accroissement de la longueur d'onde produit une amélioration très marquée.

Dans la propagation sur sol très sec, l'absorption est très marquée, et la variation de longueur d'onde n'a que peu d'effet.

Vitesse de propagation de l'onde électromagnétique le long de la surface de séparation des deux milieux.

21. La vitesse moyenne est égale à :

$$V = \frac{\omega}{a}$$

a étant la partie réelle de ϖ.

L'expression (26427) montre que

$$a = \sqrt{\omega^2 \mu \varepsilon_1} \sqrt[4]{\frac{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2 \omega}{4\pi}\right)^2}{c_2^2 + \left(\frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\omega}{4\pi}\right)^2}} \cos \frac{\psi_1 - \psi_2}{2} \qquad (\mu = 1)$$

d'où

$$(2645) \qquad V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} \sqrt[4]{\frac{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{4\pi}\omega\right)^2}{c_2^2 + \left(\frac{\varepsilon_2 \omega}{4\pi}\right)^2}} \cos \frac{\psi_1 - \psi_2}{2}$$

avec

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}} = \Omega$$

Ω étant la vitesse de la lumière. On en déduit *pour* V *des valeurs supérieures à la vitesse de la lumière,* ce qui s'explique, en raison de l'inclinaison des surfaces d'onde le long de la surface de séparation.

V. — THÉORIE DE SOMMERFELD [40, 46].

Enoncé du problème.

22. On suppose *un excitateur de révolution dont le plan équatorial se confond avec la surface de séparation, plane par hypothèse, de deux milieux différents.* Il s'agit d'étudier la propagation des ondes électromagnétiques émises pendant le fonctionnement de cet appareil. Si le milieu 1 représente l'atmosphère et le milieu 2 la terre, la solution du problème sera celle de la propagation à la surface du sol.

Mise en équations.

23. Nous emploierons les notions suivantes :

TABLEAU III

	Milieu 1 Atmosphère.	Milieu 2 Sol.
Constance diélectrique...........	ε_1	ε_2
Perméabilité.....................	μ_1	μ_2
Conductibilité..................	c_1	c_2
	$\xi_1^2 = \varepsilon_1\mu_1\omega^2 + j\omega\mu_1 c_1 . 4\pi$	$\xi_2^2 = \varepsilon_2\mu_2\omega^2 + j\omega\mu_2 c_2 . 4\pi$
	$\varkappa_1 = \dfrac{\xi_1^2}{\mu_1}$	$\varkappa_2 = \dfrac{\xi_2^2}{\mu_2}$
Vitesse de la lumière dans le vide.	Ω	
Pulsation des ondes émises.......	ω	
Longueur d'onde.................	λ	

On suppose que les vecteurs électrique $\mathcal{E}$ et magnétique $\mathcal{H}$ sont des fonctions harmoniques simples du temps. $\mathcal{E}$ et $\mathcal{H}$ sont donc proportionnels à la partie réelle de

$$e^{j\omega t}$$

et l'on peut, dans le calcul, supposer qu'ils sont proportionnels à $e^{j\omega t}$.

En tenant compte de cette hypothèse, les équations différentielles du champ électromagnétique :

$$\left\{\begin{aligned} \mu\frac{\partial\mathcal{H}_x}{\partial t} &= \frac{\partial\mathcal{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial\mathcal{E}_y}{\partial z} \\ \mu\frac{\partial\mathcal{H}_y}{\partial t} &= \frac{\partial\mathcal{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial\mathcal{E}_z}{\partial x} \\ \mu\frac{\partial\mathcal{H}_z}{\partial t} &= \frac{\partial\mathcal{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial\mathcal{E}_x}{\partial y} \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} 4\pi\left(c\mathcal{E}_x + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial\mathcal{E}_x}{\partial t}\right) &= \frac{\partial\mathcal{H}_y}{\partial z} - \frac{\partial\mathcal{H}_z}{\partial y} \\ 4\pi\left(c\mathcal{E}_y + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial\mathcal{E}_y}{\partial t}\right) &= \frac{\partial\mathcal{H}_z}{\partial x} - \frac{\partial\mathcal{H}_x}{\partial z} \\ 4\pi\left(c\mathcal{E}_z + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial\mathcal{E}_z}{\partial t}\right) &= \frac{\partial\mathcal{H}_x}{\partial y} - \frac{\partial\mathcal{H}_y}{\partial x} \end{aligned}\right.$$

deviennent :

(26510)
$$\begin{cases} j\mu\omega\mathcal{H}_x = \dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y} - \dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial z} \\ j\mu\omega\mathcal{H}_y = \dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} \\ j\mu\omega\mathcal{H}_z = \dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial x} - \dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial y} \end{cases}$$

(26511)
$$\begin{cases} (4\pi c + j\varepsilon\omega)\mathcal{E}_x = \dfrac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial y} \\ (4\pi c + j\varepsilon\omega)\mathcal{E}_y = \dfrac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial x} - \dfrac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial z} \\ (4\pi c + j\varepsilon\omega)\mathcal{E}z = \dfrac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial y} - \dfrac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} \end{cases}$$

L'excitateur étant supposé de révolution autour de l'axe des z, $\mathcal{E}$ et $\mathcal{H}$ peuvent comme nous l'avons vu dans l'*Introduction à l'Etude des Radiocommunications* se déduire d'une fonction caractéristique Π par les différentations suivantes :

$$-\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial y}$$

d'où :

(26512)
$$\mathcal{H}_x = \frac{\partial \Pi}{\partial y}, \qquad \mathcal{H}_y = \frac{\partial \Pi}{\partial x}$$

En portant ces valeurs dans les équations (26512) on obtient :

$$\begin{cases} (4\pi c - j\varepsilon\omega)\,\mathcal{E}_x = +\dfrac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial z} \\ (4\pi c - j\varepsilon\omega)\,\mathcal{E}_y = +\dfrac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial z} \\ (4\pi c - j\varepsilon\omega)\,\mathcal{E}_z = -\left(\dfrac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \Pi}{dy^2}\right) \end{cases}$$

ou :

(26513)
$$\begin{cases} \mathcal{E}_x = \dfrac{j\omega}{\varkappa^2}\dfrac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial y} \\ \mathcal{E}_y = \dfrac{j\omega}{\varkappa^2}\dfrac{\partial^2 \Pi}{\partial y \partial z} \\ \mathcal{E}_z = -\dfrac{j\omega}{\varkappa^2}\left(\dfrac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2}\right) \end{cases}$$

Les équations (26512) et (26513) montrent que :

1° La résultante $\mathcal{H}$ de $\mathcal{H}_x$ et $\mathcal{H}_y$ est perpendiculaire au rayon vecteur qui va du point considéré à l'origine et à la grandeur

(26514) $$\mathcal{H} = -\frac{\partial \Pi}{\partial r}.$$

2° La résultante $\mathcal{E}_r$ de $\mathcal{E}_x$ et $\mathcal{E}_y$ est dans la direction du rayon vecteur et a pour grandeur

(26515) $$\mathcal{E}_r = \frac{j\omega}{\varkappa^2}\frac{\partial^2 \Pi}{\partial r \partial z}.$$

Les équations (26510) donnent ensuite pour Π l'équation différentielle

$$\Delta\Pi + \xi^2\Pi = 0.$$

Ecrivons maintenant les conditions aux limites. (On affectera les symboles des indices 1 ou 2 suivant qu'on sera dans le premier ou dans le deuxième milieu). Dans le plan limite

$$z = 0$$

on doit avoir :

$$\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_2, \qquad \mathcal{E}_{1r} = \mathcal{E}_{2r}$$

ou

$$\Pi_1 = \Pi_2, \qquad \frac{1}{\varkappa_1^2}\frac{\partial \Pi}{\partial z} = \frac{1}{\varkappa_2^2}\frac{\partial \Pi_2}{\partial z}$$

Notre problème se formule donc, finalement, par les expressions suivantes :

(26516) $$\begin{cases} \Delta\Pi_1 + \xi_1^2\Pi_1 = 0 & \text{pour } z > 0 \\ \Delta\Pi_2 + \xi_2^2\Pi_2 = 0 & \text{pour } z < 0 \end{cases}$$

(26517) $$\left\{ \begin{array}{c} \Pi_1 = \Pi_2 \\ \dfrac{1}{\varkappa_1^2}\dfrac{\partial \Pi_1}{\partial z} = \dfrac{1}{\varkappa_2^2}\dfrac{\partial \Pi_2}{\partial z} \end{array} \right\} \text{pour } z = 0$$

(26518) $$\begin{cases} \Pi_1 = 0 & \text{pour } z > 0, r = \infty \text{ et } z = +\infty \\ \Pi_2 = 0 & \text{pour } z < 0, r = \infty \text{ et } z = -\infty \end{cases}$$

On sait qu'au cas d'un milieu homogène correspond la solution :

(26519) $$\Pi = \frac{e^{j\xi R}}{R}$$

Solution générale du problème.

24. L'expression suivante :

(26521) $$C\,J(\lambda r)\,e^{\sqrt{\lambda^2 - \xi^2}.z}$$

où J est la fonction de Bessel d'indice zéro, et λ un paramètre arbitraire, est une solution de l'équation différentielle

$$\Delta\Pi + \xi^2\Pi = 0$$

Pour $z = 0$, cette solution se réduit à la fonction C J, indépendante de la constante ξ du milieu. Pour qu'elle soit finie pour $z > 0$ et $z < 0$ et pour toutes les valeurs positives de λ, il faut d'ailleurs que $\sqrt{\lambda^2 - \xi^2}.z$ ait constamment sa partie réelle négative. Aussi écrirons-nous

au lieu de (26521) l'expression suivante, dans laquelle la constante arbitraire C est exprimée en fonction arbitraire de λ :

$$\begin{cases} f_1(\lambda)\, J(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}.z} & \text{pour } z>0 \\ f_2(\lambda)\, J(\lambda r)\, e^{\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}.z} & \text{pour } z<0. \end{cases}$$

On démontre facilement que notre solution particulière (26519) est une somme de solutions de la forme (26521) :

(26522) $$\frac{e^{j\xi R}}{R}=\int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2-\xi^2}} J(\lambda r)\, e^{\mp\sqrt{\lambda^2-\xi^2}\, z}. \quad \begin{cases}\text{Signe} - \text{pour } z>0\\ \text{Signe} + \text{pour } z<0\end{cases}$$

La solution devant prendre la forme (29519) dans un milieu homogène, nous sommes amenés à composer Π_1 et Π_2 de deux expressions, l'une qui correspond à l'action de l'excitateur supposé placé dans un milieu homogène; l'autre qui représente l'action de la surface de séparation des deux milieux; et nous écrirons :

(265230) $$\begin{cases} \Pi_1=\dfrac{e^{j\xi_1 R}}{R}+\displaystyle\int_0^\infty f_1(\lambda)\, J(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}.z}\, d\lambda \\ \Pi_2=\dfrac{e^{j\xi_2 R}}{R}+\displaystyle\int_0^\infty f_2(\lambda)\, J(\lambda r)\, e^{\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}.z}\, d\lambda. \end{cases}$$

Il s'agit de déterminer les constantes de façon à satisfaire aux conditions aux limites.

On vérifie immédiatement que les amplitudes des premiers termes de Π_1 et Π_2 étant les mêmes, on a :

$$\Pi=\Pi_2 \text{ pour } z=0,\ r=0.$$

Ecrivons maintenant que $\Pi_1=\Pi_2$ pour $z=0$. On a, d'après les équations (26522) et (265230) et en faisant $z=0$

(265231) $$\int_0^\infty \lambda d\lambda . J(\lambda r)\left\{\frac{1}{\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}}-\frac{1}{\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}}\right\}=-\int_0^\infty \lambda d\lambda . J(\lambda r)\left\{f_1(\lambda)-f_2(\lambda)\right\}$$

Ecrivons ensuite que, pour $z=0$

$$\frac{1}{\varkappa_1^2}\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}=\frac{1}{\varkappa_2^2}\frac{\partial \Pi_2}{\partial z}.$$

Il vient, en remarquant que :

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{e^{j\xi R}}{R}\right)=0,$$

pour $z=0$:

(265232) $$\int_0^\infty \lambda d\lambda . J(\lambda r)\left\{\frac{f_1(\lambda)}{\varkappa_1^2}\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}+\frac{f_2(\lambda)}{\varkappa_2^2}\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}\right\}=0.$$

Les équations (265231) et (265232) sont satisfaites pour les valeurs suivantes de $f_1(\lambda)$ et $(f_2\lambda)$.

(26524) $$\begin{cases} f_1(\lambda)=\dfrac{\varkappa_1^2}{\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}}\,\dfrac{\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}-\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}}{\varkappa_1^2\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}+\varkappa_2^2\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}} \\ f_2(\lambda)=\dfrac{\varkappa_1^2}{\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}}\,\dfrac{\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}-\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}}{\varkappa_1^2\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}+\varkappa_2^2\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}} \end{cases}$$

Nous obtenons, en portant ces expressions dans les équations (26530), la solution générale cherchée.

Les expressions (26530) sont écrites sous une forme commode pour l'étude des points voisins de l'origine.

Pour les grandes distances de l'origine, il sera plus commode d'écrire les intégrales sous la forme suivante, obtenue immédiatement en remplaçant, dans les expressions (265230) $\frac{e^{j\xi_1 R}}{R}$ et $\frac{e^{j\xi_2 R}}{R}$, par leurs valeurs (26522), et $f_1(\lambda)$ et $f_2(\lambda)$ par leurs valeurs (26524) :

$$(26525) \quad \begin{cases} \Pi_1 = \int_0^\infty \frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{N} J(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}\,z} \lambda d\lambda \\ \Pi_2 = \int_0^\infty \frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{N} J(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}\,z} \lambda d\lambda \end{cases}$$

avec :

$$(26526) \quad N = \varkappa_1^2 \sqrt{\lambda^2 - \xi_2^2} + \varkappa_2^2 \sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}$$

Il est intéressant d'appliquer immédiatement la solution à deux cas particuliers.

Cas particulier d'un milieu unique homogène.

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi.$$

On a alors

$$\frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{N} = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 - \xi^2}}$$

et l'on tire immédiatement, des expressions (265230), en tenant compte des expressions (26522)

$$\Pi_1 = \Pi_2 = \frac{e^{j\xi R}}{R}$$

Cas particulier où le milieu 2 possède une conductibilité parfaite ou une constante diélectrique infinie.

Alors :

$$\frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{N} = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}}$$

$$\Pi_1 = \frac{e^{j\xi_1 R}}{R}$$

$$\Pi_2 = \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}} J(\lambda r) e^{\sqrt{\lambda^2 - \xi_2^2}\,z} = 0.$$

Principes de la discussion.

26. Les constantes ξ_1 et ξ_2 étant imaginaires, nous devons parcourir le chemin d'intégration dans le plan complexe.

Dans ce plan nous trouvons les trois positions caractéristiques suivantes, qui serviront au calcul de l'expression (26525) :

$$(26531) \quad \begin{cases} \lambda = \xi_1 \\ \lambda = \xi_2 \\ \lambda = s \end{cases}$$

Notre hypothèse sur le signe de la partie réelle de $\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}$, $\sqrt{\lambda^2 - \xi_2^2}$ nous interdit de faire couper par le chemin d'intégration les lignes pour lesquelles $\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}$, $\sqrt{\lambda^2 - \xi_2^2}$ sont pure-

ment imaginaires. Ces lignes, $\xi_1 A_1$, $\xi_2 A_2$, que doit contourner le chemin d'intégration, partent des points $\xi_1 \xi_2$ (fig. 92) et rejoignent à l'infini l'axe imaginaire.

Le troisième point caractéristique s est celui pour lequel N s'annule ; il correspond à la valeur

(26532) $$s = \sqrt{\frac{\xi_1^2 \xi_2^2}{\xi_1^2 + \xi_2^2}}.$$

Il est facile de voir que ξ_1, ξ_2 et s sont situés dans le premier quadrant du plan complexe (fig. 92).

A la fonction $J(\lambda r)$, qui devient infinie aussi bien pour les valeurs positives que pour les valeurs négatives de l'argument, il est commode de substituer, comme dans la plupart des problèmes physiques, les deux fonctions H_1 et H_2 de Hankel, qui remplissent la condition

$$J(\lambda r) = \frac{1}{2}\Big[H_1(\lambda r) + H_2(\lambda r)\Big].$$

Fig. 92.

$J(\lambda r)$ représentant une onde stationnaire, H_1 et H_2 représentent les deux ondes cylindriques composantes se propageant, l'une en divergeant vers l'infini, l'autre en convergeant à partir de l'infini. On a, pour les grandes valeurs de l'argument à droite de l'axe imaginaire :

(26534) $$\begin{cases} H_2(x) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}}\, e^{j\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} \\ H_2(x) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}}\, e^{-j\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} \end{cases}$$

H_1 devient nul à l'infini dans le premier quadrant du plan complexe, H_2 devient nul à l'infini dans le quatrième quadrant du plan complexe.

L'expression (26525) de Π_1 prend si l'on tient compte de (26533) la forme :

$$\Pi_1 = \int_0^\infty \frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{2N} H_1(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}\, z} \lambda d\lambda + \int_0^\infty \frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{2N} H_2(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}\, z} \lambda d\lambda$$

Nous tracerons le chemin d'intégration dans le premier quadrant du plan complexe pour la première intégrale, dans le quatrième quadrant pour la deuxième.

Pour la première intégrale, le chemin d'intégration ne devra pas couper les lignes $A_1 \xi_1$, $A_2 \xi_2$ (voir fig. 92) et devra contourner le pôle S. L'intégrale se composera donc des parties suivantes :

P_1, correspondant au chemin décrit autour du pôle s ;
$Q_1^1\, Q_1^2$ correspondant aux chemins autour des lignes de coupure $A_1 \xi_1$, $A_2 \xi_2$;
R'_1 prise le long de l'axe imaginaire positif ;
S_1 prise le long des portions du circuit situées à l'infini ;
T_1 prise le long des liaisons entre l'infini et le pôle s.

On a, pour ces différentes parties,

$$R'_1 = \int_0^{j\infty} \frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{2N} H_1(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}\, z} \lambda d\lambda.$$

T_1 est nul, les deux parties qui le composent se détruisant.
S_1 est nul, puisque H_1 est nul à l'infini dans le premier quadrant.
De sorte qu'il ne reste, pour la première intégrale, que :

$$P_1 + Q_1^1 + Q_1^2 + R'_1$$

Pour la deuxième intégrale, le chemin d'intégration sera tracé dans le quatrième quadrant. Il comprendra l'axe imaginaire et rejoindra par l'infini l'axe réel. La partie de l'intégrale tracée à l'infini est nulle, puisque H_2 est nul à l'infini dans le quatrième quadrant. L'intégrale prise le long de l'axe imaginaire est

$$R''_1 = \int_0^{-j\infty} \frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{2\,N} H_2(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}\,z} \lambda d\lambda.$$

D'ailleurs nous avons, entre H_1 et H_2, les relations

$$H_2\left(x e^{-j\pi}\right) = -H_1(x).$$

Posons $x = \lambda r$, multiplions les deux membres par

$$\frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{2\,N} e^{\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}\,z} \lambda d\lambda$$

et intégrons sur l'axe imaginaire entre 0 et $+j\infty$. Le terme de droite représente $-R'_1$. Faisons ensuite à gauche la substitution $\lambda e^{-j\pi} = -\lambda'$; l'intégration se fait suivant l'axe imaginaire négatif et donne R''_1. On en déduit que

$$R'_1 + R''_1 = 0.$$

Il reste pour Π_1 trois parties constitutives seulement :

(26535) $$\Pi_1 = P_1 + Q_1^1 + Q_1^2.$$

Intégrale prise autour du pôle *s*. — Ondes superficielles.

27. L'intégrale P_1 prise le long d'un contour infiniment petit tracé autour du pôle s s'obtient par la règle des résidus :

(26540) $$P_1 = \frac{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2}{2} \cdot 2\pi j\, s\, H_1(sr)\, e^{-\sqrt{s^2 - \xi_1^2}\,z} \lim_{\lambda = s} \left(\frac{\lambda - s}{N}\right).$$

Le dernier facteur $\lim \frac{\lambda - s}{N}$ est égal à $\frac{1}{\frac{dN}{d\lambda}}$. Et l'on a, d'après les équations (26526) et (26532), pour $\lambda = s$

$$\left(\frac{dN}{d\lambda}\right)_{\lambda = s} = \left(\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^2} - \frac{\varkappa_2^2}{\varkappa_1^2}\right) s \sqrt{\frac{\varkappa_1^4 - \varkappa_2^4}{\xi_2^2 - \xi_1^2}}.$$

En portant cette valeur de dN dans l'expression de P_1, il vient :

(26541) $$P_1 = \pi C_1 H_1(sr)\, e^{-\sqrt{s^2 - \xi_1^2}\,z}$$

en posant :

(26542) $$C_1 = \frac{\varkappa_1^2 \varkappa_2^2}{\varkappa_1^2 - \varkappa_2^2} \sqrt{\frac{\xi_1^2 - \xi_2^2}{\varkappa_2^4 - \varkappa_1^4}}$$

s a la valeur indiquée par l'égalité (26532).

On obtient l'expression P_2 correspondante de P_1 pour le deuxième milieu en intervertissant ξ_1 et ξ_2 et en changeant le signe du radical dans (26541).

L'expression (26541) montre que P_1 et P_2 sont des ondes dont la propagation ne dépend que de s et par conséquent des constantes des deux milieux. Par suite de la présence du facteur exponentiel, ces ondes sont

concentrées aux environs de la surface de séparation et ont par conséquent le caractère d'*ondes superficielles*. Elles décroissent quand z augmente et, si ε_2 est grand, plus rapidement dans le milieu 2 que dans le milieu 1. Quand la distance r est grande, l'amplitude décroît en fonction de celle-ci, comme $\frac{1}{\sqrt{r}}$, ainsi que le montrent les égalités (26534).

La formule (26541) est générale. Toutefois elle n'est pas commode pour le calcul des points infiniment rapprochés de la source, pour lesquels elle conduit à des valeurs infiniment grandes. Nous ne l'utiliserons que dans le cas des grandes distances ($r\xi_1$ grand par rapport à l'unité). On obtient alors, d'après (26541), pour P_1 et P_2 en tenant compte des égalités (25534) :

$$(25543) \quad \begin{cases} P_1 = C_1 e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\pi}{sr}}\, e^{jsr - \sqrt{s^2 - \xi_1^2}\, z} & \text{pour } z > 0 \\ P_2 = C_2 e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\pi}{sr}}\, e^{jsr + \sqrt{s^2 - \xi^2}\, z} & \text{pour } z < 0 \end{cases}$$

D'où l'on déduit, pour la valeur du champ électromagnétique, en ne gardant que les plus petites puissances de $\frac{1}{r}$, et en portant dans les égalités (26512) et (26513)

$$(26544) \quad \begin{cases} \mathcal{H}_y = a\, e^{jsr \mp \sqrt{s^2 - \xi_2^2}\, z} \\ \mathcal{E}_x = \mp \frac{jn}{c\chi^2}\, a \sqrt{s^2 - \xi^2}\, e^{jsr \mp \sqrt{s^2 - \xi^2}\, z} \\ \mathcal{E}_y = \mp \frac{jn}{c\chi^2}\, a \sqrt{s^2 - \xi^2}\, e^{jsr \mp \sqrt{s^2 - \xi^2}\, z} \end{cases}$$

avec

$$a = C e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\pi s}{r}}.$$

Dans les exponentielles, le signe — correspond aux valeurs positives de z, le signe + aux valeurs négatives de z.

Les formules (26544) sont celles qui ont été trouvées par Uller ([18]) et Zenneck ([33]). Elles ont été plus haut discutées d'une façon complète (§§ 11 à 21).

Intégrales correspondantes aux lignes de coupure. Ondes d'espace.

28. Nous avons maintenant à calculer, des deux côtés de la ligne de coupure 1, l'intégrale :

$$(26551) \quad Q_1^1 = \frac{\chi_1^2 + \chi_2^2}{2} \int \frac{\lambda d\lambda}{N} H_1(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2 - \xi_1^2}\, z}$$

Sur la coupure, $\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}$ est imaginaire pur. Sur l'un des bords $\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}=+j\tau$; sur l'autre bord $\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}=-j\tau$, τ variant de zéro à l'infini, et l'expression (26551) devient, en prenant τ comme nouvelle variable :

$$(26553)\qquad Q_1^1=\frac{\varkappa_1^2+\varkappa_2^2}{2}\int_{\tau=-\infty}^{\tau=+\infty}\lambda d\lambda\, H_1(\lambda r)\frac{e^{-j\tau z}}{\varkappa_2^2 j\tau+\varkappa_1^2\sqrt{-\tau^2+\xi_1^2-\xi_1^2}}$$

H_1 étant une solution de l'équation de Bessel, nous avons :

$$\frac{d}{dx}\left(x\frac{dH_1}{dx}\right)=-xH_1$$

et, en remplaçant x par λr :

$$\int H_1(\lambda r)\,\lambda d\lambda=-\frac{1}{r}\lambda\, H'_1(\lambda r)$$

Intégrons par parties. Le terme en $H_1(\lambda r)$ disparaît, puisque H_1 est nul aux deux limites $\tau=\pm\infty$ et il reste :

$$Q_1^1=\frac{\varkappa_1^2+\varkappa_2^2}{2}\int_{\tau=-\infty}^{\tau=+\infty}\lambda d\lambda\, H'_1(\lambda r)\frac{d}{d\tau}\left(\frac{e^{-j\tau z}}{\varkappa_2^2 j\tau+\varkappa_1^2\sqrt{-\tau^2+\xi_1^2-\xi_2^2}}\right)\frac{d\tau}{d\lambda}$$

Mais :

$$\frac{d\tau}{d\lambda}=-\frac{\lambda}{\tau}$$

et, pour de grandes valeurs de r, d'après les équations (26534),

$$H'_1(\lambda r)=\sqrt{\frac{2}{\pi\lambda r}}\,e^{j\frac{\pi}{4}}e^{i\lambda r}$$

A des distances relativement petites du sol, z est d'ailleurs petit par rapport à r.
La valeur de Q_1^1 devient :

$$Q_1^1=\frac{\varkappa_1^2+\varkappa_2^2}{r\sqrt{2\pi r}}e^{j\frac{\pi}{4}}\int_{\tau=-\infty}^{\tau=+\infty}\frac{\lambda\sqrt{\lambda}\,d\lambda}{\tau}e^{j\lambda r}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{e^{-j\tau z}}{\varkappa_2^2 j\tau+\varkappa_1^2\sqrt{\tau^2+\xi_1^2-\xi_2^2}}\right)$$

Posons maintenant :

$$t=\lambda-\xi_1$$

d'où l'on déduit :

$$e^{j\lambda r}=e^{j\xi_1 r+j\tau r}$$

Pesons encore :

$$\left(f(t)=\frac{j\lambda\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda+\xi_1}}\frac{d}{d\tau}\frac{e^{j\tau z}}{\varkappa_2^2 j\tau+\varkappa_1^2\sqrt{\tau^2+\xi_1^2-\xi_2^2}}\right)$$

d'où l'on tire

$$f(o)=\frac{j\xi_1}{\sqrt{2}}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{e^{j\tau z}}{\varkappa_2^2 j\tau+\varkappa_1^2\sqrt{\tau^2+\xi_1^2-\xi_2^2}}\right)$$

$$f(o)=\frac{j\xi_1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\varkappa_2^2}{\varkappa_1^4(\xi_1^2-\xi_2^2)}+\frac{z}{\varkappa_1^2\sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}}\right).$$

Portons dans Q_1^1 cette valeur de $f(t)$ et appliquons la relation générale :

$$\lim_{r=\infty}\int_o^{j\infty}e^{jtr}f(t)\frac{dt}{\sqrt{t}}=f(o)\sqrt{\frac{\pi}{r}}\,e^{\frac{j\pi}{4}}$$

il vient finalement :

$$Q_1^1=\frac{C_1^1}{r^2}e^{j\xi_1 r}$$

avec

$$C_1^1=-j\xi_1(\varkappa_1^2+\varkappa_2^2)\left[\frac{\varkappa_2^2}{\varkappa_1^4(\xi_1^2-\xi_2^2)}+\frac{z}{\varkappa_1^2\sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}}\right]$$

Le calcul de Q_2^1 dans le deuxième milieu se fait en remplaçant dans

l'équation (22553) $-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}\,z$ par $+\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}\,z$ et, dans l'expression (26551), $i\tau z$ par $\sqrt{\tau^2+\xi_1^2-\xi_2^2}\,z$. On en déduit :

$$\left\{\begin{aligned} Q_2^1 &= \frac{C_2^1}{r^2}\, e^{j\xi_1 r+\sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}\,z} \\ C_2^1 &= -j\xi_1(\varkappa_1^2+\varkappa_2^2)\frac{\varkappa_2^2}{\varkappa_1^4(\xi_1^2-\xi_2^2)} \end{aligned}\right.$$

Nous avons encore à calculer les valeurs Q_1^2 et Q_2^2 correspondant à la ligne de coupure 2 dans les deux milieux. On les déduit respectivement de Q_2^1 et Q_1^1 en intervertissant ξ_1 et ξ_2 et en changeant le signe de z.

Il vient ainsi :

$$Q_1^2 = \frac{C_1^2}{r^2}\, e^{j\xi r_1-\sqrt{\xi_2^2-\xi_1^2}\,z}$$

avec
$$C_1^2 = j\xi_2(\varkappa_1^2+\varkappa_2^2)\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^4(\xi_2^2-\xi_1^2)}$$

et
$$Q_2^2 = \frac{C_2^2}{r^2}\, e^{j\xi r_2}$$

avec
$$C_2^2 = -j\xi_2(\varkappa_1^2+\varkappa_2^2)\left[\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^4(\xi_2^2-\xi_1^2)}-\frac{z}{\varkappa_2^2\sqrt{\xi_2^2-\xi_1^2}}\right]$$

29. Nous reconnaissons dans les expressions de Q_1^1 et Q_2^2 des *ondes d'espace* se propageant respectivement dans les milieux 1 et 2, et dont la propagation ne dépend pour chacune d'elles que des constantes du milieu dans lequel elle se propage. Les expressions Q_1^2 et Q_2^1 représentent des ondes du même type ; mais la présence du milieu voisin de caractéristiques différentes produit un amortissement et une propagation supplémentaires parallèlement à oz, donnés par les facteurs

$$e^{+\sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}\,z} \qquad e^{-\sqrt{\xi_2^2-\xi_1^2}\,z}$$

Les deux sortes d'ondes décroissent comme $\frac{1}{r^2}$. Elles deviennent donc de moins en moins importantes relativement aux ondes superficielles, qui décroissent comme $\frac{1}{\sqrt{r}}$, à mesure qu'on s'éloigne de la source.

Il est toutefois à remarquer que les ondes Q ne sont pas du type ordinaire d'ondes sphériques. Ni le facteur $\frac{1}{r^2}$, ni les exponentielles $e^{+\sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}z}$, $e^{-\sqrt{\xi_2^2-\xi_1^2}z}$ ne se retrouvent dans la propagation dans un milieu homogène, propagation étudiée au § 25. Il s'agit ici d'un type d'ondes sphériques modifié par la présence des deux milieux et par la coexistence d'ondes superficielles.

On déduit de l'expression Q_1^1 les valeurs correspondantes du champ électromagnétique dans le premier milieu :

$$(26554) \qquad \left\{\begin{aligned} \mathcal{H}_{1y}^1 &= (a+bz)\,e^{j\xi_1 x} \\ \mathcal{E}_{1x}^1 &= \frac{jn}{c\,\varkappa_1^2}\, b\, e^{j\xi_1 x} \\ \mathcal{E}_{1z}^1 &= \frac{n\,\xi_1}{c\,\varkappa_1^2}(a+bz)\,e^{j\xi_1 x} \end{aligned}\right.$$

et de Q_2^1 les valeurs correspondantes dans le deuxième milieu :

(26555)
$$\left\{\begin{aligned} \mathcal{H}^1_{2y} &= a\, e^{j\xi_1 x + \sqrt{\xi_2^2-\xi_1^2}\, z} \\ \mathcal{E}^1_{2x} &= \frac{jn}{c_1^2}\, b\, e^{j\xi_1 x + \sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}\, z} \\ \mathcal{E}^1_{2z} &= \frac{n\xi_1}{c\,\varkappa_1^2}\, a\, e^{j\xi_1 x + \sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}\, z} \end{aligned}\right.$$

avec :

$$a = -\frac{\xi_1^2}{r^2}\frac{\varkappa_2^2(\varkappa_2^2+\varkappa_1^2)}{\varkappa_1^4(\xi_1^2-\xi_2^2)}, \qquad b = -\frac{\xi_1^2}{r^2}\frac{\varkappa_1^2+\varkappa_2^2}{\varkappa_1^2\sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}}$$

On écrirait de même les valeurs correspondantes à Q_1^2 et Q^2_2, et on aurait finalement :

Pour le premier milieu :

$$\left\{\begin{aligned} \mathcal{H}_{1y} &= \mathcal{H}^1{}_{1y} + \mathcal{H}^2{}_{1y} \\ \mathcal{E}_{1x} &= \mathcal{E}^1{}_{1x} + \mathcal{E}^2{}_{1x} \\ \mathcal{E}_{1z} &= \mathcal{E}^1{}_{1z} + \mathcal{E}^2{}_{1z} \end{aligned}\right.$$

et pour le deuxième milieu :

$$\left\{\begin{aligned} \mathcal{H}_{2y} &= \mathcal{H}^1{}_{2y} + \mathcal{H}^2{}_{2y} \\ \mathcal{E}_{2x} &= \mathcal{E}^1{}_{2x} + \mathcal{E}^2{}_{2x} \\ \mathcal{E}_{2z} &= \mathcal{E}^1{}_{2z} + \mathcal{E}^2{}_{2z} \end{aligned}\right.$$

Etude du champ à faible distance de la source. Le cas limite du conducteur parfait.

30. Les développements des paragraphes précédents ne s'appliquent qu'aux points du champ éloignés de la source. Il s'agit de trouver maintenant une forme de solution adaptée au cas des faibles distances.

Nous supposerons ici $|\xi_2|$ grand par rapport à $|\xi_1|$, ce qui est toujours vrai en pratique. On voit que dans ce cas Q_1^2, qui contient en facteur le terme $e^{i\xi_2 r}$ peut être négligé devant Q_1^1, et que Π_1 se réduit à

$$\Pi_1 = P_1 + Q_1^1$$

On voit d'ailleurs que, dans ce cas, le pôle s est très voisin de ξ_1 et il devient impossible de les séparer dans l'intégrale. On obtiendra donc Π_1 en intégrant l'expression (26551) le long d'un circuit embrassant à la fois la coupure 1 et le pôle s.

Ecrivons

(265600)
$$\frac{1}{N} = \frac{1}{\varkappa_2^2\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}} \cdot \frac{1}{1+\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^2}\sqrt{\frac{\lambda^2-\xi_2^2}{\lambda^2-\xi_1^2}}}.$$

La valeur absolue de $\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^2}\sqrt{\frac{\lambda^2-\xi_2^2}{\lambda^2-\xi_1^2}}$ est grande aux environs de $\lambda=\xi_1$, égale à 1 pour $\lambda = s$, et inférieure à 1 sur tout le chemin d'intégration, si celui-ci est tracé à l'extérieur d'une ligne approximativement circulaire ayant son centre en ξ_1 et passant par s. Le développement en série de $\frac{1}{N}$ suivant les puissances de ce terme est donc convergent sur tout le chemin d'intégration. Admettons que nous puissions remplacer $\sqrt{\lambda^2-\xi_2^2}$ par $\sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}$, ce qui suppose que les parties principales de l'intégrale sont aux environs du point $\lambda=\xi_1$; nous aurons. :

(265601)
$$\frac{1}{N} = \frac{1}{\varkappa_2^2\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}}\sum_0^\infty\left(-\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^2}\sqrt{\frac{\xi_1^2-\xi_2^2}{\lambda^2-\xi_1^2}}\right)^\nu$$

Notre intégrale devient, après y avoir remplacé N par cette valeur :

(26561)
$$\Pi_1 = \frac{\varkappa_1^2+\varkappa_2^2}{\varkappa_1^2}\sum_0^\infty\left(-\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^2}\sqrt{\xi_1^2-\xi_2^2}\right)^\nu X_\nu$$

en posant :

(265621) $$X_\nu = \frac{1}{2}\int \frac{\lambda d\lambda}{(\lambda^2-\xi_1^2)^{\frac{\nu+1}{2}}} H_1(\lambda r) e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}z}.$$

Il s'agit maintenant de calculer les X_ν.

Les intégrales doivent être prises sur le circuit défini ci-dessus.

Nous avons d'abord (26522) :

$$\frac{e^{j\xi_1 R}}{R} = \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}} J(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}z}$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{\lambda\lambda d}{\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}} H_1(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}z} + \frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}} (H_2(\lambda r) e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}}\text{-}z.$$

Traitons ces intégrales comme nous avons traité ci-dessus les intégrales représentant Π_1. La seule position caractéristique est ici $\lambda = \xi_1$, que nous réunissons à l'axe imaginaire infini par la ligne $A_1\,\xi_1$ de la figure 92. Le chemin d'intégration pour la première intégrale partira de zéro, suivra jusqu'à l'infini l'axe imaginaire positif, contournera la ligne $A_1\,\xi_1$, puis rejoindra par l'infini l'axe réel positif. Pour la deuxième intégrale, le chemin d'intégration partira de zéro, suivra l'axe imaginaire négatif, et rejoindra l'axe réel positif par l'infini. Les intégrales prises à l'infini sont nulles ; celles qui correspondent aux deux axes imaginaires sont égales et opposées, et il ne reste finalement que la première intégrale prise sur un chemin partant de l'infini et contournant la coupure $A_1\,\xi_1$. Donc :

(265622) $$\frac{e^{j\xi_1 R}}{R} = \int \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}} H_1(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}z}.$$

On voit immédiatement que :

(265623) $$X_0 = \frac{e^{j\xi_1 R}}{R}.$$

Remplaçons maintenant dans l'expression (265622) z par $z-\zeta$ et par conséquent R par

$$R_\zeta = \sqrt{r^2+(z-\zeta)^2},$$

et intégrons de $\zeta = -\infty$ à $\zeta = 0$. L'intégration se fait à droite sous le signe $\int$ et il vient :

(265624) $$\int_{-\infty}^0 \frac{e^{j\xi_1 R_\zeta}}{R_\zeta} d\zeta = \frac{1}{2}\int \frac{\lambda d\lambda}{\lambda^2-\xi_1^2} H_1(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}z} = X_1.$$

Choisissons, non pos $\zeta = 0$, mais $\zeta = \zeta_1$ comme limite supérieure d'intégration suivant ζ, et faisons une nouvelle intégration suivant ζ_1 de $\zeta_1 = -\infty$ à $\zeta_1 = 0$.

On obtient :

(265625) $$\int_{-\infty}^0 d\zeta_1 \int_{-\infty}^{\zeta_1} \frac{e^{j\xi_1 R_\zeta}}{R_\zeta} d\zeta = \frac{1}{2}\int \frac{\lambda d\lambda}{(\lambda^2-\xi_1^2)^{\frac{3}{2}}} H_1(\lambda r)\, e^{-\sqrt{\lambda^2-\xi_1^2}z} = X_2$$

et ainsi de suite

(265626) $$\int_{-\infty}^0 d\zeta_{\nu-1} \int_{-\infty}^{\zeta_{\nu-1}} d\zeta_{\nu-2} \dots \int_{-\infty}^{\zeta_1} d\zeta \frac{e^{j\xi_1 R_\zeta}}{R_\zeta} = X_\nu.$$

On peut aussi écrire les premiers membres sous forme d'intégrales simples. Considérons en effet dans l'expression (265625) ζ et ζ_1 comme des coordonnées rectangulaires dans un plan, l'intégrale du premier membre de (265625) se développe dans le 3e quadrant de ce plan. Si l'on effectue l'intégrale suivant ζ_1 avant l'intégrale suivant ζ, on a :

$$\int_{-\infty}^0 d\zeta \frac{e^{j\xi_1 R_\zeta}}{R_\zeta} \int_{\zeta_1}^0 d\zeta_1 = -\int_{-\infty}^0 d\zeta.\zeta \frac{e^{j\xi_1 R_\zeta}}{R_\zeta} = X_2$$

et d'une façon générale :

(265627) $$X_\nu = \frac{(-1)^{\nu-1}}{(\nu-1)!}\int_{-\infty}^0 d\zeta.\zeta^{\nu-1} \frac{e^{j\xi_1 R_\zeta}}{R_\zeta}$$

On a d'ailleurs, pour le calcul des X la formule de récurrence :

$$(265628)\quad (\nu+1)X_{\nu+2}+zX_{\nu+1}=\frac{1}{\xi_1^2}\left[r\frac{d}{dr}+z\frac{d}{dz}-(\nu-1)\right]X_\nu$$

qu'on peut démontrer, par exemple, en ramenant, au moyen d'intégrations partielles suivant ζ, en se servant de la formule (264627), les deux membres à la valeur commune :

$$\frac{(-1)^\nu}{(\nu-1)!}\cdot\frac{1}{j\xi_1}\int_0^\infty \zeta^{\nu-1}e^{j\xi_1 R_\zeta}d\zeta.$$

On déduit de (265628) et (265623) :

$$X_2=-zX_1-\frac{1}{j\xi_1}e^{j\xi_1 R}$$

$$2X_3=z^2X_1+\frac{z}{j\xi_1}e^{j\xi_1 R}+\frac{1}{\xi_1^2}\left(r\frac{d}{dr}+z\frac{d}{dz}\right)X_1.$$

Considérons les points voisins du plan des xy et supposons $z=0$ et $\xi_1 r$ grand. On a d'abord pour les valeurs paires $(\nu=2\mu)$:

$$X_0=\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

$$X_2=\frac{1}{1}\frac{j}{\xi_1}e^{j\xi_1 r}$$

$$X_4=\frac{1}{1.3}\cdot\frac{j}{\xi_1}\cdot\frac{1}{\xi_1^2}\left(r\frac{d}{dr}-1\right)e^{j\xi_1 r}=\frac{1}{1.3}\left(\frac{j}{\xi_1}\right)^2 r\,e^{j\xi_1 r}$$

en négligeant -1 devant $j\xi_1 r$. En général on a :

$$(2656291)\qquad X_{2\mu}=\frac{1}{1.3\ldots(2\mu-1)}\left(\frac{jr}{\xi_1}\right)^\mu\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

Pour les valeurs impaires on a d'abord, d'après la loi de Cauchy, en se reportant (265621) :

$$X_1=\frac{\pi j}{2}H_1(\xi_1 r)$$

et, pour les grandes valeurs de r, d'après (26534) :

$$X_1=\sqrt{\frac{\pi r}{2\xi_1}}\cdot e^{\frac{j\pi}{4}}\cdot\frac{e^{j\pi r}}{r}.$$

On a ensuite :

$$X_3=\sqrt{\pi}\left(\sqrt{\frac{\nu}{2\xi_1}}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot e^{\frac{3j\pi}{4}}\cdot\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

et, en général :

$$(2656292)\qquad X_{2\mu+1}=\frac{\sqrt{\pi}}{\mu!}\left(\frac{r}{2\xi_1}\right)^{\frac{2\mu+1}{2}}\cdot e^{\frac{(2\mu+1)j\pi}{4}}\cdot\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}.$$

Les valeurs (2656291) et (2656292) peuvent s'exprimer au moyen des fonctions Γ

$$X_\nu=\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}\left(\frac{jr}{2\xi_1}\right)^{\frac{\nu}{2}}\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

et, en remplaçant les X par ces valeurs dans l'expression (26561)

$$(26563)\qquad \Pi_1=\frac{\varkappa_1^2+\varkappa_2^2}{\varkappa_2^2}\sum_0^\infty\frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{1+\nu}{2}\right)}\left(-\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^2}\sqrt{\frac{\xi_1^2-\xi_2^2}{\xi_1^2}}\sqrt{\frac{jr\xi_1}{2}}\right)^\nu\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

$$=\sum_0^\infty \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}(j\alpha)^\nu \frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

en tenant compte de ce que :

$$\sqrt{\pi}=\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{\varkappa_1^2+\varkappa_2^2}{\varkappa_2^2}=1, \text{ sensiblement.}$$

On pose :

(26564)
$$\alpha^2=\frac{\varkappa_1^2}{\varkappa_2^2}\sqrt{\frac{\xi_1^2-\xi_2^2}{\xi_1^2}}\sqrt{\frac{r\xi_1}{2j}}.$$

Cette série est convergente pour toutes les valeurs de α. Mais elle n'est pratiquement utilisable (c'est-à-dire en ne prenant que les premiers termes) que si α n'est pas trop grand.

31. En remplaçant dans la série (26563) les Γ par leurs valeurs, et rassemblant séparement les termes pairs et les termes impairs,

on obtient finalement :

(26565)
$$\left\{\begin{aligned} &\Pi_1=(u-jv)\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}\\ &u=1-\frac{2}{1}\alpha^2+\frac{2.2}{1.3}\alpha^4-\frac{2.2.2}{1.3.5}\alpha^6+\dots\\ &v=\sqrt{\pi}.\alpha\left(1-\frac{\alpha^2}{1!}+\frac{\alpha^4}{4!}-\frac{\alpha^6}{6!}+\dots\right).\end{aligned}\right.$$

Dans le cas limite où $\alpha=0$ on obtient :

$$\Pi_1=\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

c'est le *cas du conducteur parfait.*

Posons :

$$\rho=|\alpha^2|=\left|\frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}.\frac{\xi_1^2-\xi_2^2}{\xi_2^2}.\frac{\xi_1}{2}\right|r.$$

On voit que l'intensité du champ à une distance donnée de la source dépend moins de r que de ρ, que nous appellerons *distance numérique* et qui dépend des caractéristiques du sol et de l'atmosphère.

Conséquences pratiques de la théorie et applications numériques.

Importance de la distance numérique. — *32.* La discussion de la solution exacte à proximité de la surface de la terre nous a montré que le caractère et l'intensité des ondes dépend moins de la distance réelle r que d'une grandeur numérique ρ que nous avons appelée la distance numérique et qui dépend des constantes caractéristiques du sol et de l'atmosphère, d'après la relation :

(265711)
$$\rho = |\alpha^2| = \left| \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \cdot \frac{\xi_1^2 - \xi_2^2}{\xi_2^2} \cdot \frac{\xi_1}{2} \right| r.$$

Pour une même distance réelle r la distance numérique est d'autant plus petite que le rapport $\left|\frac{\xi_2}{\xi_1}\right|$ est plus grand, c'est-à-dire que la conductibilité du sol et sa constante diélectrique sont plus grands, autant du moins que celle-ci est comparable à la conductibilité.

Si ξ_2 est très grand par rapport à ξ_1, ce qui est le cas pour l'eau de mer, on a plus simplement

(265712)
$$\rho = \left| \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right| \frac{|\xi_1| r}{2}.$$

Si de plus, ce qu'on peut encore faire dans le cas de l'eau de mer, on considère ξ_2^2 comme imaginaire pur et ξ_1^2 comme réel, $(\varepsilon_1 = 1)$ on a :

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\frac{\xi_1^2}{|\xi_2^2|} = \frac{2jc_2\lambda}{\Omega}$$

et

(265713)
$$\rho = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Omega}{c_2} \cdot \frac{r}{\lambda^2} = \alpha^2$$

c_2 étant mesuré en unités électrostatiques.

Nous allons calculer la valeur de ρ pour différentes natures du sol et différentes longueurs d'onde.

On a, dans le cas où l'on suppose ξ_1 réel et $|\xi_2^2|$ grand par rapport à $|\xi_1^2|$:

$$\rho = \frac{\xi_1^2}{|\xi_2^2|} \cdot \frac{\xi_1 r}{2}$$

D'ailleurs, en prenant des unités électrostatiques

$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \mu_1 = \frac{1}{\Omega^2} \qquad c = 0$$

Donc, d'après la définition de ξ_1

$$\xi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ désignant la longueur d'onde de l'oscillation.

et
$$\rho = \frac{\xi_1^2}{|\xi_2^2|} \frac{\xi_1 r}{2} = \frac{\frac{\pi r}{\lambda}}{\varepsilon_2 + 2\frac{jc_2\lambda}{\Omega}}.$$

En portant dans cette formule les valeurs admises par J. Zenneck (Voir § 1) pour les différentes natures du sol on obtient, pour

$$r = 2\,500 \text{ kilomètres}$$

et différentes longueurs d'onde, les valeurs indiquées dans l'avant-dernière colonne du tableau suivant :

TABLEAU IV

NATURE DU SOL ET LONGUEUR D'ONDE	$\frac{c_2}{\Omega^2}$	ε_2	ρ pour $r = 2500$ km.	sin γ
Eau de mer $\lambda = 2$ km.	10^{-11}	80	$\frac{1}{30}$	0
Eau de mer $\lambda = \frac{1}{2}$ km.	10^{-11}	80	$\frac{1}{2}$	0
Eau de mer $\lambda = \frac{1}{3}$ km.	10^{-11}	80	1	0
Eau de mer $\lambda = \frac{1}{5}$ km.	10^{-11}	80	3	0
Eau douce $\lambda = 2$ km.	10^{-14}	80	30	0,3
Sol humide $\lambda = 2$ km.	5.10^{-14}	10	6,5	»
Sol sec $\lambda = 2$ km.	10^{-15}	4	300	»

Ondes de surface et ondes d'espace. — *33.* Les formules approchées qui représentent la solution de notre problème sont complètement différentes suivant que la distance numérique est supposée grande ou petite.

Pour une *grande distance numérique* on distingue une partie constitutive qui a été appelée *onde de surface*. Pour celle-ci, *le potentiel* Π *décroît comme* $\frac{1}{\sqrt{r}}$ *l'intensité du champ comme* $\frac{1}{\sqrt{r}}$, *l'énergie comme* $\frac{1}{r}$. Cette décroissance correspond à une propagation superficielle de l'énergie, propagation telle que celle-ci reste constante sur les cercles de rayon r tracés autour de la source

comme centre. La vitesse de propagation de cette onde superficielle se déduit des constantes caractéristiques des deux milieux par la formule

$$V=\frac{\omega}{s} \qquad s=\sqrt{\frac{\xi_1^2\xi_2^2}{\xi_1^2+\xi_2^2}}.$$

Ces deux circonstances : amortissement et propagation, nous autorisent à donner à ce type d'ondes le nom d'ondes de surface, et à les assimiler aux ondes liquides, aux ondes non homogènes de la réflexion totale de la lumière, et à certaines ondes sismiques. Comme, en général, il y a, dans s, en outre du terme réel, un terme imaginaire, l'onde se propage en s'amortissant, par suite de pertes ohmiques dans le sol résistant. Par suite de cet amortissement, la formule de l'énergie contient en outre du facteur $\frac{1}{r}$, un facteur exponentiel en e^{-Ar}, qui correspond à une nouvelle diminution d'énergie avec la distance. Les ondes superficielles sont constamment accompagnées d'*ondes d'espace*, dont il est impossible de les séparer physiquement.

Le développement qui correspond aux *petites distances numériques* et qui, ainsi que nous l'avons vu § 31, est, pour un sol très bon conducteur, valable même pour de grandes distances de l'origine, est le suivant :

$$(26572) \quad \begin{cases} \Pi=(u-jv)\dfrac{e^{j\xi_1 r}}{r} \\ u=1-\dfrac{2}{1}\alpha^2+\dfrac{2.2.}{1.3.}\alpha^4-\dfrac{2.2.2.}{1.3.5.}\alpha^6+\dots \\ v=\sqrt{\pi}\,\alpha\left(1-\dfrac{\alpha^2}{1!}+\dfrac{\alpha^4}{2!}-\dfrac{\alpha^6}{3!}+\dots\right). \end{cases}$$

Pour les *distances numériques très faibles*, $\alpha^2 \ll 1$, ce développement se réduit à la valeur

$$\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

qu'on obtient dans le cas d'un diélectrique indéfini autour de la source, et dans le cas du sol parfaitement conducteur. Tant que ces hypothèses sont valables, *l'amplitude décroît comme* $\frac{1}{r}$, *et l'énergie comme* $\frac{1}{r^2}$. *L'onde a le caractère d'une onde d'espace* dans laquelle l'énergie reste constante à la surface d'une sphère de rayon arbitraire ayant pour centre l'origine. Le premier terme de

correction, qui est le premier terme de la série r, introduit une décroissance comme $\frac{1}{\sqrt{r}}$, puisque α est proportionnel à $\sqrt{r}$ et par conséquent $v\,\frac{e^{j\xi r}}{r}$ proportionnel à $\sqrt{r}$, et il ajoute donc aux ondes d'espace des ondes superficielles.

On se rend compte de l'*importance relative des ondes d'espace et des ondes de surface,* en traçant les courbes qui représentent, en fonction de ρ, les variations de u qui correspond aux premières, et de v, qui correspond aux secondes.

v part de la valeur zéro pour $\rho=0$, augmente en même temps que ρ, passe par un maximum aux environs de $\rho=\frac{1}{2}$, puis décroît et tend asymptotiquement vers zéro.

u par de 1 pour $\rho=0$, décroît, passe par zéro pour $\rho=1$, devient négatif, passe par un minimum, puis tend vers zéro pour $\rho=\infty$, mais moins rapidement que u.

Pour de faibles distances numériques ($\rho<0,1$), *les ondes d'espace sont prépondérantes ; pour des distances numériques moyennes* ($0,2<\rho<2,2$), *ce sont les ondes superficielles qui ont la plus grande importance. Enfin, pour de grandes distances numériques, ce sont de nouveau les ondes d'espace qui prédominent.*

Domaine d'application de l'hypothèse du sol parfaitement conducteur. — *34.* La théorie précédente, qui donne la valeur du champ électromagnétique en un point quelconque, et pour une constitution quelconque du sol, permet de déterminer dans quelles limites l'hypothèse où l'on suppose le sol parfaitement conducteur donne des résultats suffisamment exacts.

Nous poserons, d'une façon générale :

$$\alpha=\sqrt{\rho}\,e^{j\gamma} \qquad (265731)$$

γ est d'autant plus petit que la longueur d'onde est plus grande. On a alors, en prenant les trois premiers termes de la série (26572)

$$\Pi=\left\{1+\sqrt{\pi\rho}\sin\gamma-2\rho\cos 2\gamma-j\left(\sqrt{\pi\rho}\cos\gamma+2\rho\sin\gamma\right)\right\}\frac{e^{j\xi_1 r}}{r}$$

et, en passant aux valeurs absolues :

$$r\,|\,\Pi\,|=\sqrt{1+2\sin\gamma\sqrt{\pi\rho}-(4\cos 2\gamma-\pi)\rho}$$

$$=1+\sin\gamma\sqrt{\pi\rho}-\left(2\cos 2\gamma-\frac{\pi}{2}\right)\rho \qquad (264732)$$

en négligeant les termes en ρ d'ordre supérieur à l'unité.

Cette formule diffère de moins de $\frac{1}{10}$ de celle qui correspond au cas du sol conducteur parfait ($\rho=0$) si l'on a :

$$\sin\gamma\sqrt{\pi\rho}-\left(2\cos 2\gamma-\frac{\pi}{2}\right)\rho<\frac{1}{10}. \qquad (265733)$$

Pour l'*eau de mer* et pour des ondes de deux kilomètres de longueur :

$$c_1=10^{-11}\times\Omega^2, \qquad \varepsilon_2=80,$$

cette condition est remplie tant que r est inférieur à 20000 kilomètres. L'hypothèse du conducteur parfait est donc valable sur toutes les distances qu'il est possible de parcourir à la surface de la terre.

Pour l'*eau douce* et pour des ondes de 2 kilomètres de longueur

$$c_1=10^{-14}\,\Omega^2 \qquad \varepsilon_1=80 \qquad \sin\gamma=0{,}3$$

la condition (265733) est remplie tant que r est inférieur à 4 kilomètres. Le domaine d'application de la théorie du conducteur parfait est donc très restreint.

Influence de la constante diélectrique du sol. — *35*. Si le sol n'est pas parfaitement conducteur, α est imaginaire, et on peut poser, ainsi que nous l'avons vu plus haut

$$\alpha=\sqrt{\rho}\,e^{j\gamma}.$$

Pour une même valeur de la conductibilité, γ est d'autant plus grand que la constante diélectrique du sol est plus grande.

Posons $$w=(u-jv)$$
Nous avons vu que
$$w=r.\,|\Pi|$$

Construisons maintenant pour différentes valeurs de γ les courbes ayant ρ pour abscisse et w pour ordonnées.

Quand ρ est infiniment petit, l'hypothèse du conducteur parfait est valable, et $w=1$. Toutes les courbes partent donc du point

$$\rho=0 \quad w=1.$$

Les courbes sont d'autant moins tombantes que γ et par conséquent la constante diélectrique pour une conductibilité donnée sont plus grands. Tandis que la courbe qui correspond à $\gamma=0$ atteint son maximum pour $\rho=0$, à celles qui correspondent à des γ croissants ont des maximum croissants, et qui sont atteints pour des valeurs croissantes de ρ.

Une augmentation de la constante diélectrique du sol provoque donc, toutes choses égales d'ailleurs, une augmentation de portée : ce résultat avait déjà été indiqué par J. Zenneck. (Voir § 19.)

Influence de la longueur d'onde. — *36.* La formule (265733) montre que la distance numérique ρ diminue rapidement quand la longueur d'onde augmente. On a là la raison théorique de cette constatation expérimentale que de longues ondes sont favorables à la transmission à grande distance : *un accroissement de longueur d'onde augmente la portée des stations radiotélégraphiques.*

Tracé des lignes de force. — *37.* Il est facile de déduire de la valeur de Π_1 le tracé des lignes de force électrique. Une ligne de force est caractérisée par la propriété d'être tangente en tout point à la force électrique. Elle a donc pour équation différentielle, dans un plan méridien quelconque :

$$\frac{\mathcal{E}_z}{\mathcal{E}_r} = \frac{dz}{dr} \qquad (26575)$$

comme d'ailleurs :

$$\begin{cases} \mathcal{E}_z = \dfrac{1}{r} \dfrac{\partial\left(r\dfrac{\partial \Pi}{\partial r}\right)}{\partial r} \\ \mathcal{E}_r = -\dfrac{1}{r} \dfrac{\partial\left(r\dfrac{\partial \Pi}{\partial r}\right)}{\partial z} \end{cases}$$

l'équation (26575) s'écrit :

$$dr \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\partial \Pi}{\partial r}\right) + dz \frac{\partial}{\partial z}\left(r\frac{\partial \Pi}{\partial r}\right) = 0$$

et, en intégrant,

$$Q = r\frac{\partial \Pi}{\partial r} = \text{constante.}$$

C'est l'équation des lignes de force.

Le calcul et le tracé des lignes de force d'après la théorie de Sommerfeld a été fait par P. Epstein ([48]).

38. Les figures ci-jointes, extraites du mémoire d'Epstein, permettent de comparer les lignes de force déduites de la théorie de Sommerfeld avec celles qu'on obtient dans le cas où l'on suppose le sol parfaitement conducteur.

Ces figures se rapportent au cas où l'on suppose :

$$\alpha = \left| \frac{\xi_1^2 \sqrt{\xi_1^2 - \xi_2^2}}{\xi_2^2} \right| = \frac{1}{30}$$

valeur qui, d'après les données de Zenneck, est intermédiaire entre l'eau douce et le sol humide. Elles sont tracées pour une distance de la source comprise entre 30 et 30,5 longueurs d'onde et pour une hauteur allant jusqu'à 4 longueurs d'onde pour la figure 93, et huit

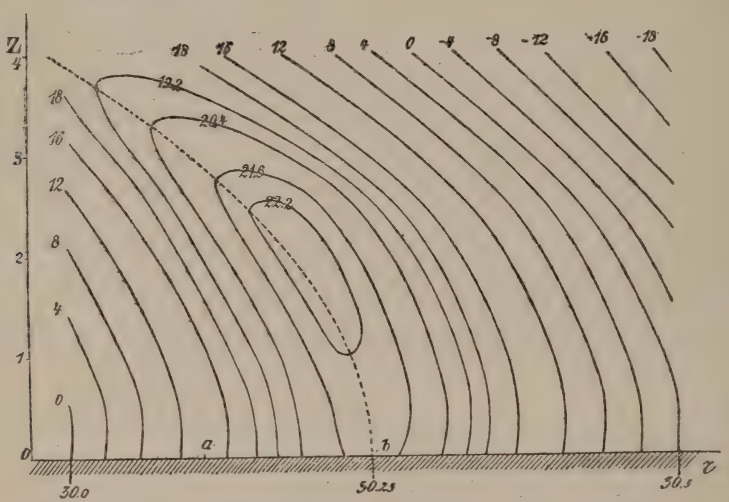


Fig. 93. — P. Epstein (1910). — Lignes de force électrique à la distance de 30 longueurs d'onde de l'oscillateur.

longueurs d'onde pour la figure 94. Les chiffres indiquent les valeurs de Q correspondant aux différentes lignes de force.

La comparaison des courbes des figures 93 et 94 avec celles qui correspondent au cas d'un sol parfaitement conducteur conduit aux conclusions suivantes :

1° Les lignes de force ne sont pas perpendiculaires au sol, mais inclinées sur celui-ci, avec une inclinaison générale dans le sens de la propagation.

2° Dans l'hypothèse du sol parfaitement conducteur, comme dans celle du sol mauvais conducteur, toutes les lignes de force comprises entre deux lignes correspondant à $Q = 0$ sont fermées, et ordonnées autour d'un noyau qui correspond à un maximum de Q. Dans le premier cas tous les noyaux sont dans le plan de séparation du sol et de l'atmosphère; dans le second, ils sont au-dessus de ce plan.

Effet de la courbure de la terre. — *39.* Le calcul de Sommerfeld peut être étendu au cas où l'on tient compte de la courbure de la terre. Mais il est facile de se rendre compte immédiatement que l'effet ne peut être que de modifier en faveur des ondes superficielles l'importance de celles-ci relativement aux ondes d'espace, en agrandissant dans le sens des petites aussi bien que des grandes valeurs de ρ le

domaine dans lequel les ondes de surface sont prépondérantes. Il ne serait pas invraisemblable de supposer que la courbure de la terre a pour effet de supprimer complètement le domaine qui correspond aux grandes valeurs de ρ, et dans lequel les ondes d'espace, après avoir eu moins d'effet que les ondes superficielles, deviennent à nouveau prépondérantes.

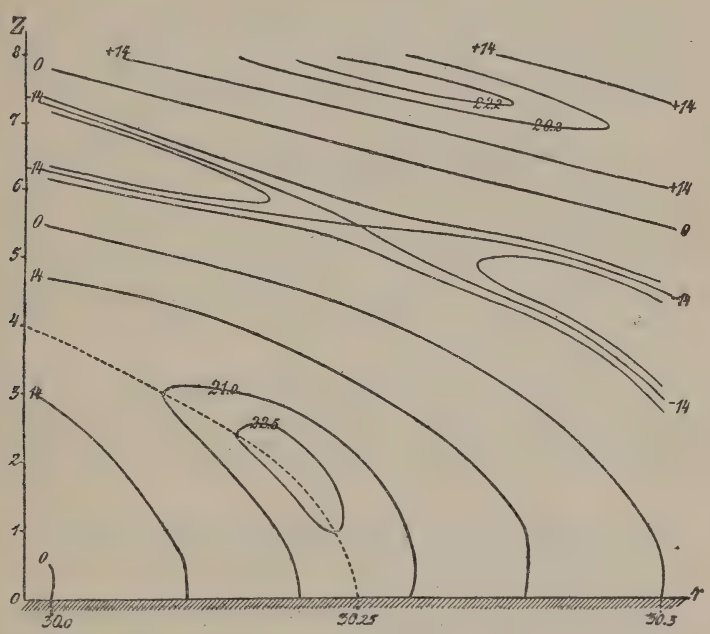


Fig. 94. — P. Epstein (1910). — Lignes de force électrique à la distance de 30 longueurs d'onde de l'oscillateur.

VI. — CAS D'UN SOL COMPOSÉ DE PLUSIEURS COUCHES DE CONSTITUTIONS DIFFÉRENTES. INFLUENCE DE LA PLUIE ET DES NAPPES D'EAU SOUTERRAINES.

40. **F. Hack** (39) a étendu les calculs de Zenneck au cas où le sol est formé de deux couches différentes 2, 3 (voir fig. 95), séparées par un plan horizontal.

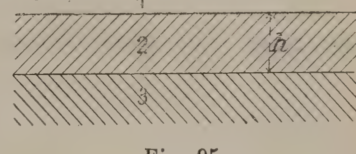


Fig. 95.

Dans le cas particulier où l'on suppose que le milieu 3 est sec et la couche 2 humide et peu épaisse, les résultats montrent l'influence de la pluie sur la propagation des ondes électromagnétiques.

Si le milieu 2 est sec et le milieu 3 humide, on déduit des résultats le rôle des nappes d'eau souterraines.

1° Cas d'une couche superficielle humide. — Influence de la pluie.

41. Sous l'influence d'une couche superficielle humide, le champ électrique dans l'air devient presque purement sinusoïdal. Son inclinaison sur la verticale varie peu.

Au moins dans le cas des longueurs d'onde relativement grandes, la pluie a toujours une action favorable à la propagation des ondes, et d'autant plus qu'elle pénètre plus profondément dans le sol.

2° Cas d'une couche profonde humide. Rôle des nappes d'eau souterraines.

42. La présence souterraine d'une nappe liquide a pour effet de rapprocher de la normale le champ électromagnétique dans l'air. Elle a une grande influence sur l'importance de la composante du champ tournant, qui augmente avec la profondeur tant que celle-ci ne dépasse pas 100 mètres.

En outre, la portée des grandes stations, travaillant avec de longues ondes, est augmentée par la présence d'une nappe liquide, qui diminue l'absorption; l'inverse se produit pour les faibles longueurs d'onde.

VII. — LA POSSIBILITÉ DES RADIOCOMMUNICATIONS SOUS-MARINES (LÉON BOUTHILLON) [131].

Atténuation dans la pénétration le long du sol.

43. Les ondes émises par une station radiotélégraphique ordinaire, et rayonnées dans l'atmosphère, pénètrent, ainsi que nous l'avons vu, à l'intérieur de la terre, à une profondeur variable suivant sa composition. L'amplitude du champ électromagnétique dans ce milieu décroît, à mesure que la profondeur z augmente, comme une exponentielle

$$e^{-dz}.$$

Le champ électromagnétique s'amortit d'autant plus rapidement que d est plus grand.

La théorie de J. Zenneck donne l'expression de ce coefficient d'amortissement

(26700)
$$d = \sqrt{\mu \varepsilon_1 \omega^2} \frac{\sqrt{c_2{}^2 + \left(\frac{\omega \varepsilon_2}{4\pi}\right)^2}}{\sqrt{\sqrt{c_1{}^2 + \left(\frac{\omega \varepsilon_1}{4\pi}\right)^2} \sqrt{c_2^2 + \left[\frac{\omega(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{4\pi}\right]^2}}} \sin\left[\psi - \frac{\psi_1}{2} - \frac{\psi_2}{2}\right]$$

avec

$$tg\,\psi = \frac{\omega\,\varepsilon_1}{4\pi\,c_1}$$

$$tg\,\psi_1 = \frac{\omega\,\varepsilon_2}{4\pi\,c_2}$$

$$tg\,\psi_2 = \frac{\omega\,(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{4\pi\,c_2}.$$

Les lettres ont les significations suivantes :

ω : pulsation de l'onde électromagnétique;

c : conductibilité spécifique;

ε : constante diélectrique;

μ : perméabilité magnétique.

L'indice 1 s'applique au milieu 1 (atmosphère), l'indice 2 au milieu 2 (sol).

On a, pour ε_1, c_1, μ, en unités électromagnétiques C. G. S., dans le cas qui nous occupe :

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{9.10^{20}}$$

$$c_1 = 0$$

$$\mu = 1$$

J'ai déjà discuté l'expression de d à propos de la théorie de J. Zenneck.

J'ai montré que dans le cas des grandes conductibilités, par exemple pour l'eau de mer, le coefficient d'amortissement prend la forme

$$d = 2\sqrt{\omega\sqrt{\pi}\,c_2}$$

et que, pour l'eau de mer

(26701) $$\left(\varepsilon_2 = \frac{80}{9.10^{20}}, \quad c_2 = 10^{-11}\right)$$

la profondeur à laquelle l'amplitude du champ électromagnétique est réduite dans le rapport $\frac{1}{e}$ est donnée par le tableau suivant :

Longueur d'onde mètres.	Profondeur $z = \frac{1}{d}$ à laquelle l'amplitude est réduite dans le rapport $\frac{1}{e}$ centimètres.	coefficient d.
300	50 environ	$2{,}1.10^{-2}$
3000	160 —	$0{,}67.10^{-2}$
30000	500 —	$0{,}21.10^{-2}$

Dans le cas des très faibles conductibilités, on a :

$$d = \sqrt{\frac{8\varepsilon_2 c_2}{\sqrt{\pi}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}}.$$

Le coefficient d est indépendant de la longueur d'onde.

Dans l'air sec :

$$d = 3.10^{-6}$$

et la pénétration est considérable.

Mode d'étude de la question.

44. Pour étudier le problème des communications entre les stations radiotélégraphiques ordinaires et les sous-marins, qui s'est posé et a été résolu, comme nous l'avons vu, pendant la guerre de 1914-1918, je chercherai, pour un certain nombre de distances de la station d'émission, et pour plusieurs longueurs d'ondes, à quelles distances de propagation dans l'air, le long de la surface de la mer, correspondent des profondeurs de pénétration données.

Supposons donc une station radiotélégraphique émettant des ondes électromagnétiques telles que le champ à la distance de 1 kilomètre ait l'intensité A dans l'atmosphère à la surface du sol.

A la distance r_1 le champ a pour valeur :

$$\text{(26711)} \qquad I_1 = A\frac{1}{r_1}e^{-0{,}0015\frac{r_1}{\sqrt{\lambda}}} = K_1 A$$

d'après la formule d'Austin, la longueur d'onde λ et la distance r_1 étant exprimées en kilomètres. Toutes les distances r_1 que nous considérons étant très grandes par rapport à l'unité, nous pouvons écrire :

$$\text{(26712)} \qquad I_1 = \frac{A}{r_1}e^{0{,}0015\frac{1-r_1}{\sqrt{\lambda}}} = K_1 A$$

Sous cette forme on voit que K_1 représente le rapport de l'amplitude à r_1 kilomètres à l'amplitude à 1 kilomètre.

A partir de la distance r, nous étudierons la propagation dans deux directions.

1° Le long de la surface de la mer, dans l'atmosphère : la loi de la propagation est la même que ci-dessus. L'amplitude du champ électromagnétique, à la distance r_2 est :

$$\text{(26713)} \qquad I_2 = I_1\frac{r_1}{r_2}e^{0{,}0015\frac{r_1-r_2}{\sqrt{\lambda}}} = K_2 A.$$

2° Verticalement, en pénétrant dans l'eau de la mer. Dans ces conditions l'amplitude décroît comme

$$e^{-dz}$$

z étant la profondeur de pénétration, avec

$$d=2\sqrt{\omega\sqrt{\pi}c_2}$$

et l'on a, à la profondeur z

(26714) $$I_3=I_1 e^{-dz} \quad =K_3A_1.$$

K_1, K_2, K_3, sont les rapports des amplitudes considérées à l'amplitude à 1 kilomètre.

45. La méthode la plus simple, pour passer à l'étude chiffrée du problème, est de continuer le travail graphiquement, en traçant les courbes suivantes (fig. 96) :

1° Courbes représentant K_1 en fonction de r_1 ;

(26715) $$K_1=\frac{1}{r_1}e^{-0{,}0015\frac{r_1}{\sqrt{\lambda}}}$$

2° Courbe représentant, pour diverses longueurs d'ondes, et diverses valeurs de r_1, I_2 en fonction de r_2;

(26716) $$K_2=K_2\frac{r_1}{r_2}e^{0{,}0015\frac{r_1-r_2}{r_1}}=\frac{1}{r_2}e^{-0{,}0015\frac{r_2}{\sqrt{\lambda}}}$$

3° Courbes représentant, pour diverses longueurs d'ondes, et diverses valeurs de r_1, I_3 en fonction de z

(26717) $$K_3=K_1 e^{-dz}.$$

Les valeurs de r_1 et de λ choisies pour l'étude graphique sont les suivantes :

r_2 (kilomètres)	100,	1000,	5000
λ (mètres)	300,	3000,	30000.

46. Pour tracer les courbes il convient d'ailleurs d'employer, pour K_1, K_2, K_3, des échelles logarithmiques. Les courbes (25715), (26716), prennent alors la forme

$$\log K_1=-\frac{0{,}0015\times\log e}{\sqrt{\lambda}}.r_1-\log r_1$$

$$\log K_2=-\frac{0{,}0015\times\log e}{\sqrt{\lambda}}.r_2-\log r_2.$$

Quant aux courbes (26717), elles deviennent les droites

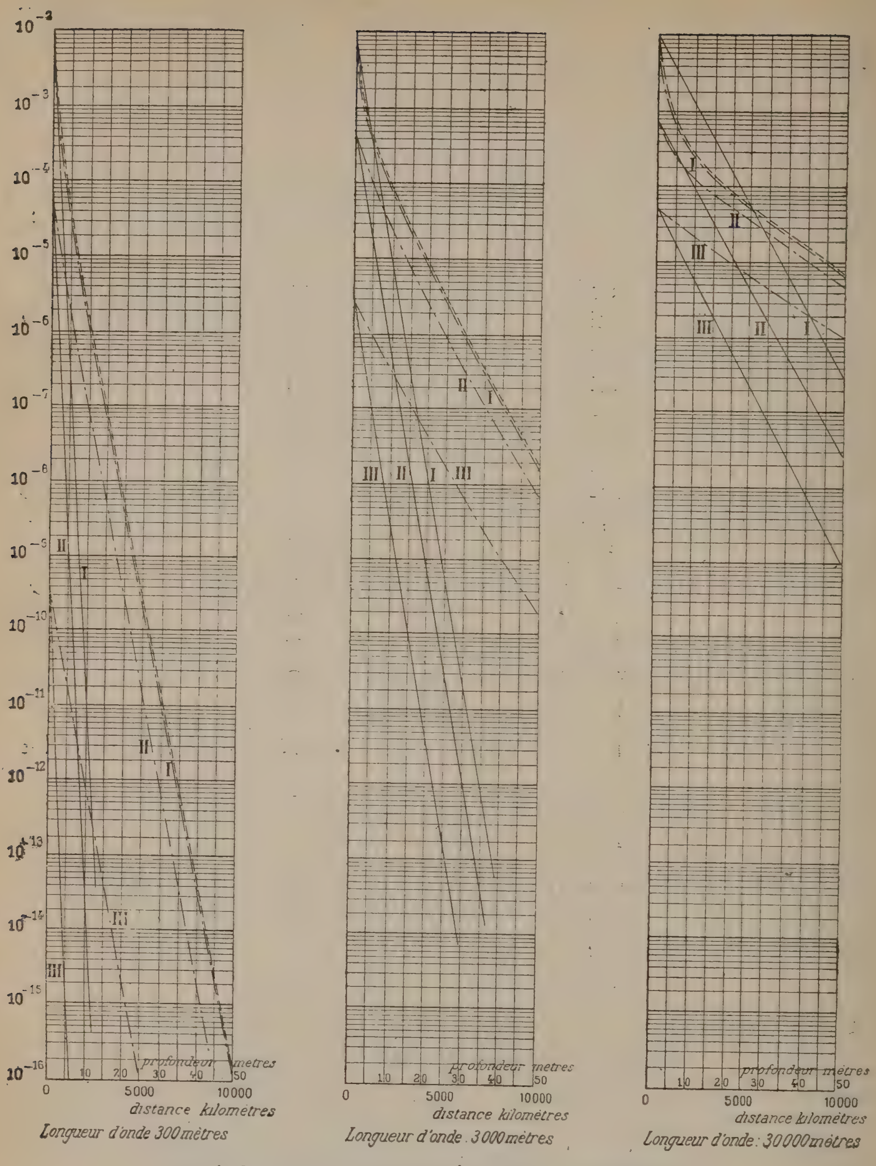
$$\log K_3=\log K_1-d\times\log e\times z.$$

C'est dans ces conditions qu'ont été tracées les courbes ci-après (fig. 96).

Conclusions.

47. On peut tirer diverses conclusions.

1° Cherchons pour une longueur d'onde λ et une distance r_1 de la source, la distance r_2-r_1 de propagation le long de la surface de la



(Extrait de la *Revue générale de l'Électricité*, avec autorisation.)

Fig. 96.

- - - - - - - - - - - - - - -	Courbes K_1
————————————	Courbes K_2
—— . —— . —— . ——	Courbes K_3

Les courbes de K_1 et K_3 correspondant à $2_1 =$ 100 kilomètres sont marquées I

—	—	—	1000	—	—	II
—	—	—	5000	—	—	III

mer dans l'atmosphère, équivalente à une profondeur de pénétration z. Il suffit, pour cela, de comparer les courbes en traits pleins, qui donnent K_3, aux courbes en —.—.—.—., qui donnent K_2, et de chercher, sur les deux courbes correspondantes, les valeurs qui se rapportent à des valeurs égales de K_3 et K_2.

La profondeur z équivalente à une distance $r_2 - r_1$ donnée, diminue en même temps que la distance r_1 de la station d'émission augmente. Elle augmente en même temps que $r_2 - r_1$, mais moins vite toutefois. Elle augmente avec la longueur d'onde.

On voit, sur le graphique, par exemple, qu'à une distance $r_2 - r_1 = 5000$ kilomètres et à $r_1 = 5000$ kilomètres correspond, pour la longueur d'onde de 30000 mètres, une profondeur de 18 mètres. Autrement dit, un sous-marin situé à une distance de 5000 kilomètres du poste d'émission et à une profondeur de 18 mètres recevrait exactement comme une station de réception munie d'appareils identiques à ceux du sous-marin (sauf l'orientation de l'antenne qui doit être différente, puisque le champ électromagnétique n'a pas la même direction dans l'atmosphère et dans la mer), et située à 10000 kilomètres du poste d'émission, dans l'atmosphère, à proximité de la surface de la mer.

Avec la longueur d'onde de 300 mètres, la profondeur z équivalant à la même valeur $r_2 - r_1 = 5000$ kilomètres, pour la même distance $r_1 = 5000$ kilomètres n'est que de 7 mètres environ.

Les calculs ci-dessus démontrent donc la possibilité des radiocommunications entre stations de surface ou aériennes et sous-marins. Ils montrent également l'avantage des grandes longueurs d'onde.

48. Ces conclusions ressortent plus nettement de l'examen des valeurs d'intensité du champ électromagnétique, pour différentes valeurs de r_1 et de z.

1° C'est ainsi que à la valeur $K_1 = K_3 = 10^{-3}$ correspondent :

a) dans l'air, à la surface de la mer,

une distance de propagation de :	pour la longueur d'onde de :
200 km. environ	300 mètres
500	3000 mètres
800	30000 mètres.

b) et, à la distance de 100 kilomètres de la station d'émission,

une profondeur de pénétration de :	pour la longueur d'onde de :
1 mètre environ	300 mètres
4 mètres	3000 mètres
11 mètres	30000 mètres.

2° A la valeur $K_1 = K_3 = 10^{-5}$, correspondent :

a) dans l'air, à la surface de la terre,

une distance de propagation de :	pour la longueur d'onde de :
1500 kilomètres	300 mètres
1900 kilomètres	3000 mètres
2400 kilomètres	30000 mètres.

b) à la distance de 100 kilomètres de la station d'émission :

une profondeur de pénétration de :	pour la longueur d'onde de :
4 mètres	300 mètres
10 mètres	3000 mètres
33 mètres	30000 mètres.

c) à la distance de 1000 kilomètres de la station d'émission :

une profondeur de pénétration de :	pour la longueur d'onde de :
1 mètre	300 mètres
7 mètrés	3000 mètres
22 mètres	30000 mètres.

d) à la distance de 5000 kilomètres de la station d'émission,

une profondeur de pénétration de :	pour la longueur d'onde de :
8 mètres	30000 mètres.

3° A la valeur $K_1 = K_3 = 10^{-7}$ correspondent :

a) dans l'air, le long de la surface de la mer,

une distance de propagation de :	pour la longueur d'onde de :
3000 kilomètres	300 mètres
8300 kilomètres	3000 mètres
»	30000 mètres.

b) à la distance de 100 kilomètres de la station d'émission :

une profondeur de pénétration de :	pour la longueur d'onde de :
6 mètres	300 mètres
17 mètres	3000 mètres
56 mètres	30000 mètres.

c) à la distance de 1000 kilomètres de la station d'émission :

une profondeur de pénétration de :	pour la longueur d'onde de :
3 mètres	300 mètres
13 mètres	3000 mètres
43 mètres	30000 mètres.

d) à la distance de 5000 kilomètres de la station d'émission, on a :

une profondeur de pénétration de :	pour la longueur d'onde de :
»	300 mètres
5 mètres	3000 mètres
29 mètres	30000 mètres.

4° A une profondeur de 8 mètres, à 5000 kilomètres de la station d'émission :

l'intensité K_3 est	pour la longueur d'onde de :
10^{-18}	300 mètres
10^{-8}	3000 mètres
10^{-5}	30000 mètres.

49. Ces chiffres démontrent nettement *la possibilité des relations radiotélégraphiques entre des stations d'émission de surface ou aériennes et des sous-marins, ainsi que la supériorité des grandes longueurs d'ondes pour ce genre de communications.*

Ils expliquent les résultats d'expérience décrits au chapitre II.

CHAPITRE VII

L'EFFET DE LA COURBURE DE LA TERRE SUR LA PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Suite des mémoires publiés et des résultats obtenus.
Principe du calcul.
Conclusion.

1. La terre, dont le rayon est d'environ 6 400 kilomètres, joue par rapport aux ondes électromagnétiques des radiocommunications *le rôle d'un obstacle sphérique de très grand diamètre par rapport à la longueur d'onde.* L'effet de sa courbure sur la propagation des ondes électromagnétiques émises à sa surface a été depuis quinze ans l'objet des recherches et des discussions des plus illustres mathématiciens (nous trouverons dans le cours de son étude les noms de **H.-M. Macdonald**, **Lord Rayleigh**, **H. Poincaré**, **A. Sommerfeld**, **J.-W. Nicholson**, **A.-E.-H. Love**, **G.-N. Watson**) et n'est pas encore parfaitement connu. Les difficultés mathématiques du problème sont telles que des résultats très différents ont été trouvés par les divers auteurs, et que la plupart des travaux publiés semblent critiquables à quelque point de vue. Nous exposerons, dans ce chapitre, les divers résultats trouvés et nous essayerons de discerner leur valeur.

I. — Suite des mémoires publiés et des résultats obtenus.

2. Le problème fut examiné pour la première fois par **H.-M. Macdonald** [20] en 1903. La conclusion de son travail fut que le champ électromagnétique en un point d'une sphère conductrice, dû à un oscillateur situé au voisinage de la sphère, est du même ordre que si l'obstacle est absent. Ce résultat fut critiqué de divers côtés : **Lord Rayleigh** [23] émit l'idée que la quantité importante dans un problème de ce genre est le rapport du diamètre de l'obstacle à la longueur d'onde; qu'à ce point de vue le problème est le même que celui

d'une sphère de quelques centimètres de diamètre exposée à la lumière visible, et que dans ce cas la lumière n'empiète pas sensiblement sur la partie de la sphère non directement éclairée. Il fit d'ailleurs, de même que **H. Poincaré** ([24]), des objections d'ordre mathématique que nous retrouverons plus loin. **Macdonald** ([25]) reprit le problème et montra que, conformément à l'expérience de l'optique et aux prévisions de Lord Rayleigh, l'effet de premier ordre est nul à une distance angulaire finie de l'oscillateur, à la surface de la sphère.

3. **Henri Poincaré** ([36]) examina à nouveau le problème dans une série de notes et de mémoires publiés de 1908 à 1910. Après quelques hésitations il arriva à cette conclusion, qui a depuis été retrouvée par tous les auteurs, que *l'expression du champ électromagnétique contient en facteur un terme exponentiel de la forme*

$$A.e^{-\alpha\theta.\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

α étant un coefficient numérique, a le rayon de la terre, λ la longueur d'onde de l'oscillation, et θ la distance angulaire du point considéré à l'oscillateur. Le champ électromagnétique diminue donc très rapidement quand la distance augmente.

4. En 1910-1911, **J.-W. Nicholson** ([44, 49]) publia une série de mémoires sur la même question. Les résultats de son analyse, complètement différents de ceux de Macdonald ([20]), se résument en une formule du même genre que celle de Henri Poincaré ([36]), mais beaucoup plus complète : le coefficient α de l'exponentielle et la fonction A sont déterminés : l'expression de l'amplitude M de la force magnétique à distance angulaire θ de l'oscillateur est, en supposant, sur l'oscillateur, $2lI=1$ et le courant purement sinusoïdal et en employant des unités cohérentes :

$$\text{(27120)} \qquad M=(2\pi)^{\frac{1}{2}}.\frac{K}{a}.(Ka)^{\frac{1}{6}}.(\sin\theta)^{\frac{1}{2}}.\beta^{-1}.e^{-\beta(Ka)^{\frac{1}{3}}\theta}.$$

avec :

$$\beta=0{,}696.$$

Dans ces formules, les lettres ont les significations suivantes :

M amplitude de la force magnétique ;

θ distance angulaire du point considéré à l'oscillateur ;

λ longueur d'onde de l'oscillation ;

$$K=\frac{2\pi}{\lambda}.$$

La formule peut s'écrire, en mettant en évidence l'influence de la longueur d'onde

$$\text{(27121)} \qquad M=(2\pi)^{\frac{10}{6}}.a^{-\frac{5}{6}}.\beta^{-1}.\lambda^{-\frac{7}{6}}.(\sin\theta)^{\frac{1}{2}}.e^{-\beta.(2\pi a)^{\frac{1}{3}}.\lambda^{-\frac{1}{3}}\theta}$$

Avec les valeurs numériques :

$$\beta = 0{,}596, \qquad a = \frac{40\,000}{2\pi} \text{ kilomètres}$$

l'exponentielle prend d'ailleurs les formes suivantes :

$$e^{-1{,}28\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta}$$

ou

$$e^{-23{,}8\lambda^{-\frac{1}{3}}\theta} = e^{-0{,}037\lambda^{-\frac{1}{3}}r} \qquad (27122)$$

(les distances étant exprimées en kilomètres).

D'ailleurs, l'amplitude de la force magnétique à distance angulaire θ est, dans le cas où il n'y a pas de sphère conductrice,

$$M_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{a} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\theta}{2} \qquad (27123)$$

D'où

$$\frac{M}{M_0} = \left[8\pi (Ka)^{\frac{1}{3}} \sin\theta\right]^{\frac{1}{2}} tg \frac{1}{2}\theta . \beta^{-1} e^{-\beta (Ka)^{\frac{1}{3}}\theta} \qquad (27124)$$

Soit M_1 l'amplitude du champ magnétique à distance angulaire θ_1 de l'oscillateur, en présence de la sphère :

$$\frac{M}{M_1} = \sqrt{\frac{\sin\theta}{\sin\theta_1}}\, e^{1{,}28 . \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta} \quad \text{(unités cohérentes).} \qquad (27225)$$

ou encore :

$$\frac{M}{M_1} = \sqrt{\frac{\sin\theta}{\sin\theta_1}}\, e^{23{,}8\lambda^{-\frac{1}{3}}(\theta - \theta_1)} = \sqrt{\frac{\sin\theta}{\sin\theta_1}}\, e^{-0{,}0037\lambda_1^{-\frac{1}{3}}(r - r_1)} \qquad (27126)$$

si les distances sont exprimées en kilomètres.

Le tableau suivant donne, d'après J.-W. Nicholson, le rapport $\frac{M}{M_0}$, pour la longueur d'onde de 402 mètres.

Distance angulaire θ degrés.	Distance comptée sur terre kilomètres.	$\frac{M}{M_0}$
5	556	0,040
10	1111	0,007
15	1667	$0{,}0^{3}81$
20	2222	$0{,}0^{4}78$
25	2778	$0{,}0^{5}68$
30	3333	$0{,}0^{6}56$
35	3889	$0{,}0^{7}44$
40	4444	$0{,}0^{8}34$
45	5000	$0{,}0^{9}25$
50	5556	$0{,}0^{10}18$
55	6111	$0{,}0^{11}13$
60	6666	$0{,}0^{13}94$

5, **March** (67) reprit le problème en 1912, et chercha à obtenir la solution sous forme d'une série d'intégrales définies, semblable à celle que Sommerfeld avait employée dans le cas d'une surface de séparation plane entre le sol et l'atmosphère. Il trouva que l'amplitude des ondes, à distance angulaire θ de l'oscillateur, est très sensiblement proportionnelle à $\frac{1}{\sqrt{\theta \sin \theta}}$. Mais son procédé de calcul donna prise à une critique de Henri Poincaré (68). Son travail fut repris par **W. von Rybczynski** (78) qui trouva ce résultat nettement différent des autres auteurs, que l'amplitude du champ électromagnétique est proportionnelle à

$$\frac{1}{\sqrt{\theta \sin \theta}} e^{-11,3 . \lambda^{-\frac{1}{3}} \theta}$$

(les longueurs étant exprimées en kilomètres), et étendit le calcul au cas d'un sol imparfaitement conducteur. Mais il semble que l'analyse de Rybczynski ne soit pas à l'abri de toute critique. Macdonald (87) a fait voir des difficultés dans son développement, et A.-E.-H. Love (103) a découvert, dans la partie du travail de March acceptée par Rybczynski, une erreur de calcul qui fausse très probablement le résultat.

6. En 1914, **H.-M. Macdonald** (87) publia un nouveau mémoire contenant, en même temps que la critique des travaux précédents, une nouvelle solution du problème : il donna la force magnétique sous forme d'une série valable quand l'oscillateur est sur la surface de la sphère, qui converge rapidement pour les grandes valeurs de θ et pour laquelle il suffit, dès que θ est supérieur à 7°, de prendre le premier terme.

Soit :

$$\psi = \rho M$$

le produit de l'amplitude de la force magnétique M en un point de la sphère par sa distance ρ à la droite qui joint le centre de la terre à l'oscillateur.

On a, en employant les mêmes notations que ci-dessus, pour la valeur principale de ψ le module de la série :

$$\left. \begin{aligned} P = -4\pi^{\frac{1}{2}} . Kj \left[(Ka)^{\frac{1}{3}} . \sin \frac{1}{2}\theta \right]^{\frac{1}{2}} . \cos^2 \frac{1}{2}\theta . e^{-2jz_0 . \sin \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{12}\pi j} \times \\ \times \sum_{k=0}^{k=\infty} (3x_k)^{-\frac{2}{3}} e^{-(3x_k)^{\frac{2}{3}}} . e^{\frac{1}{6}\pi j (Ka)^{\theta} . \sin \frac{1}{3}^{\frac{1}{3}}} . \end{aligned} \right\} \quad (27131)$$

module égal à

$$4\pi^{\frac{1}{2}} K . \left[(Ka)^{\frac{1}{3}} \sin \frac{\theta}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \cos^2 \frac{\theta}{2} \sum_{k=o}^{k=\infty} (3x_k)^{-\frac{2}{3}} e^{(3x_k)^{\frac{2}{3}} . \cos \frac{\pi}{6} . (Ka)^{\frac{1}{3}} \sin \frac{\theta}{2}}$$

ou, en posant :

$$\frac{(3x_k)^{\frac{2}{3}}}{2}=\rho, \qquad \frac{1}{2}(3x_k)^{\frac{2}{3}}\cos\frac{\pi}{2}=\beta$$

$$2.(2\pi)^{\frac{1}{2}}K\left[(Ka)^{\frac{1}{3}}\sin\frac{1}{2}\theta\right]^{\frac{1}{2}}\cos^2\frac{\theta}{2}\sum\frac{1}{\rho}e^{-\beta(Ka)^{\frac{1}{3}}.2\sin\frac{2}{\theta}} \tag{27132}$$

Cette expression est égale à ρM, et, comme :

$$\rho=a\sin\theta$$

$$M=(2\pi)^{\frac{1}{2}}K(Ka)^{\frac{1}{6}}\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sqrt{\sin\frac{\theta}{2}}}.\sum\frac{1}{\rho}e^{-\beta(Ka)^{\frac{1}{3}}.2\sin\frac{\theta}{2}}$$

$$M=(2\pi)^{\frac{10}{6}}a^{-\frac{5}{6}}\lambda^{-\frac{7}{6}}\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sqrt{\sin\frac{\theta}{2}}}.\sum\frac{1}{\rho}e^{-\beta(Ka)^{\frac{1}{3}}.2\sin\frac{\theta}{2}} \tag{27133}$$

ou, en posant :

$$\alpha=-\beta.(2\pi)^{\frac{1}{3}}$$

$$M=(2\pi)^{\frac{10}{6}}a^{-\frac{5}{6}}\lambda^{-\frac{7}{6}}\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sqrt{\sin\frac{\theta}{2}}}\sum\frac{1}{\rho}e^{-\alpha.\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}.2\sin\frac{\theta}{2}} \tag{27134}$$

Dès que θ est un peu grand, il suffit de prendre le premier terme, d'où :

$$M=(2\pi)^{\frac{10}{6}}a^{-\frac{5}{6}}\lambda^{-\frac{7}{6}}\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sqrt{\sin\frac{\theta}{2}}}.\frac{1}{\rho_1}e^{-\alpha_1.\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}.2\sin\frac{\theta}{2}} \tag{27135}$$

Macdonald a calculé :

$$x_1=0,6854,$$

d'où :

$$\rho=0,8033, \qquad \beta_1=0,7000, \qquad \alpha_1=1,29, \tag{27136}$$

d'où, pour le facteur exponentiel, les formes suivantes :

$$e^{-1,29\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}.2\sin\frac{\theta}{2}}$$

et :

$$e^{-23,9.\lambda^{-\frac{1}{3}}.2\sin\frac{\theta}{2}} \tag{27136}$$

les longueurs étant exprimées en kilomètres.

Soit M_0 le champ magnétique, à la distance angulaire θ l'oscillateur en l'absence de sphère conductrice :

$$M_0=\frac{K}{2a}\cot g\frac{\theta}{2}=\frac{\pi}{a\lambda}\cot g\frac{\theta}{2}$$

On aurait, d'après la formule (27135)

$$\frac{M}{M_0} = 2.(2\pi)^{\frac{4}{6}} a^{\frac{1}{6}} \lambda^{-\frac{1}{9}} \left(\sin\frac{a}{2}\right)^{\frac{1}{2}} . \frac{\rho_1}{1} e^{-\alpha_1 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}} . 2 \sin\frac{\theta}{2}}$$

Soit M_1 la partie principale du champ magnétique à la distance angulaire θ_1, en présence de la sphère; on aura :

$$\frac{M}{M_1} = \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta_1}{2}} \sqrt{\frac{\sin\frac{\theta_1}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}} e^{\alpha_1 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}} . 2 \left(\sin\frac{\theta_1}{2} - \sin\frac{\theta}{2}\right)}. \qquad (27137)$$

Le tableau suivant donne, d'après Macdonald [87], le rapport $\frac{M}{M_0}$ des champs magnétiques avec et sans sphère conductrice interposée, pour différentes valeurs de la longueur d'onde et de la distance angulaire θ.

Distance angulaire θ.	Distance.	$\frac{M}{M_0}$				
degrés.	kilomètres	$\lambda = 320$ m.	$\lambda = 625$ m.	$\lambda = 1220$ m.	$\lambda = 2560$ m.	$\lambda = 5000$ m.
6	667	0,18	0,34	0,54	0,80	1,04
7	778	0,11	0,22	0,40	0,64	0,88
7° 40′		0,07				
8	889		0,15	0,29	0,50	0,73
9	1000		0,09	0,21	0,39	0,61
9° 40′			0,07			
10	1111			0,14	0,30	0,50
11	1222			0,10	0,24	0,41
12	1333				0,18	0,34
13	1444				0,14	0,28
14	1556				0,11	0,22
15	1667				0,08	0,18
16	1777					0,15
17	1999					0,12
18	2000					0,10

7. Les résultats de ce dernier mémoire de H.-M. Macdonald furent confirmés, en 1915, par **A. E.-H. Love** [103]. Celui-ci, dans une importante étude, calcula, d'une manière différente de Macdonald, le champ à la distance angulaire θ pour la longueur d'onde de 5000 mètres; il ne se contenta pas d'étudier, comme les auteurs précédents, le cas d'une sphère parfaitement conductrice : il montra qu'il n'est pas plus compliqué de supposer l'obstacle relativement résistant, comme l'avait fait A. Sommerfeld dans le cas d'une surface de séparation plane. Les résultats sont réunis dans le tableau suivant, dans les deux hypothèses d'une sphère de conductibilité parfaite et d'une sphère de conductibilité $c = 10^{-11}$ C. G. S. (eau de mer). Le tableau

donne le rapport $\frac{M}{M_0}$. Les valeurs correspondantes données par Macdonald sont portées en regard.

Distance angulaire θ. degrés	Distance. kilomètres	$\frac{M}{M_0}$		
		Macdonald.	Love (conductibilité parfaite).	Love $c=10^{-11}$
6°	667	1,04	1,04	1,05
9°	1000	0,61	0,61	0,61
12°	1333	0,34	0,34	0,35
15°	1667	0,18	0,18	0,19
18°	2000	0,10	0,10	0,11

Sauf en ce qui concerne le terme qui correspond à 6°, que Macdonald donne comme incertain, l'accord est excellent entre les derniers résultats de cet auteur et ceux de A.-E.-H. Love. L'effet de la résistance est, comme l'avait prévu A. Sommerfeld, d'améliorer la transmission à grande distance : il serait plus important pour des résistances plus grandes que celles de l'eau de mer.

8. Ces résultats ont été confirmés, en 1918, par **G.-N. Watson.** Nous exposerons plus loin le principe de son calcul; nous nous contenterons pour le moment d'en indiquer les résultats.

Les phénomènes, étant supposés sinusoïdaux, peuvent être mis sous la forme :

$$\alpha = Ae^{j\omega t}$$

et l'on peut faire abstraction, dans le calcul, du facteur $e^{j\omega t}$, à condition de ne prendre que la partie réelle du résultat. Nous emploierons des coordonnées polaires, et nous appellerons :

E_r, E_θ, E_φ les composantes de l'amplitude de la force électrique;

M_r, M_θ, M_φ les composantes de l'amplitude du champ magnétique.

On démontre que ces composantes peuvent se déduire par les expressions :

$$\left.\begin{aligned}
&M_r = 0\\
&M_\theta = 0\\
&M_\varphi = -\frac{2lI}{b}\frac{\partial \Lambda}{\partial \theta}\\
&E_r = \frac{1}{2b}\cdot\frac{2lI}{4\pi c + j\varepsilon\omega}\cdot\frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta}(r\Lambda),\\
&E_\theta = -\frac{1}{rb\sin\theta}\cdot\frac{2lI}{4\pi c + j\varepsilon\omega}\cdot\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial \Lambda}{\partial \theta}\right),\\
&E_\varphi = 0
\end{aligned}\right\} \quad (27140)$$

d'une fonction potentielle Λ satisfaisant à l'équation :

$$(\Delta + K^2)\Lambda = 0$$

où :

$$K^2 = -\omega^2 \varepsilon\mu, \qquad \Delta = \frac{d^2}{\partial x^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$$

est la distance de l'oscillateur au centre de la sphère b.

G.-N. Watson démontre que, dans le cas où l'on suppose la terre parfaitement conductrice, la fonction Λ peut s'écrire, l'oscillateur étant supposé placé à la surface de la terre :

$$\Lambda(a,\theta) = \frac{\pi}{(Ka)^{\frac{1}{3}} a} e^{\frac{1}{3}\pi j} \sum \frac{\nu P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\rho \cos \nu\pi} \qquad (27141)$$

La fonction Λ est ainsi mise sous forme d'une série rapidement convergente.

Dans cette expression, les ν sont les racines de l'équation :

$$\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(Ka) = 0$$

en posant

$$\zeta_n(Ka) = \left(\frac{1}{2}\pi Ka\right)^{\frac{1}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}(Ka)$$

$H_{n+\frac{1}{2}}$ étant la seconde fonction de Hankel, que nous avons déja trouvée à propos de la théorie de Sommerfeld.

Le calcul a été poussé plus loin par **Balth. Van der Pol.** La solution prend les formes suivantes, en employant les mêmes notations que ci-dessus, pour un élément de courant tel que $2lI = 1$:

1° Pour toutes les valeurs de θ qui ne sont voisines ni de zéro ni de π (la valeur π correspondrait aux antipodes), on trouve :

$$\Lambda(a,\theta) = -\frac{\pi^{\frac{1}{2}}(Ka)^{\frac{2}{3}}}{a} \left(\frac{2}{Ka}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{e^{\frac{-}{3}\pi j}}{\sqrt{\sin\theta}} e^{-j\left(x\theta + \frac{\pi}{4}\right)} \sum \frac{1}{\rho} e^{-\beta x^{\frac{1}{3}}\theta} \qquad (27142)$$

d'où :

$$M_\varphi = 2lI.(2\pi)^{\frac{10}{6}}.a^{-\frac{5}{6}} \lambda^{-\frac{7}{6}} \frac{1}{\sqrt{\sin\theta}} \sum \frac{1}{\rho} e^{-\beta x^{\frac{1}{3}}\theta} \qquad (27143)$$

et la même valeur, à $\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ près, pour $|Er|$

Le premier terme de la série est de beaucoup prédominant, et les valeurs de ρ et β correspondantes sont :

$$\left.\begin{aligned} \rho &= 0{,}8033 \\ \beta &= 0{,}70000 \end{aligned}\right\} \qquad (27144)$$

De sorte que, finalement, le champ électromagnétique est de la forme :

$$\frac{A}{\sqrt{\sin\theta}} e^{\alpha\lambda^{-\frac{1}{3}}\theta}, \quad (\alpha = 1,29) \tag{27145}$$

A et α étant indépendants de θ.

Cette forme est compatible avec l'interprétation physique suivante : le premier facteur $\frac{A}{\sqrt{\sin\theta}}$ montre que les ondes suivent exactement la surface de la terre, *l'énergie variant comme l'inverse de la distance à l'oscillateur, laquelle est proportionnelle à* $\sin\theta$; *ou, autrement dit, l'énergie étant la même sur toutes les circonférences tracées à la surface de la terre, et ayant leurs centres sur l'axe de l'oscillateur. Il y a en outre une décroissance d'amplitude, avec la distance, suivant une formule exponentielle d'exposant* $\alpha\lambda^{-\frac{1}{3}}\theta$.

2° *Aux environs des antipodes* de l'oscillateur (θ voisin de π), la fonction $\Lambda\,(a,\theta)$ prend la forme :

$$\Lambda(a,\theta) = -\frac{\pi}{(Ka)^{\frac{1}{3}} a} e^{\frac{1}{3}\pi j} \sum_\nu \frac{J_o\{\nu(\pi-\theta)\}}{\rho\cos\nu\pi} \tag{27146}$$

d'où l'on tire, en ne retenant que le premier terme, qui est prépondérant :

$$\left.\begin{aligned} M_\varphi &= \frac{\lambda}{2\pi}\cdot\frac{2\pi(Ka)^{\frac{8}{3}}}{a^3}\frac{1}{\rho} e^{-\beta\pi(Ka)^{\frac{1}{3}}} J_0\{\nu(\pi-\theta)\} \\ \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_r &= \frac{\lambda}{2\pi}\cdot\frac{2\pi(Ka)^{\frac{8}{3}}}{a^3}\frac{1}{\rho} e^{-\beta\pi(Ka)^{\frac{1}{3}}} J_0\{\nu(\pi-\theta)\} \end{aligned}\right\} \tag{27147}$$

On voit que, près des antipodes, l'amplitude du champ électromagnétique éprouve des oscillations; *il y a des zones d'interférences,* dont la largeur est voisine de $\frac{\lambda}{2}$, et qui sont dues aux deux ondes arrivant en un point après avoir parcouru : 1° le chemin direct, d'angle au centre θ; 2° le chemin indirect, passant par l'antipode, et d'angle au centre $\pi + \theta$.

Au voisinage des antipodes, la force électrique est du même ordre de grandeur que la force magnétique; à l'antipode la force électrique est maxima, tandis que la force magnétique est minima.

II. — Principe du calcul.

9. La méthode employée par tous les auteurs, sauf March et von Rybczinski, consiste à écrire d'abord les expressions du champ élec-

tromagnétique sous forme de séries dont le terme d'ordre n est le coefficient de Legendre d'ordre n, et dont le coefficient correspondant est une combinaison des fonctions de Bessel d'ordre $n+\frac{1}{2}$.

Poincaré et Nicholson remplacent ensuite la série par une intégrale dont ils obtiennent la valeur approximative par le calcul des résidus. Leur analyse, valable au fond, paraît manquer de rigueur en quelques points de détail; elle est très compliquée, et ne s'applique plus aux antipodes du transmetteur.

Macdonald remplace les termes de la série par des expressions approximatives, et remplace ensuite la série modifiée par une intégrale. Au point de vue purement mathématique, la méthode semble prêter à des objections, la somme de la série étant beaucoup plus petite que les différences entre les termes les plus importants de la série originale et de la série modifiée. Cependant la somme des différences est du même ordre de petitesse que la somme de la série, et, par conséquent, comme dans la plupart des problèmes physiques, la fin justifie les moyens.

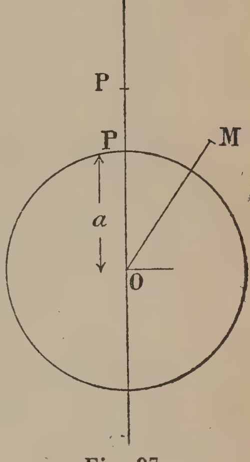


Fig. 97.

G.-N. Watson transforme, à l'aide du calcul des résidus, la série originale en une série rapidement convergente bien adaptée au calcul numérique. La méthode de calcul est plus rapide que celle des auteurs précédents.

Love a traité le problème d'une manière purement arithmétique, pour un cas particulier.

March et Rybczinski ont suivi une marche complètement différente de celle des auteurs précédents. Ils partent d'une intégrale au lieu d'une série; mais Love a montré que leur analyse pèche dès le point de départ, l'expression qu'ils prennent pour la force électrique étant incorrecte.

Je donnerai maintenant le principe du calcul, en suivant plus particulièrement G.-N. Watson et Balth. Van der Pol.

Soit O le centre de la terre de rayon a. Considérons un oscillateur à une distance b du centre ($b > a$) placé en P′ et dirigé suivant OP que nous prendrons comme axe des z.

1° EXPRESSION D'UN CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DE RÉVOLUTION EN COORDONNÉES POLAIRES

Equations générales du champ électromagnétique. — *10.* Prenons d'abord un système de coordonnées orthogonales : u, v, w, telles que

$$ds^2 = A^2 du^2 + B^2 dv^2 + C^2 dw^2$$

A, B, C, étant des fonctions de u, v, w.

Soient Eu, Ev, Ew; Mu, Mv, Mw les composantes des forces électrique et magnétique, prises perpendiculairement aux trois surfaces

$u =$ constante, $v =$ constante, $w =$ constante.

On voit facilement que les équations générales du champ électromagnétique (écrites en prenant le système d'axes de Maxwell)

$$(27211) \quad \begin{cases} \text{I} \begin{cases} -\mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial t} = \dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y} \dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial z} \\ -\mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial t} = \dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} \dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} \\ -\mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial t} = \dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial x} \dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial y} \end{cases} \\ \text{II} \begin{cases} -4\pi \left(c\mathcal{E}_x + \dfrac{\varepsilon}{4\pi} \dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} \right) = \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial y} \\ -4\pi \left(c\mathcal{E}_y + \dfrac{4\pi}{\varepsilon} \dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t} \right) = \dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial x} - \dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial z} \\ -4\pi \left(c\mathcal{E}_z + \dfrac{\varepsilon}{4\pi} \dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} \right) = \dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial y} - \dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial x} \end{cases} \end{cases}$$

deviennent :

$$(27212) \quad \begin{cases} \begin{cases} -BC \left(\mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_u}{\partial t} \right) = \dfrac{\partial}{\partial_v} (C\mathcal{E}_w) - \dfrac{\partial}{\partial_w} B\mathcal{E}_v \\ -CA \left(\mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_v}{\partial t} \right) = \dfrac{\partial}{\partial_w} (A\mathcal{E}_u) - \dfrac{\partial}{\partial_u} C\mathcal{E}_w \\ -AB \left(\mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_w}{\partial t} \right) = \dfrac{\partial}{\partial_u} (B\mathcal{E}_v) - \dfrac{\partial}{\partial_v} A\mathcal{E}_u \end{cases} \\ \begin{cases} BC \left(4\pi c\mathcal{E}_u + \varepsilon \dfrac{\partial \mathcal{E}_u}{\partial t} \right) = \dfrac{d}{\partial_v} (C\mathcal{M}_w) - \dfrac{d}{\partial_w} (B\mathcal{M}_v) \\ CA \left(4\pi c\mathcal{E}_v + \varepsilon \dfrac{d\mathcal{E}_v}{dt} \right) = \dfrac{d}{d_w} (A\mathcal{M}_u) - \dfrac{d}{d_u} (C\mathcal{M}_w) \\ AB \left(4\pi c\mathcal{E}_w + \varepsilon \dfrac{d\mathcal{E}_w}{dt} \right) = \dfrac{d}{d_u} (B\mathcal{M}_v) - \dfrac{d}{d_v} (A\mathcal{M}_u) \end{cases} \end{cases}$$

Il suffit, pour démontrer ces relations, de reprendre, en coordonnées orthogonales quelconques, la démonstration que nous avons donnée dans notre *Introduction à l'Etude des Radiocommunications* (chapitre premier), dans le cas des coordonnées rectilignes, en partant des relations d'Ampère et de Faraday.

Passons maintenant au cas des coordonnées polaires

$$u = r \qquad v = \theta \qquad w = \varphi \qquad (272131)$$

Nous avons :

$$ds^2 = dr^2 + r d^2\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \qquad (272132$$

d'où

$$A = 1 \qquad B = r \qquad C = r\sin\theta \qquad (272133)$$

d'où, immédiatement, pour les équations du champ électromagnétique :

$$(27214) \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_r}{\partial t} = -\dfrac{1}{r^2 \sin\theta}\left[\dfrac{\partial}{\partial\theta}(r\sin\theta . \mathcal{E}_\varphi) - \dfrac{\partial}{\partial\varphi}(r\mathcal{E}_\theta)\right] \\ \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_\theta}{\partial t} = -\dfrac{1}{r \sin\theta}\left[\dfrac{\partial}{\partial\varphi}(\mathcal{E}_r) - \dfrac{\partial}{\partial r}(r\sin\theta . \mathcal{E}_\varphi)\right] \\ \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_\varphi}{\partial t} = -\dfrac{1}{r}\left[\dfrac{\partial r}{\partial}(r\mathcal{E}_\theta) - \dfrac{\partial}{\partial\theta}(\mathcal{E}_r\right] \end{array} \right. \\ 4\mu c\mathcal{E}_r + \varepsilon \dfrac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial t} = \dfrac{1}{r^2 \sin\theta}\left[\dfrac{\partial}{\partial\theta}(r\sin\theta . \mathcal{M}_\varphi) - \dfrac{\partial}{\partial\varphi}(r\mathcal{M}_\theta)\right] \\ 4\pi c\mathcal{E}_\theta + \varepsilon \dfrac{\partial \mathcal{E}_\theta}{\partial t} = \dfrac{1}{r \sin\theta}\left[\dfrac{\partial}{\partial\varphi}(\mathcal{M}_r) - \dfrac{\partial}{\partial r}(r\sin\theta . \mathcal{M}_\varphi)\right] \\ 4\pi c\mathcal{E}_\varphi + \varepsilon \dfrac{\partial \mathcal{E}_\varphi}{\partial t} = \dfrac{1}{r}\left[\dfrac{\partial}{\partial r}(r\mathcal{M}_\theta) - \dfrac{\partial}{\partial\theta}(\mathcal{M}_r)\right] \end{array} \right.$$

Cas d'un champ de révolution. — *11.* Supposons le champ de révolution autour de l'axe des z. La force électrique, en un point quelconque, est dans le plan méridien ; la force magnétique est perpendiculaire au plan méridien. Tenant compte de ces conditions, les équations générales du champ électromagnétique deviennent :

$$(27215) \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_r}{\partial t} = 0 \\ \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_\theta}{\partial t} = 0 \\ \mu \dfrac{\partial \mathcal{M}_\varphi}{\partial t} = -\dfrac{1}{r}\left[\dfrac{\partial}{\partial r}(r\mathcal{E}_\theta) - \dfrac{\partial}{\partial\theta}(\mathcal{E}_r)\right] \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} 4\pi c\mathcal{E}_r + \varepsilon \dfrac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial t} = \dfrac{1}{r \sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta . \mathcal{M}_\varphi) \\ 4\pi c\mathcal{E}_\theta + \varepsilon \dfrac{\partial \mathcal{E}_\theta}{\partial t} = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(r\mathcal{M}_\varphi) \\ 4\pi c\mathcal{E}_\varphi + \varepsilon \dfrac{\partial \mathcal{E}_\varphi}{\partial t} = 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Cas d'un champ sinusoïdal. — *12.* Nous chercherons, dans ce qui suit, le champ électromagnétique en un point M du champ, situé dans l'atmosphère au voisinage de la terre. L'oscillateur est placé suivant l'axe des z, au point P, à la distance b du point O. Soit a le rayon de la sphère. Nous prenons le point O comme origine des coordonnées polaires r, θ, φ.

Nous supposerons de plus que les champs électrique et magnétique sont purement sinusoïdaux. On pourra alors les prendre égaux à $\mathrm{E}e^{j\omega t}$, $\mathrm{M}e^{j\omega t}$, à condition de ne conserver que les parties réelles dans les résultats.

En tenant compte de cette hypothèse, les équations différentielles du champ électromagnétique deviennent :

$$(272160)\quad \begin{cases} \begin{cases} \mathrm{M}_r = 0 \\ \mathrm{M}_\theta = 0 \\ j\mu\omega \mathrm{M}_\varphi = -\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r\mathcal{E}_\theta) - \frac{\partial\theta}{\partial}\mathcal{E}_r\right] \end{cases} \\ \begin{cases} (4\pi c + j\varepsilon\omega)\mathrm{E}_r = \frac{1}{r\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta.\mathrm{M}_\varphi) \\ (4\pi c + j\varepsilon\omega)\mathrm{E}_0 = -\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{M}_\varphi) \\ \mathrm{E}_\varphi = 0 \end{cases} \end{cases}$$

13. Dans le cas où la propagation se fait dans un diélectrique ($c = 0$), les équations deviennent :

$$(272161)\quad \begin{cases} \begin{cases} \mathcal{M}_r = 0 \\ \mathcal{M}_\theta = 0 \\ \mu\frac{\partial\mathcal{M}_\varphi}{\partial t} = -\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r\mathcal{E}_0) - \frac{\partial}{\partial\theta}\mathcal{E}_r\right] \end{cases} \\ \begin{cases} \varepsilon\frac{\partial\mathcal{E}_r}{\partial t} = \frac{1}{r\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta.\mathcal{M}_\varphi) \\ \varepsilon\frac{\partial\mathcal{E}_\theta}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{M}_\varphi) \\ \mathcal{E}_\varphi = 0 \end{cases} \end{cases}$$

et, dans le cas d'oscillations sinusoïdales :

$$(272612)\quad \begin{cases} \begin{cases} \mathrm{M}_r = 0 \\ \mathrm{M}_\theta = 0 \\ j\mu\omega\mathrm{M}_\varphi = -\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r\mathcal{E}_\theta) - \frac{\partial}{\partial\theta}\mathcal{E}_r\right] \end{cases} \\ \begin{cases} j\varepsilon\omega\,\mathrm{E}_r = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\mathrm{M}_\varphi) \\ j\varepsilon\omega\,\mathrm{E}_\theta = -\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{M}_\theta) \\ \mathrm{E}_\varphi = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Les équations (272160) ne diffèrent des équations (272162) que par la substitution de $(4\pi c + j\varepsilon\omega)$ à $j\varepsilon\omega$. Nous pourrons donc facilement étendre au cas de la propagation dans un milieu quelconque les résultats obtenus dans celui de la propagation dans un diélectrique.

14. Nous avons vu que, dans cette dernière hypothèse (*Introduction à l'étude des radiocommunications,* chapitre I, § 18), les composantes du champ électromagnétique se déduisent, par dérivations, d'une fonction Π.

(272170) $$\left\{\begin{array}{lll} \mathcal{E}_x = \dfrac{\partial^2\Pi}{\partial x\partial z} & \mathcal{E}_y = \dfrac{\partial^2\Pi}{\partial y\partial z} & \mathcal{E}_z = -\left(\dfrac{\partial^2\Pi}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2\Pi}{\partial y^2}\right) \\ \mathcal{H}_x = -\varepsilon\dfrac{\partial^2\Pi}{\partial x\partial t} & \mathcal{H}_y = \varepsilon\dfrac{\partial^2\Pi}{\partial y\partial t} & \mathcal{H}_z = 0 \end{array}\right.$$

Π étant une fonction qui satisfait à l'équation :

$$\Delta\Pi - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\Pi}{\partial t^2} = 0.$$

Dans cette expression l'origine des axes est au point P, centre de l'oscillateur.

15. Supposons Π fonction de R, distance du point à l'oscillateur, et de t seulement (cette hypothèse sera admissible si elle est trouvée, plus tard, compatible avec les conditions initiales).

On a, puisque le champ magnétique est perpendiculaire au plan méridien :

$$\mathcal{H}_\varphi = -\sqrt{\mathcal{H}_x^2 + \mathcal{H}_y^2} = -\varepsilon\sqrt{\left(\frac{\partial^2\Pi}{\partial x\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2\Pi}{\partial y\partial t}\right)^2}$$

Mais

$$\frac{\partial^2\Pi}{\partial x\partial t} = \frac{\partial^2\Pi}{\partial R\partial t}\cdot\frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial^2\Pi}{\partial R\partial t}\cdot\frac{x}{R}$$

$$\frac{\partial^2\Pi}{\partial y\partial t} = \frac{\partial^2\Pi}{\partial R\partial t}\cdot\frac{\partial R}{\partial y} = \frac{\partial^2\Pi}{\partial R\partial t}\cdot\frac{y}{R}$$

(272171) $$\mathcal{H}_\varphi = -\varepsilon\frac{\partial^2\Pi}{\partial R\partial t}\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{R} = -\varepsilon\frac{\partial^2\Pi}{\partial R\partial t}\cos\varphi.$$

Mais on voit immédiatement sur la figure que :

$$\frac{\cos\varphi}{\sin\theta} = \frac{r}{R}$$

et comme :

$$R^2 = r^2 + b^2 - 2rb\cos\theta$$

$$\cos\varphi = \frac{r}{R}\sin\theta = \frac{1}{b}\frac{\partial R}{\partial\theta}$$

d'où, finalement :

(272172) $$\mathcal{H}_\varphi = -\frac{\varepsilon}{b}\frac{\partial^2\Pi}{\partial R\partial t}\frac{\partial R}{\partial\theta} = -\frac{\varepsilon}{b}\frac{\partial^2\Pi}{\partial\theta\partial t}.$$

Admettant cette valeur de $\mathcal{H}_\varphi$, il vient :

(272179) $$\left\{\begin{array}{l} \mathcal{E}_r = -\dfrac{1}{rb\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\dfrac{\partial\Pi}{\partial\theta}\right) \\ \mathcal{E}_\theta = -\dfrac{1}{rb}\dfrac{\partial^2(r\Pi)}{\partial r\partial\theta} \end{array}\right.$$

16. Il faut maintenant que la fonction Π soit telle que les conditions initiales soient satisfaites.

Nous avons vu, au chapitre II de l'*Introduction à l'étude des Radiocommunications* (§ 2), que, dans le cas d'un élément de courant d'intensité $\mathfrak{I}$ et de longueur $2l$, en posant :

$$\mathfrak{I} = \frac{dQ}{dt}$$

on doit avoir :

$$\left.\begin{aligned} \Pi &= \frac{f\left(\frac{t}{\sqrt{\varepsilon\mu}} - r\right)}{r} \\ \text{avec :} \quad f\left(\frac{t}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right) &= \frac{2l}{\varepsilon} Q(t) \end{aligned}\right\} \tag{272174}$$

Posons :

$$\mathfrak{I} = \mathrm{I}\, e^{j\omega t}. \tag{272175}$$

Posons :

$$f\left(\frac{t}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right) = \mathrm{F}\, e^{j\omega t} = \mathrm{F}\, e^{j\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\cdot\frac{t}{\sqrt{\varepsilon\mu}}}$$

il vient :

$$\mathfrak{I} = \mathrm{I}\, e^{j\omega t} = \frac{\varepsilon}{2l} \cdot j\omega \mathrm{F} \cdot e^{j\omega t}$$

d'où :

$$\mathrm{F} = \frac{1}{j} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \frac{2l\mathrm{I}}{\omega}$$

et :

$$\Pi = \frac{1}{j} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{2l\mathrm{I}}{\omega} \frac{e^{j\omega(t - \sqrt{\varepsilon\mu}.r)}}{r}$$

$$\Pi = \frac{1}{j} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{2l\mathrm{I}}{\omega} \frac{e^{j\omega(t - \sqrt{\varepsilon\mu}.r)}}{r}$$

ou :

$$\left.\begin{aligned} \Pi &= \frac{j\varepsilon\omega}{2l\mathrm{I}} \cdot e^{j\omega t} \Lambda \\ \text{en posant :} \quad \Lambda &= \frac{e^{-j\sqrt{\varepsilon\mu}.\omega.r}}{r} = \frac{e^{-jkr}}{r} \\ \text{et} \quad k^2 &= \varepsilon\mu\omega^2. \end{aligned}\right\} \tag{272176}$$

17. On aura ensuite :

$$(272177)\quad \begin{cases} M_\varphi = -\dfrac{j\varepsilon\omega}{b}\cdot\dfrac{2l\mathrm{I}}{j\varepsilon\omega}\dfrac{\partial\Lambda}{\partial\theta} = -\dfrac{2l\mathrm{I}}{b}\dfrac{\partial\Lambda}{\partial\theta} \\ E_r = -\dfrac{1}{rb\sin\theta}\dfrac{2l\mathrm{I}}{j\varepsilon\omega}\dfrac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\dfrac{\partial\theta}{\partial\Lambda}\right) \\ E_\theta = \dfrac{1}{rb}\cdot\dfrac{2l\mathrm{I}}{j\varepsilon\omega}\dfrac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}(r\Pi) \end{cases}$$

Pour passer au cas des oscillateurs dans un milieu quelconque, il suffit de remplacer dans les expressions précédentes $j\varepsilon\omega$ par $4\pi c + j\varepsilon\omega$. Il vient ainsi :

$$(272180)\quad \begin{cases} M_\varphi = -\dfrac{2l\mathrm{I}}{b}\cdot\dfrac{\partial\Lambda}{\partial\theta} \\ E_r = -\dfrac{1}{rb\sin\theta}\cdot\dfrac{2l\mathrm{I}}{4\pi c + j\varepsilon\omega}\cdot\dfrac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\dfrac{\partial\Lambda}{\partial\theta}\right) \\ E_\theta = \dfrac{1}{rb}\cdot\dfrac{2l\mathrm{I}}{4\pi c + j\varepsilon\omega}\cdot\dfrac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}(r\Lambda) \end{cases}$$

Λ satisfait à l'équation différentielle

$$(272181)\qquad (\Delta + k^2)\Lambda = 0.$$

2° RÉSUMÉ DES CALCULS DE G.-N. WATSON ET BALTH. VAN DER POL

CAS D'UN OSCILLATEUR PLONGÉ DANS UN MILIEU HOMOGÈNE

18. La fonction hertzienne Λ_0 due à un oscillateur placé dans un espace homogène indéfini est :

$$(272200)\qquad \Lambda_0 = \frac{e^{-jkR}}{R}$$

R étant la distance de l'oscillateur au point considéré. On a :

$$(272201)\qquad R^2 = r^2 - 2rb\cos\theta + b^2.$$

On a d'ailleurs :

$$k^2 = -j\omega\mu(4\pi c + j\varepsilon\omega).$$

Λ_0 peut se développer en série sous les formes suivantes :

$$(272202)\quad \begin{cases} \Lambda_0 = -\dfrac{j}{krb}\sum_o^\infty (2n+1)\,\xi_n(kb)\,\psi_n(\mathrm{K}r)\,P_n(\mu) & \text{si } r < b \\ \Lambda_0 = -\dfrac{j}{krb}\sum_o^\infty (2n+1)\,\xi_n(kr)\,\psi_n(\mathrm{K}b)\,P_n(\mu) & \text{si } r > b \end{cases}$$

en posant :

$$\mu = \cos\theta$$

$$(272203)\quad \begin{cases} \psi_n(x) = \left(\dfrac{1}{3}\pi x\right)^{\frac{1}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(x) \\ \zeta_n(x) = \left(\dfrac{1}{2}\pi x\right)^{\frac{1}{2}} H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(x) \end{cases}$$

$J_{n+\frac{1}{2}}$ est la fonction de Bessel d'ordre $_{n+\frac{1}{2}}$; $H_{n+\frac{1}{2}}(x)$ est la deuxième des fonctions de Hankel-Nielsen que nous avons déjà rencontrées dans la théorie de Sommerfeld; $P_n(\mu)$ est le coefficient de Legendre d'ordre n.

ÉNONCÉ DU PROBLÈME DANS LE CAS D'UNE SURFACE DE SÉPARATION SPHÉRIQUE

19. Nous poserons en un point situé dans l'atmosphère

$$\Lambda = \Lambda_0 + \Lambda_d = \Lambda_a \qquad (272210)$$

en un point situé à l'intérieur de la terre

$$\Lambda = \Lambda_i$$

Λ et Λ_0 satisfaisant à l'équation différentielle (272181), il en est de même de Λ_d.

Nous affecterons de l'indice a les constantes μ, c, ε, k, relatives à l'atmosphère, de l'indice i celles qui se rapportent à l'intérieur de la terre.

Il s'agit, en somme, de trouver deux fonctions Π_d et Π_i satisfaisant aux équations différentielles

$$(272211) \qquad \begin{cases} \Delta\Lambda_d + k_a^2 \Lambda_d = 0 \\ \Delta\Lambda_i + k_i^2 \Lambda_i = 0 \end{cases}$$

et aux conditions aux limites suivantes, exprimant que les composantes tangentielles de la force électrique et de la force magnétique sont les mêmes, à la surface de la terre, qu'on les déduise de Λ_a ou Λ_i.

$$(272212) \left\{ \begin{array}{ll} \mathcal{E}_{\theta a} = \mathcal{E}_{\theta i} \quad \text{ou} & \dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_a) = \dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_i) \\ \mathcal{M}_{\varphi a} = \mathcal{M}_{\varphi i} \quad \text{ou} & (4\pi c_a + j\varepsilon_a \omega)\Lambda_a = (4\pi c_i + j\varepsilon_i\omega)\Lambda_i \end{array} \right\} \text{pour } r = a$$

SÉRIES REPRÉSENTANT LES FONCTIONS Λ

20. Les séries qui conviennent pour le calcul de Λ_d et Λ_i sont les suivantes :

$$(272213) \qquad \begin{cases} \Lambda_d = -\dfrac{j}{k_a r b} \displaystyle\sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)\, a_n\, \zeta_n(k_a r)\, P_n(\mu) \\ \Lambda_i = -\dfrac{j}{k_i r b} \displaystyle\sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)\, b_n\, \psi_n(k_i r)\, P_n(\mu) \end{cases}$$

les a_n, b_n étant des constantes déterminées par les conditions aux limites.

La valeur de a_n se déduit de la résolution de deux équations linéaires. On obtient :

$$(272214) \qquad a_n = -\zeta_n(k_a b) \frac{\psi_n(k_i a)\,\psi'_n(k_a a) - \dfrac{(4\pi c_a + j\varepsilon_a\omega)\,k_i}{(4\pi c_i + j\varepsilon_i\omega)\,k_a}\,\psi'_n(k_i a)\,\psi_n(k_a a)}{\psi_n(k_i a)\,\zeta'_n(k_a a) - \dfrac{(4\pi c_a + j\varepsilon_a\omega)\,k_i}{(4\pi c_i + j\varepsilon_i\omega)\,k_a}\,\psi'_n(k_i a)\,\zeta'_n(k_a a)}$$

SÉRIE REPRÉSENTANT Λ DANS L'ATMOSPHÈRE A LA SURFACE DU SOL

21. On en déduit. pour la valeur de Λ dans l'atmosphère, tout près de la surface de sol $(r = a)$:

(272215) $$A_a(a,\theta) = -\frac{j}{k_a r b}\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{(2n+1)\,P_n(\mu)\,\psi_n(k_i)\,\zeta_n a\,(k_a b)}{\psi_n(k_i a)\,\zeta'_n(k_a a) - \dfrac{(4\pi c_a + j\varepsilon_a\omega)\,k_i}{(3\pi c_i + j\varepsilon_i\omega)\,k_a}\psi'_n(k_i a)\,\zeta'_n(k_a a)}$$

en faisant usage de la relation :

(272216) $$\psi_n(x)\zeta'_n(x) - \zeta_n(x)\psi_n'(x) = -j.$$

CAS D'UN SOL PARFAITEMENT CONDUCTEUR

22. Si $\dfrac{k_i}{4\pi c_i + j\varepsilon_i\omega}$ est négligeable par rapport à $\dfrac{k_a}{4\pi c_a + j\varepsilon_a\omega}$ (c'est en particulier le cas d'un sol parfaitement conducteur), on a :

(272220) $$A_a(a,\theta) = -\frac{1}{k_a a b}\sum_{n=0}^{n=\infty}(2n+1)\,P_n(\mu)\frac{\zeta_n(k_a b)}{\zeta'_n(k_a a)}$$

Cette série est convergente puisque $P_n(\mu)$ est inférieur ou au plus égal à l'unité, et puisque, quand n augmente indéfiniment tandis que k_a, a, b, restent fixes :

$$\frac{\zeta_n(k_a b)}{\zeta'_n(k_a a)} \text{ est sensiblement égal à } -\frac{k_a a}{n}\left(\frac{a}{b}\right)^n \qquad (b > a)$$

23. Mais $(2n+1)\,P_n(\mu)\dfrac{\zeta_n(k_a b)}{\zeta'_n(k_a a)}$ est le résidu, pour :

$$s = n + \frac{1}{2}$$

de

$$2s\pi\frac{P_{s-\frac{1}{2}}(-\mu)\,\zeta_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)}{\cos s\pi.\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)}$$

ce qui nous amène à étudier l'intégrale

(272221) $$\int s\frac{P_{s-\frac{1}{2}}(-\mu).\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)}{\cos s\pi.\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)}\,ds$$

prise le long d'un contour convenable.

Les seuls pôles de l'intégrand sont les zéros de $\cos s\pi$ et $\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)$.

Il ne peut être question de donner ici tous les détails de l'analyse; on les trouvera dans le mémoire original. Nous indiquerons seulement le principe du calcul.

Prenons comme contour d'intégration un demi-cercle de grand rayon R, limité aux points $\pm Rj$, et complété par la partie de l'axe imaginaire comprise entre ces deux points. On suppose que R tend vers l'infini de telle façon que le contour d'intégration ne passe jamais par un des pôles de l'intégrand.

La partie de l'intégrale qui correspond à l'axe imaginaire est nulle ; on démontre, en effet, que l'intégrand est une fonction impaire de s et que $\zeta'_{s-\frac{1}{1}}(k_a a)$ ne s'annule ni sur l'axe imaginaire, ni sur la partie positive de l'axe réel. La partie de l'intégrale qui correspond au demi-cercle est également nulle. Il s'ensuit que la somme des résidus de l'intégrand qui correspondent aux différents pôles situés à droite de l'axe imaginaire est nulle. Comme on démontre d'ailleurs que tous les zéros de $\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)$ sont simples, on a :

(272222) $$\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\,P_n(\mu)\frac{\zeta_n(k_a b)}{\zeta'_n(k_a a)} + 2\pi\sum_{\nu}\frac{\nu\,P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)\,\zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(k_a b)}{\cos\nu\pi\left|\dfrac{\partial\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)}{\partial s}\right|_{s=\nu}} = 0$$

d'où, en portant dans l'expression (272320)

(272223)
$$A_a(\alpha,\theta) = \frac{2\pi}{k_a ab} \sum_{\nu} \frac{\nu P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)\zeta_{\nu-\frac{1}{2}}(k_a b)}{\cos\nu\pi \left| \frac{\partial \zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)}{\partial s} \right|_{s=\nu}}$$

On démontre que cette série converge très rapidement, sauf si θ est très petit.

24. Il reste, pour résoudre le problème, à étudier en détail les zéros de $\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)$ considéré comme fonction de s.

Cette étude est simplifiée par le fait que $k_a a$ est réel; elle est compliquée du fait que $k_a a$ est grand, et qu'il faut par conséquent utiliser les développements asymptotiques des fonctions de Bessel pour le cas de grandes variables (pour des ondes de 5 kilomètres de longueur, $k_a a$ est égal à 8000; pour 10 kilomètres, $k_a a$ est égal à 4000).

On a, en première approximation :

$$\frac{\zeta_{n-\frac{1}{2}}(x)}{\frac{\partial^2}{\partial n \partial x}\left\{ \zeta_{n-\frac{1}{2}}(x) \right\}} = -\cosh^3\gamma \operatorname{cosech}^2\gamma = -\frac{1}{2}\frac{x^{\frac{2}{3}} e^{\frac{1}{3}\pi j}}{\rho}$$

et, par conséquent, la série (272223) est donnée par la formule :

(272224)
$$A(a,\theta) = -\frac{\pi e^{\frac{1}{3}\pi j}}{a\rho (k_a a)^{\frac{1}{3}}} \sum \frac{\nu P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\rho \cos\nu\pi}$$

On trouve, de plus, que les trois premiers zéros de :

$$\zeta'_{n-\frac{1}{2}}(x) = \left(\frac{1}{2}\pi x\right)^{\frac{1}{2}} H_n^{(2)}(x)$$

sont, à $\frac{1}{100}$ près au plus, les mêmes que ceux de la fonction $H - \frac{2}{3}(\xi)$, où,

$$\xi = \frac{1}{2} jx \sinh^3\gamma . \operatorname{cosech}^2\gamma$$

avec :

$$n = x\cosh\gamma.$$

Les trois plus petits zéros de cette fonction ont été calculés par Macdonald. Ils sont égaux à :

$$e^{\pi j} \times 0{,}6854, \quad e^{\pi j} \times 3{,}90, \quad e^{\pi j} \times 7{,}05.$$

On en déduit, pour les valeurs de ρ et ν correspondantes :

(272225)
$$\rho_1 = 0{,}8033, \quad \rho_2 = 2{,}577, \quad \rho_3 = 3{,}83$$

$$\nu_1 = x + 0{,}8033\, x^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \quad \nu_2 = x + 2{,}577\, x^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \quad \nu_3 = x + 3{,}83\, x^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

x étant très grand, on a approximativement :

$$\nu_1 = x - \beta_1 j x^{\frac{1}{3}}, \quad \nu_2 = x - \beta_2 j x^{\frac{1}{3}}, \quad \nu_3 = x - \beta_3 j x^{\frac{1}{3}}$$

avec

(272226)
$$\beta_1 = 0{,}70000, \quad \beta_2 = 2{,}232, \quad \beta_3 = 3{,}32.$$

On a, approximativement :

$$\cos\nu\pi = e^{\beta x^{\frac{1}{3}}\pi + jx\pi}$$

CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE EN DES POINTS POUR LESQUELS θ N'EST VOISIN NI DE 0 NI DE π

25. Pour toutes les valeurs de θ qui ne sont voisines ni de 0 ni de π on peut appliquer aux harmoniques zonales de $P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)$ d'ordre complexe l'approximation de Laplace :

$$P_{-\frac{1}{2}}(-\mu)=\frac{\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\sin\theta}}\cos\left[\nu(\pi-\theta)-\frac{\pi}{4}\right]$$

$$P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)=\frac{\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\sin\theta}}\left\{e^{j\left\{x(\pi-\theta)-\frac{\pi}{4}\right\}+\beta x^{\frac{1}{3}}(\pi-\theta)}+e^{-j\left\{x(\pi-\theta)-\frac{\pi}{4}\right\}-\beta x^{\frac{1}{3}}(\pi-\theta)}\right\}$$

Le second terme entre crochets peut être négligé par rapport au premier tant que c n'est pas assez voisin de π pour que $e^{2\beta x^{\frac{1}{3}}(\pi-\theta)}$ soit comparable à l'unité. Négliger ce second terme revient physiquement à ne pas tenir compte de la partie de la fonction Λ qui vient de l'onde qui a parcouru l'angle $2\pi-\theta$, et par conséquent est partie à l'opposé de la direction du point M, et est passée par les antipodes du transmetteur.

On a alors :

$$\frac{P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu),}{\cos\nu\pi}=\frac{\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\sin\theta}}e^{-\beta x^{\frac{1}{3}}\theta-j\left(x\theta+\frac{\pi}{4}\right)}$$

d'où, pour la fonction Λ

$$(272232)\quad \Lambda(a,\theta)=-\frac{\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}}{a}\left(\frac{2}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{e^{\frac{1}{3}\pi j}}{\sqrt{\sin\theta}}e^{-j\left(x\theta+\frac{\pi}{4}\right)}\sum\frac{1}{\rho}e^{-\beta x^{\frac{1}{3}}\theta}$$

et, par différentiation,

$$(272233)\quad \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left|E_r\right|=\left|M_\varphi\right|=2lI\frac{\lambda}{2\pi}\left|\frac{\partial\Lambda}{\partial\theta}\right|=2lI\frac{\lambda}{2\pi}\frac{\sqrt{2\pi}}{a^3}\frac{x^{\frac{13}{6}}}{\sqrt{\sin\theta}}\sum\frac{1}{\rho}e^{-\beta x^{-\frac{1}{3}}\theta}$$

$$(272234)\quad \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left|E_r\right|=\left|M_\varphi\right|=2lI.(2\pi)^{\frac{10}{6}}a^{-\frac{5}{6}}\lambda^{-\frac{7}{6}}\frac{1}{\sqrt{\sin\theta}}\sum\frac{1}{\rho}e^{-\beta x^{\frac{1}{3}}\theta}$$

$\left|Er\right|$ ne diffère de $\left|M\psi\right|$ que par le facteur $\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$. Ce qui démontre qu'à la surface de la terre les ondes se comportent comme des ondes planes.

26. Le premier terme étant prédominant dans la série qui donne $\left|M\varphi\right|$ et $\left|Er\right|$, l'amplitude du champ électromagnétique est de la forme :

$$(272235)\quad \frac{A}{\sqrt{\sin\theta}}e^{-u\theta}$$

A et u étant indépendants de θ.

En ne prenant que le premier terme de la série, on aurait :

$$(272236)\quad M_\varphi=2lI.(2\pi)^{\frac{10}{6}}a^{-\frac{5}{6}}\lambda^{-\frac{7}{6}}.\frac{1}{\sqrt{\sin\theta}}.\frac{1}{\rho_1}.e^{-\beta_1 x^{\frac{1}{3}}\theta}$$

ou, comme :

$$(272237)\quad \begin{cases} \omega = \dfrac{2\pi}{\lambda\sqrt{\varepsilon\mu}}, & \beta_1 = 0{,}7000 \\ x = ka = \dfrac{2\pi}{\lambda} a, & \rho_1 = 0{,}8033 \end{cases}$$

$$(272238)\quad \mathrm{M}\varphi = 2lI(2\pi)^{\frac{10}{6}} \frac{a^{-\frac{5}{6}}\lambda^{-\frac{7}{6}}}{\sqrt{\sin\theta}} \cdot \frac{1}{0{,}8033} e^{-0{,}7000.\left(2\pi\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta}$$

L'exponentielle prend d'ailleurs les formes suivantes :

$$(272239)\quad \begin{cases} e^{-1{,}29\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta} \\ \text{ou encore} \\ e^{-23{,}9\,\lambda^{-\frac{1}{3}}\theta} = e^{-0{,}00375\,\lambda^{-\frac{1}{3}} r} \end{cases}$$

les longueurs étant exprimées en kilomètres.

27. La forme (272236) est compatible avec l'interprétation physique suivante :

Le premier facteur $\dfrac{\mathrm{A}}{\sqrt{\sin\theta}}$ montre que *les ondes suivent exactement la surface de la terre, l'énergie par unité de surface d'onde, proportionnelle au carré de l'amplitude, variant comme l'inverse de la distance à l'oscillateur, laquelle est proportionnelle à* $\sin\theta$; ou, autrement dit, l'énergie étant constante sur toutes les circonférences tracées à la surface de la terre, et qui ont leurs centres sur l'axe de l'oscillateur. Il y a en outre une décroissance d'amplitude, pendant la propagation, suivant une formule exponentielle, d'exposant $\alpha\theta$.

CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE AU VOISINAGE DES ANTIPODES

28. Au voisinage de l'antipode de l'oscillateur (θ voisin de π), l'approximation à employer est celle de Mehler

$$(272240)\quad \mathrm{P}_n(\cos\omega) = \mathrm{J}_0\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right]$$

d'où

$$\frac{\mathrm{P}_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\cos\nu\pi} = \frac{2\,\mathrm{J}_0[\nu(\pi-\theta)]}{e^{\beta x^{\frac{1}{3}}\pi}} = \frac{2\cos\left[\nu(\pi-\theta)-\frac{\pi}{4}\right]}{\sqrt{\frac{1}{2}\pi\nu(\pi-\theta)}\,.\,e^{\beta x^{\frac{1}{3}}\pi}}$$

ou, en posant

$$\theta' = \pi - \theta$$

$$(272241)\quad \frac{\mathrm{P}_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\cos\nu\pi} = \left(\frac{2}{\nu\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\beta x^{\frac{1}{3}}\pi - jx\pi}\left[e^{jx\theta' + x^{\frac{1}{3}}\beta\theta' - j\frac{\pi}{4}} + e^{-jx\theta' - x^{\frac{1}{3}}\beta\theta' + j\frac{\pi}{4}}\right]$$

relation analogue à celle du § 25, mais dans laquelle le deuxième terme entre crochets ne peut plus être négligé, l'effet des ondes qui parcourent le chemin le plus long (angle $\pi+\theta'$)

étant maintenant important. Les effets des deux ondes, celle qui arrive directement et celle qui a passé par l'antipode, interfèrent et donnent naissance à des anneaux d'interférences autour de l'antipode.

L'expression n'a qu'un domaine très restreint de validité ; car, d'une part, l'approximation de Mehler n'est valable que si $x\theta'^3 \lessdot 1$, et, d'autre part, l'approximation introduite par J_0 exige $x\theta' \geqq 1$.

On a, dans ce domaine de validité :

$$\Lambda = -\frac{\pi}{x^{\frac{1}{3}}a} e^{\frac{1}{3}\pi j} \sum_\nu \frac{J_0 \{ \nu(\pi - \theta) \}}{\rho \cos \nu\pi} \tag{272242}$$

série dans laquelle le premier terme est prépondérant. On en déduit :

$$\left\{ \begin{aligned} M_\varphi &= 2lI. \frac{\lambda}{2\pi} . \frac{2\pi x^{\frac{8}{3}}}{a_3} \frac{1}{\rho} e^{-\beta\pi x^{\frac{1}{3}}} J_1 \{ \nu(\pi - \theta) \} \\ \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_r &= 2lI. \frac{\lambda}{2\pi} . \frac{2\pi x^{\frac{8}{3}}}{a_3} \frac{1}{\rho} e^{-\beta\pi x^{\frac{1}{3}}} J_0 \{ \nu(\pi - \theta) \} \end{aligned} \right. \tag{272243}$$

On voit, ainsi que nous venons de le dire, qu'il se produit autour des antipodes des anneaux d'interférences. Au voisinage de l'antipode, la force magnétique est de même ordre de grandeur que la force électrique; mais, à l'antipode, la force magnétique est minima, tandis que la force électrique est maxima.

CAS D'UN SOL IMPARFAITEMENT CONDUCTEUR

29. Dans ce cas, l'intégrale du contour à discuter est :

$$-\frac{2\pi}{k_a ab} \int s \frac{P_{s-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\cos s\pi} . \frac{\zeta(k_a b)\, \psi_{s-\frac{1}{2}}(k_i a)\, ds}{\psi_{s-\frac{1}{2}}(k_i a)\, \zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a) - \frac{\beta_a k_i}{\beta_i k_a} \frac{\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k\ a)}{\zeta_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)}} \tag{272250}$$

On trouve que, même dans le cas d'un sol peu conducteur, l'influence de la résistance du sol est faible.

III. — Conclusion.

30. Je résumerai d'abord, par ordre de date, les résultats des différents auteurs. Les valeurs données pour le champ électromagnétique, à la distance angulaire θ de l'oscillateur supposé tel que : $2\,lI = 1$, sont les suivantes :

H. Poincaré (1908-1910) :

$$A\, e^{-\alpha \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}} \theta} \tag{27231}$$

J.-W. Nicholson (1910) :

$$(2\pi)^{\frac{10}{6}} . \frac{1}{0{,}696} a^{-\frac{5}{6}} . \lambda^{-\frac{7}{6}} \sqrt{\sin\theta}\, e^{-1{,}28 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}} \theta} \tag{27232}$$

March (1912) :

(27233) $$B.\frac{1}{\sqrt{\theta \sin \theta}}$$

Rybcynski (1913) :

(27234) $$C.\frac{1}{\sqrt{\theta \sin \theta}} e^{-0{,}61 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}} \theta}$$

Macdonald (1914) :

(27235) $$(2\pi)^{\frac{10}{6}} a^{-\frac{5}{6}} \lambda^{-\frac{7}{6}} \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sqrt{\sin\frac{\theta}{2}}} \frac{1}{\rho} e^{-\alpha\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\left(2 \sin\frac{\theta}{2}\right)}$$

Watson (1918) :

(27236) $$(2\pi)^{\frac{10}{6}} a^{-\frac{5}{6}} \lambda^{-\frac{7}{6}} \frac{1}{\sqrt{\sin\theta}} \frac{1}{\rho} e^{-\alpha\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta}$$

Dans les deux séries données par Watson et Macdonald, le premier terme est prédominant, et l'on a, pour ce terme :

$$\rho_1 = 0{,}8033, \qquad \alpha_1 = 1{,}29.$$

On voit que les deux formules de Macdonald et Watson sont identiques pour les faibles valeurs de θ, pour lesquelles on peut remplacer $\cos\frac{1}{2}\theta$ par 1 et $2 \sin\frac{1}{2}\theta$ par θ, ce qui représente, ainsi que l'a montré G.-N. Watson, le domaine de validité de la formule de Macdonald.

Quant à la formule de J.-W. Nicholson, elle ne diffère de la formule de G.-N. Watson (en négligeant la différence des facteurs constants 0,696 et 0,8033) que par la position du facteur $\sqrt{\sin\theta}$, en numérateur dans la première formule, en dénominateur dans la deuxième. Balth. van der Pol explique que cette différence provient d'une faute de calcul de J.-W. Nicholson, qui, dans une formule, a écrit $\frac{d}{d\theta}$ au lieu de $\frac{d}{d\mu}$.

Avec cette correction, on trouve donc que les trois formules de Nicholson, Macdonald et Watson sont identiques. Love a d'ailleurs, dans le cas particulier d'une onde de 5 000 mètres de longueur d'onde, fait le calcul du champ électromagnétique à distance θ de l'oscillateur, et a trouvé des valeurs qui concordent avec celles qu'on peut déduire des formules envisagées.

Le problème de la propagation des ondes électromagnétiques

le long de la surface de la terre, supposée sphérique, peut donc être maintenant considéré comme résolu.

On peut considérer comme démontré que la théorie de la diffraction conduit à introduire dans l'expression du champ électromagnétique un terme exponentiel, dont l'exposant est négatif, proportionnel à θ et par conséquent à la distance, et inversement proportionnel à la racine cubique de la longueur d'onde. L'intensité du champ électromagnétique décroîtrait donc rapidement quand la distance augmente.

Les formules indiquent en outre que le champ électromagnétique serait proportionnel à $\lambda^{-\frac{7}{6}}$ et à $\frac{1}{\sqrt{\sin\theta}}$.

Le cas d'une sphère terrestre ayant la conductibilité de l'eau de mer a été étudié par Love, Macdonald et Watson ; celui d'un sol sec a été examiné par Watson. Tous ces auteurs aboutissent à ce résultat que la valeur de la conductibilité n'a que peu d'influence sur le résultat. L'amplitude du champ électromagnétique, dans le cas d'un sol de conductibilité infinie, dépasse de quelques centièmes celle qui correspond au cas d'une conductibilité faible.

31. Dans le but de rechercher dans quelle mesure les résultats trouvés ci-dessous permettent de rendre compte des phénomènes observés, il est intéressant de comparer la formule déduite de l'étude de G.-N. Watson,

$$M = \frac{(2\pi)^{\frac{10}{6}} a^{-\frac{5}{6}} \lambda^{-\frac{7}{6}}}{0,8033} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin\theta}} e^{-1,29\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta}$$

à la formule expérimentale d'Austin, qui donne, pour la valeur du champ magnétique dû à un doublet de moment : $2lI = 1$

$$M = \frac{2\pi}{\lambda r} e^{-0,038\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta} \tag{27238}$$

r étant la distance, comptée à la surface de la terre, des deux stations d'émission et de réception.

Le tableau de la page suivante donne les résultats du calcul, pour les distances :

r (kilomètres) 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000, 6 000,

et les longueurs d'onde

λ (mètres) 4 000, 8 000, 12 000, 16 000.

On voit que la théorie de la diffraction conclut, quelle que soit

la longueur d'onde, à une diminution de l'intensité du champ électromagnétique avec la distance beaucoup plus rapide que ne l'indique l'expérience. Elle ne suffit donc pas, à elle seule, à expliquer les résultats obtenus dans la pratique des radiocommunications.

Champ électromagnétique à grande distance de l'oscillateur (d'après Austin et Watson).

Distance r (kilomètres).	λ (mètres). 4 000 Austin.	4 000 Watson.	8 000 Austin.	8 000 Watson.	12 000 Austin.	12 000 Watson.	16 000 Austin.	16 000 Watson.
1000	$7{,}43.10^{-14}$	$1{,}08.10^{-14}$	$4{,}62.10^{-14}$	$9{,}13.10^{-15}$	$3{,}40.10^{-14}$	$7{,}61.10^{-4}$	$2{,}70.10^{-14}$	$5{,}98.10^{-15}$
2000	$1{,}75.10^{-14}$	$6{,}27.10^{-16}$	$1{,}36.10^{-14}$	$9{,}90.10^{\ 16}$	$1{,}12.10^{-14}$	$1{,}04.10^{-15}$	$9{,}27.10^{-15}$	$9{,}56.10^{-16}$
3000	$5{,}54.10^{-14}$	$4{,}12.10^{-17}$	$5{,}36.10^{-15}$	$1{,}25.10^{-16}$	$4{,}76.10^{-15}$	$1{,}67.10^{-16}$	$4{,}26.10^{-15}$	$1{,}78.10^{-16}$
4000	$1{,}96.10^{-15}$	$2{,}93.10^{-18}$	$2{,}37.10^{-15}$	$1{,}69.10^{-17}$	$2{,}32.10^{-15}$	$2{,}87.10^{-17}$	$2{,}19.10^{-15}$	$3{,}54.10^{-17}$
5000	$7{,}42.10^{-16}$	$2{,}19.10^{-19}$	$1{,}11.10^{-15}$	$2{,}34.10^{-18}$	$1{,}20.10^{-15}$	$5{,}03.10^{-18}$	$1{,}21.10^{-15}$	$7{,}20.10^{-18}$
6000	$2{,}92.10^{-16}$	$1{,}66.10^{-20}$	$5{,}48.10^{-16}$	$3{,}39.10^{-19}$	$1{,}50.10^{-16}$	$1{,}02.10^{-18}$	$7{,}07.10^{-16}$	$1{,}54.10^{-18}$

CHAPITRE VIII

LE ROLE DE L'ATMOSPHÈRE DANS LA PROPAGATION DES ONDES

I. — Vue d'ensemble et résumé historique.

Travaux préliminaires.

1. Dans les premières années de l'histoire de la radiotélégraphie, les hypothèses d'un sol parfaitement conducteur et d'une atmosphère parfaitement diélectrique semblaient rendre compte de tous les faits observés; les ondes employées étaient relativement courtes, les distances à franchir étaient suffisamment petites pour qu'on expliquât par les lois de la diffraction les transmissions à quelque distance, malgré la courbure de la terre.

La réussite des expériences transatlantiques de **Marconi,** en 1901, ouvrit tout à coup à la théorie un nouveau champ d'études; la possibilité des radiocommunications à très grande distance, le long de la courbure de la terre, et malgré la convexité de sa surface, n'était plus seulement une hypothèse sur laquelle il était intéressant de spéculer; elle devenait un fait qu'il s'agissait d'expliquer.

En raison de la grande distance angulaire des deux stations (45° dans les expériences de Marconi), la propagation semblait, *a priori*, ne pouvoir être expliquée par la diffraction, et la discussion théorique (voir Ch. VII) sur ce sujet, qui se développa pendant les années suivantes, aboutit d'abord au même résultat. Des calculs de Macdonald (1903), qui concluait à la possibilité des radiocommunications à très grande distance, furent critiqués par Lord Rayleigh et Henri Poincaré. Macdonald reprit sa théorie, et démontra que l'effet, à grande distance, devait être très petit. J.-W. Nicholson, Henri Poincaré, Macdonald, G.-N. Watson, confirmèrent que la diffraction seule ne pouvait rendre compte des faits observés, et les esprits furent naturellement orientés vers la recherche d'autres explications.

2. D'autre part, des expériences récentes, en particulier celles **J.-J. Thomson,** avaient montré que l'air raréfié, à la pression de un centième de millimètre de mercure, a pour les courants alternatifs une conductibilité égale à celle d'une solution à 25 pour 100 d'acide sulfurique dans l'eau, soit environ 1 mho par centimètre cube, c'est-à-dire 20 fois plus grande que celle de l'eau de mer.

S'il en était ainsi, on pouvait supposer conductrices les couches supérieures de l'atmosphère, et il n'est pas étonnant que l'idée ait été émise simultanément par plusieurs savants, que la propagation devait avoir lieu, non plus par ondes sphériques, mais par ondes cylindriques, entre une surface réfléchissante inférieure, formée par la surface du sol, et les couches supérieures de l'atmosphère.

En Amérique, **A.-E. Kennelly** ([13]) précisait, dès 1902, les conséquences de cette théorie. Après avoir rappelé les expériences de J.-J. Thomson relatives à la conductibilité de l'air raréfié, il s'exprimait ainsi :

« Si nous appliquons la formule usuelle qui donne la raréfaction de l'atmosphère en fonction de la hauteur, nous trouvons que la pression est réduite dans le rapport $\frac{1}{76\,000}$ $\left(\frac{1}{100}\text{ millimètre de mercure}\right)$ à l'altitude de 89, 77 kilomètres. Si l'air avait une température constante de — 50° c., cette hauteur serait réduite de 18,3 pour cent, soit ramenée à 73, 3

kilomètres. La température de l'atmosphère terrestre n'a été mesurée que pour quelques kilomètres au-dessus de la surface de la terre, et par conséquent les données manquent, qui seraient nécessaires pour calculer d'une façon précise la hauteur des couches électriquement conductrices. On peut cependant dire qu'à la hauteur de 80 kilomètres environ, la raréfaction est telle que la conductibilité qui en résulte pour l'air, dans le cas des courants de basse fréquence, est environ 20 fois plus grande que celle de l'eau de mer.

« On sait que les ondes de télégraphie sans fil qui se propagent à travers l'éther à la surface de l'Océan sont réfléchies par cette surface conductrice. Si la propagation ne se fait que sur quelques kilomètres, les couches conductrices supérieures ne peuvent avoir que peu d'influence, mais les ondes qui sont transmises à des distances beaucoup supérieures à 80 kilomètres doivent rencontrer une surface réfléchissante. Il semble raisonnable de supposer que les perturbations électromagnétiques émises par les antennes de transmission radiotélégraphiques se propagent d'abord dans tous les sens, jusqu'à ce qu'elles rencontrent les couches conductrices supérieures de l'atmosphère; les ondes se propagent ensuite horizontalement vers l'extérieur dans une couche de 80 kilomètres d'épaisseur, entre la surface réfléchissante de l'Océan et une surface réfléchissante ou une série successive de telles surfaces, au-dessus, dans l'air raréfié.

« Si ce raisonnement est correct, la courbure de la terre ne joue pas un rôle essentiel dans le phénomène et, au delà de 500 kilomètres, par exemple, du transmetteur, les ondes se propagent avec un amortissement uniforme cylindrique, comme dans un espace à deux dimensions. Le problème de la transmission de l'onde de télégraphie sans fil à grande distance serait alors ramené au cas relativement simple de la propagation dans un plan, au delà d'un certain rayon de la station d'émission. Aux distances supérieures, la densité d'énergie des ondes diminuera proportionnellement à la distance, de sorte qu'à une distance double l'énergie par mètre carré de front d'onde serait moitié. En l'absence d'une couche réfléchissante supérieure, l'atténuation serait considérablement plus grande. »

O. Heaviside (17) exposait, à la même époque, la même idée en Angleterre :

« Il est possible qu'il y ait dans l'atmosphère supérieure une couche suffisamment conductrice. S'il en est ainsi, les ondes se colleront plus ou moins, pour ainsi dire, à cette surface et seront guidées par la mer d'un côté, par la couche supérieure de l'autre. »

En France, **Henri Poincaré** (24) disait en 1903 comme conclusion d'une critique de la théorie de la diffraction de H.-M. Macdonald :

« Il y a lieu de se demander si les résultats de M. Marconi peuvent s'expliquer par les théories actuelles, et sont dus simplement à l'exquise sensibilité du cohéreur, ou s'ils ne prouvent pas que les ondes se réfléchissent sur les couches supérieures de l'atmosphère rendues conductrices par leur extrême raréfaction. »

A. Blondel (19) (1903) appelait l'attention sur le fait que le phénomène dépend de la sorte de conductibilité que possède la couche supérieure (conductibilité métallique ou non).

« Il convient de signaler une cause possible importante de perturbation de la propagation à grande distance dans la raréfaction des couches élevées de l'atmosphère. Au delà de 50 kilomètres et jusqu'à une distance plus grande, elle possède une conductibilité analogue à celle des gaz dans les tubes de Geissler, et on peut se demander ce que deviennent les lignes de force dans un pareil milieu. Si cette conductibilité des couches supérieures de l'atmosphère équivaut à celle d'une surface métallique (ce qui n'a pas été démontré expérimentalement), les ondes se propageraient à partir d'un certain moment entre deux calottes concentriques conductrices et tendraient à devenir des cylindres normaux à ces calottes; l'effet utile décroîtrait alors seulement en raison inverse de la distance, et non plus du carré de la distance. »

En 1904, **Ch.-Ed. Guillaume** ([21]) proposait une explication semblable de la télégraphie sans fil transocéanique, en faisant toutefois remarquer que :

« S'il est vrai que les couches supérieures de l'atmosphère sont conductrices, il est certain, d'autre part, qu'elles constituent un conducteur médiocre, et surtout dont la surface est mal définie. Une partie des ondes les traverse probablement, et une proportion, sans doute notable, s'y perd en travail interne. »

L'ionisation atmosphérique et son influence sur la propagation.

3. L'hypothèse d'une couche conductrice dans l'atmosphère, susceptible d'expliquer les transmissions à grande distance, était évidemment insuffisante pour rendre compte des particularités révélées par l'expérience : différence entre le régime de jour et le régime de nuit, phénomènes observés au coucher et au lever du soleil, etc. Pour en trouver l'explication, il était nécessaire d'approfondir la question des propriétés électromagnétiques de l'atmosphère.

La présence d'ions dans l'atmosphère a été révélée expérimentalement par des observations faites à la surface de la terre, ou, en ballon, à quelques kilomètres au plus au-dessus du sol ; elle apparaît comme nécessaire pour l'explication d'un certain nombre de phénomènes : existence dans l'atmosphère d'une sorte d'aurore permanente; variations diurnes du magnétisme terrestre; existence et particularités des aurores boréales. Elle peut d'ailleurs avoir plusieurs causes, soit qu'elle ait une origine terrestre, soit qu'elle provienne du soleil, par bombardement corpusculaire (**Arrhenius, J.-A. Fleming** [[98]]), ou par l'action des rayons ultraviolets. Les rayons ultraviolets n'agissent que le jour, tandis que les causes d'ionisation ayant une origine terrestre sont permanentes, et que les corpuscules émis par le soleil peuvent atteindre même l'hémisphère obscure du globe terrestre. On en déduit des raisons de croire qu'*il existe dans l'atmosphère une couche constamment ionisée, et une autre ionisée seulement pendant le jour et, semble-t-il, d'altitude inférieure.*

C'est sur ces hypothèses que **W.-H. Eccles** ([70]) a établi une théorie qui semble rendre compte, dans leur ensemble, des résultats d'expériences.

Pendant la nuit la couche supérieure, seule présente, réfléchirait les ondes à la manière d'un conducteur; pendant le jour, d'autres couches conductrices s'interposeraient entre la première

et la surface du sol. **W.-H. Eccles** (70) et **J. Salpeter** (83) ont montré que la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu ionisé peut être supérieure à la vitesse de la lumière. W.-H. Eccles en déduit que la réfrangibilité de cette atmosphère moyenne, où sont disséminés des ions, augmente avec l'altitude. Il s'ensuit que la plupart des rayons électromagnétiques s'incurvent en s'élevant dans l'atmosphère et reviennent à la surface après un trajet plus ou moins long, sans avoir atteint la couche supérieure. **W.-H. Eccles** explique ainsi la différence entre les signaux de jour et de nuit, l'existence d'une longueur d'onde optima variable avec la distance, la différence de l'effet des obstacles suivant la longueur d'onde et l'état d'ionisation de l'atmosphère, la fréquence et les particularités des signaux parasites, etc.

Le lever et le coucher du soleil, étant des instants de transition entre le jour et la nuit, doivent coïncider avec des phénomènes particuliers que l'expérience a en effet révélés et qui s'expliquent simplement, ainsi que l'a montré **A.-E. Kennelly** (26), par des réflexions à la surface limite qui sépare l'hémisphère ionisé, tourné vers le soleil, de la région obscure, située du côté nuit.

En 1915, **H. Nagaoka** (101) émit l'avis que les propriétés de la couche ionisée permettent d'expliquer l'existence des signaux parasites, la différence observée entre les transmissions suivant la direction de la propagation, l'irrégularité des signaux de nuit, etc.

La constitution physique de l'atmosphère et son influence sur la propagation.

4. Une autre cause possible d'incurvation des rayons électromagnétiques issus d'une antenne a été envisagée. L'*air atmosphérique*, dont la densité diminue quand l'altitude augmente, *possède de ce fait un indice de réfraction décroissant avec la hauteur*, et, *par conséquent, courbe vers le bas les rayons émis obliquement*. Cet effet est-il suffisant pour ramener ces rayons au contact du sol? La question a été examinée par **F. Kiebitz** (80) et **J.-A. Fleming** (91), qui ont abouti à un résultat négatif.

II. — L'ionisation de l'atmosphère et son influence sur la propagation des ondes.

1° ORIGINE ET DISTRIBUTION DE L'IONISATION ATMOSPHÉRIQUE

A. — Origine de l'ionisation de l'atmosphère (125 *bis*, 50 *bis*).

5. L'expérience montre que l'atmosphère qui entoure la terre est le siège d'un champ électrique dirigé de telle façon que les corpuscules négatifs soient repoussés vers le haut. La terre est donc chargée négativement. La variation du potentiel avec l'altitude est en moyenne, à la surface de la terre, de 150 volts par mètre; elle éprouve d'ailleurs des variations diurnes, avec deux minima vers 4 heures et 14 heures, et deux maxima vers 9 heures et 20 heures; et des variations annuelles : égale à 190 volts en moyenne en janvier, elle n'atteint pas 100 volts en moyenne en été; elle décroît d'ailleurs avec l'altitude, et n'est pas supérieure à 2 volts par mètre à une hauteur de 9 kilomètres, ainsi que l'ont montré des expériences faites en ballon; elle devient probablement négligeable à 20 kilomètres d'altitude. Cette diminution de l'intensité du champ électrique avec la hauteur ne peut s'expliquer que par la présence, dans les couches atmosphériques, de charges positives qui équilibrent la charge négative de la surface de la terre. L'expérience directe a, du reste, confirmé l'existence de ces quantités positives d'électricité.

Un système ainsi composé de charges positives et négatives en regard pourrait subsister indéfiniment si l'atmosphère était parfaitement isolante; nous allons voir qu'il n'en est pas ainsi, et qu'en fait, la conductibilité atmosphérique, quoique très faible, serait suffisante pour entraîner en dix minutes la disparition de 90 pour 100 de la charge de la terre; il faut donc que cette charge soit entretenue; la façon dont elle se régénère constitue l'un des plus importants problèmes de l'électricité atmosphérique.

La conductibilité de l'air résulte de son ionisation. La matière est, en effet, d'après les théories modernes, composée de particules électrisées positives et de corpuscules négatifs ou électrons. Sous certaines influences, des électrons peuvent être détachés des molécules de l'atmosphère; ils quittent les molécules, tandis que la partie restante est chargée positivement et constitue ce

qu'on appelle un ion positif. Les électrons négatifs libérés se déplaceront jusqu'à ce qu'ils rencontrent des molécules ou des groupes de molécules, auxquels ils s'attacheront et avec lesquels ils formeront des ions négatifs. Ces ions, positifs et négatifs, ainsi formés, rendront l'air conducteur, puisqu'ils se déplaceront en sens inverse sous l'influence d'un champ électrique.

Supposons maintenant qu'il y ait, en permanence, dans l'atmosphère, des causes d'ionisation. Le nombre d'ions par centimètre cube commencera par augmenter. Il augmenterait indéfiniment si les ions de signes contraires ne tendaient pas à se recombiner, et cela d'autant plus vite qu'ils sont plus nombreux. Si la vitesse de formation des ions est constante, leur nombre augmentera jusqu'à ce que la vitesse de recombinaison soit égale à celle de formation. Ainsi, pour prendre un exemple concret, il paraît se former chaque seconde, par centimètre cube, dans l'atmosphère, environ six couples d'ions; le nombre a augmenté avec le temps, jusqu'à 2400 ions de chaque sorte environ par centimètre cube, nombre qui correspond à six recombinaisons par seconde.

Quelles sont les causes d'ionisation? Elles paraissent être les suivantes :

1° *Emanations radioactives dans l'air ;*

2° *Arrivée dans l'atmosphère d'ions extérieurs émis en particulier par le soleil;*

3° *Action ionisante des rayons ultraviolets émis par le soleil.*

Nous étudierons successivement ces trois modes de formation de particules électrisées.

I. — Ionisation d'origine terrestre.

6. Une partie au moins des ions présents dans la basse atmosphère provient certainement de l'action des substances radioactives contenues dans le sol. On sait que ces substances sont en état de désagrégation perpétuelle. Le phénomène est très lent pour le radium lui-même : il faut deux mille ans pour que la moitié de la masse soit décomposée; mais il donne naissance à une émanation qui se désagrège beaucoup plus vite : la moitié de sa masse disparaît en 3,85 jours, en formant le radium A, qui donne naissance au radium B, et ainsi de suite. En même temps qu'un atome se désagrège, en produisant le suivant dans la série, il émet des rayonnements qu'on a distingués en rayons α, β et γ.

Les rayons α sont constitués de particules d'hélium chargées positivement, dont la masse est quatre fois celle de l'atome d'hydrogène, et dont la vitesse est le dixième de celle de la lumière. Les rayons β sont des électrons, dont la vitesse est comparable à celle de la lumière, et la masse est un deux-millième de celle de l'atome d'hydrogène; les rayons γ sont des rayons X très pénétrants.

Toutes ces radiations sont ionisantes; les premières (particules α) sont très efficaces; mais en raison même de leur intense pouvoir ionisant, elles perdent rapidement leur énergie, et sont arrêtées par quelques centimètres d'air; les électrons β sont des agents ionisants moins puissants : ils peuvent traverser quelques mètres d'air; les rayons γ sont encore plus pénétrants et moins ionisants : leur intensité ne décroît que dans le rapport $\frac{36}{100}$ après avoir traversé 100 mètres d'air.

Comment ces différentes causes d'ionisation agiront-elles sur l'atmosphère? Les substances radioactives contenues dans le sol donnent naissance à des émanations gazeuses qui se répandent dans l'air. La désagrégation de ces émanations produit des rayons α, β, γ, qui ionisent l'atmosphère et la rendent conductrice. Dans quelles proportions? La quantité d'émanation du radium est extrêmement petite. Elle peut être évaluée, dans la couche atmosphérique comprise entre le sol et l'altitude de 1 kilomètre, à 250 grammes, ce qui correspond, dans 1 centimètre cube, à une ou deux molécules d'émanation pour 30 milliards de milliards de molécules d'air. Cette faible quantité suffirait, cependant, pour provoquer la formation de 1,7 ion par seconde et par centimètre cube dans l'atmosphère. L'émanation du thorium en fournirait de son côté 1,05. En plus de la désagrégation des émanations radioactives gazeuses, il y a lieu de tenir compte de celle des substances radioactives contenues dans le sol elles-mêmes; les rayons α et β qu'elles produisent sont absorbés avant d'atteindre l'atmosphère; mais les rayons γ peuvent y parvenir; en se basant sur une moyenne de 4×10^{-12} grammes de radium par centimètre cube du sol, on expliquerait de cette sorte la formation de 0,80 ion par seconde et par centimètre cube d'atmosphère. Le thorium du sol en fournirait également 0,80, de sorte qu'on arrive ainsi à expliquer la formation, dans l'atmosphère, de 4,35 ions par seconde et par centimètre cube. Et le nombre d'ions présents

dans l'atmosphère serait d'environ 1320 de chaque signe par centimètre cube.

Telles sont les conclusions d'une étude de **A.-S. Eve** ([50 bis]) sur l'ionisation de l'atmosphère par les substances radioactives. Des expériences faites, expériences d'ailleurs pleines de difficultés et susceptibles d'erreurs importantes, il résulte que cette première source d'ionisation suffirait pour expliquer la formation de tous les ions dont on constate l'existence à la surface des continents.

Une difficulté se présente cependant quand il s'agit d'expliquer la présence des ions que l'expérience trouve en aussi grand nombre au-dessus des océans qu'au-dessus des terres. Pourtant, la mer ne contient, de substances radioactives, que des quantités si petites qu'elles échappent à toute mesure, et l'émanation radioactive contenue dans l'air au-dessus de la mer n'est qu'environ 2,5 pour 100 de celle qu'on trouve au-dessus des continents.

Le fait que ces ions n'ont pas leur source dans la radioactivité résulte, d'ailleurs, de ce fait qu'on les trouve même dans des vases clos à parois imperméables aux rayons α, β, γ. La même expérience faite à la surface de la terre donne les mêmes résultats.

La façon dont le nombre d'ions répandus dans l'atmosphère varie avec l'altitude contribue enfin, elle aussi, à démontrer l'insuffisance de l'explication de l'électricité atmosphérique par l'action des substances radioactives enfouies dans le sol. Si là était, en effet, la seule source d'ionisation, celle-ci devrait diminuer d'intensité avec l'altitude, les rayons γ, qui peuvent seuls parcourir de longs chemins dans l'atmosphère, étant arrêtés progressivement à mesure que la hauteur augmente. Or, on a bien constaté, dans des ascensions en ballon, une diminution d'ionisation jusqu'à 700 mètres environ ; mais plus haut l'ionisation augmente, et cela de plus en plus rapidement ; à 9000 mètres d'altitude, il se forme, par seconde, dans un centimètre cube d'atmosphère, 80 ions de plus qu'à la surface de la terre, et la vitesse de cet accroissement est de 20 ions par centimètre cube, par seconde et par kilomètre, dans le dernier kilomètre.

II. — Corpuscules électrisés émis par le soleil.

7. Il résulte de ce qui précède qu'il y a d'autres sources d'ionisation que les substances radioactives de la croûte terrestre et

de la basse atmosphère. Il s'agit d'expliquer la présence d'ions à la surface de la mer et l'augmentation de l'ionisation avec l'altitude. La constatation de cette variation suggère immédiatement l'idée d'un rayonnement provenant d'une source extérieure au globe terrestre. La diminution d'intensité constatée s'explique, dans cette hypothèse, par l'absorption d'énergie dans le parcours des rayons; elle exige, de plus, que les rayons soient dix fois plus pénétrants que les plus pénétrants rayons γ connus.

D'où pourrait venir cette grande pénétration? Supposons, comme on le fait dans la théorie de l'aurore boréale, que le soleil émette des corpuscules négatifs. Ces corpuscules qui, à leur arrivée dans l'atmosphère, produisent, par leurs chocs avec les molécules, le phénomène lumineux de l'aurore, donnent également, par les mêmes chocs, naissance à des rayons X qui sont, on le sait, des rayons lumineux de fréquence extrêmement grande. Plus grande est la vitesse des corpuscules, plus pénétrants sont les rayons X. Et on trouve que les vitesses exigées par la théorie de l'aurore boréale suffisent à expliquer la grande pénétration que nous avons reconnue nécessaire. Remarquons d'ailleurs qu'il y aurait là une source permanente d'ionisation. Les calculs de Carl Störmer, que je résumerai plus loin, montrent en effet que les trajectoires des corpuscules s'incurvent sous l'action du champ magnétique terrestre, et que certaines d'entre elles pénètrent dans l'atmosphère par le côté opposé au soleil. La face éclairée du globe terrestre n'est donc pas seule soumise au rayonnement.

Enfin, ce mécanisme de formation de rayons analogues aux rayons γ, mais beaucoup plus pénétrants, expliquerait, d'après **W.-F.-G. Swann** [125 bis], la charge négative de la croûte terrestre. On sait, en effet, d'une part, que l'ionisation produite par les rayons γ consiste à séparer les électrons des atomes neutres; d'autre part, que ces électrons sont projetés en grande majorité dans la direction des rayons γ ionisants, et cela d'autant plus que le pouvoir pénétrant est plus grand. Que fera, dans ces conditions, la radiation pénétrante dont nous avons supposé l'existence? Elle ionisera l'air et donnera naissance à des courants d'électrons dirigés, comme elle, vers le bas. A cause du grand pouvoir pénétrant, ces électrons ne s'arrêteront qu'après des parcours considérables. La surface du sol sera ainsi frappée par des électrons, et se chargera négativement. La charge augmentera jusqu'à ce

que le champ électrique qu'elle produit dans l'atmosphère soit suffisant pour renvoyer vers les grandes altitudes, par suite de la conductibilité de l'atmosphère, autant d'électricité négative que l'action des rayons pénétrants en dirige vers le bas.

Un ensemble très cohérent de déductions venues de points de départ différents nous amène donc à supposer qu'il existe, dans la haute atmosphère, des corpuscules électrisés émanant du soleil. La possibilité de ce rayonnement a été récemment discutée par **J.-A. Fleming** ([98]).

Nous empruntons à cet auteur les développements qui suivent, et qui résument bien l'état actuel de la question :

« On a de bonnes raisons de croire que la photosphère solaire contient surtout du carbone, formant des nuages de particules extrêmement fines ou de granules, et que la température des parties extérieures est de 6000° à 7000° centigrades. En d'autres mots, la région solaire qui émet la plus grande quantité de chaleur et de lumière est un gigantesque filament de carbone à haute température. Mais on sait que les corps incandescents émettent l'énergie, non seulement sous forme d'ondes, mais aussi sous forme d'électrons positifs et négatifs, surtout négatifs. Dans leur passage à travers la chromosphère, ceux-ci entraînent et condensent autour d'eux des atomes chimiques et forment ainsi des ions de différentes dimensions. Ces ions seraient ensuite repoussés vers l'extérieur par la pression de radiation.

« Il est relativement facile de calculer la vitesse et la durée de passage du soleil à la terre, d'ions de cette sorte de différentes dimensions. Nous partons des faits connus que la pression de radiation de Maxwell est numériquement égale en dynes par centimètre carré à l'énergie lumineuse en ergs par centimètre cube, et que la meilleure valeur de la constante solaire est 2,1 grammes-calories par centimètre carré par minute, ou que $1{,}47.10^6$ ergs sont transmis par seconde à une surface parfaitement noire par la lumière du soleil tombant normalement, la correction nécessitée par l'absorption atmosphérique étant supposée faite. Il s'ensuit que l'énergie lumineuse est 49.10^{-6} ergs par centimètre cube, et la pression de radiation à peu près 5.10^{-6} dynes par centimètre carré à la surface de la terre. A la surface du soleil, l'intensité lumineuse est 46.000 fois plus grande, et la pression de radiation est 2,3 dynes par centimètre carré... Considérons une petite sphère de diamètre d située près de la surface du soleil. Soit P la pres-

sion de radiation par centimètre carré, et g l'accélération de la pesanteur à la surface du soleil, qui est environ 27 fois plus grande qu'à la surface de la terre, ou égale à 981×27 cm. par seconde^2. Le poids ou force de gravitation sur la particule est $g.\frac{\pi}{6}.d^3$ et la pression de radiation est $\frac{\pi}{4}d^2 P$. Ils s'équilibrent quand $d = 1{,}5.\frac{P}{g} = 0{,}00013$ cm. ou 13.000 angströms. **Schwarzschild** prétend avoir montré que la pression de radiation passe par un maximum quand la circonférence de la particule est égale à la longueur d'onde de la lumière, mais cette affirmation a été discutée.

« Nous pouvons, en partant de ces données, calculer facilement le temps nécessaire à des particules d'un diamètre inférieur à la limite calculée ci-dessus (13 000 angströms), pour aller du soleil à la terre, en partant du repos. Soit a la distance du point de départ au centre du soleil, et x la distance à un moment quelconque. Soit v la vitesse de la particule en x et $\frac{\mu}{a}$ et $\frac{\mu}{x}$ les énergies potentielles en a et en x. Nous avons l'équation de l'énergie :

$$\frac{v^2}{2} = \frac{\mu}{a} - \frac{\mu}{x}$$

ou

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2\mu}{a} - \frac{2\mu}{x}}$$

ou

$$dt = \frac{xdx}{\sqrt{\frac{2\mu}{a}}\sqrt{x^2 - ax}}$$

$$dt = \sqrt{\frac{a}{2\mu}}\left\{\frac{2x - a}{2\sqrt{x^2 - ax}} + \frac{a}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2 - ax}}\right\} dx.$$

Intégrons cette expression entre les limites a et x, il vient :

$$t = \sqrt{\frac{a}{2\mu}}\left\{\sqrt{x^2 - ax} + \frac{a}{2}\log\left(x - \frac{a}{2} + \sqrt{x^2 - ax}\right) - \frac{a}{2}\log\frac{a}{2}\right\}$$

Si x est le rayon de l'orbite terrestre (148 800 000 kilomètres) et a le rayon du soleil (693 300 kilomètres),

$$\frac{a}{x} = \frac{1}{215}$$

est petit, et nous pouvons écrire :

$$= \sqrt{\frac{a}{2\mu}}\left\{x + \frac{a}{2}\log\frac{4x}{a}\right\}$$

« Il est aisé de montrer que :

$$\frac{2\mu}{a} = \frac{3Pa}{d} - 2ga$$

d'où :

$$t = \frac{1}{\sqrt{\frac{3Pa}{d} - 2ga}}\left\{x + \frac{a}{2}\log\frac{4x}{a}\right\}$$

« Mais le deuxième terme de la parenthèse est petit par rapport à x, et il vient finalement, en posant :

$a = 7{,}10^1$ cm. $x = 15{,}10^{12}$ cm. $g = 27 \times 981$ cm. $P = 2{,}3$ *dynes*

pour la durée de passage du soleil à la terre d'une particule de diamètre d l'expression :

$$t = \frac{15.10^{12}}{\sqrt{\frac{49.10^{10}}{d} - 37.10^{14}}} \text{ secondes.}$$

« Si nous appliquons cette formule au calcul de la durée du passage pour des ions des trois diamètres 1 600, 5 000 et 10 000 angströms, nous obtenons les temps 25 heures 17 minutes, 55 heures 33 minutes, 112 heures 17 minutes.

« Supposons de plus que les ions ne partent pas du repos, mais aient une vitesse initiale de 200 kilomètres par seconde par exemple, et soient ensuite repoussés par la pression de radiation. Pour les trois dimensions ci-dessus, nous trouvons qu'à l'arrivée à la terre les vitesses sont 1 900 km., 1 000 km., et 550 km. par seconde, et les énergies cinétiques 38, 325, et 780 ergs par particule. Si nous considérons, non plus un seul ion, mais 1 kilog de cette poussière solaire des diamètres indiqués et que nous calculions l'énergie qui arrive de cette manière dans l'atmosphère terrestre, nous obtenons des chiffres remarquables. Pour les trois diamètres 1 600, 5 000 et 10 000 angströms, les énergies par kilog entraînées sont 187.10^{17} ergs ou 700 000 chevaux-heures pour la plus petite dimension, 50.10^{17} ou 180 000 chevaux-heures pour la dimension moyenne, 15.10^{17} ergs ou 5 500 chevaux-heures pour la poussière à gros grains.

« Ainsi la quantité de cette poussière solaire, très fine, qu'on pourrait mettre dans sa poche, apporte dans l'atmosphère terrestre, en vertu de la vitesse énorme acquise sous l'effet de la pression de radiation, assez d'énergie pour alimenter un grand croiseur pendant 24 heures à pleine vitesse. Cette énergie doit être utilisée d'une façon quelconque. Il n'est pas déraisonnable de penser qu'elle se dépense partiellement en ionisant la haute atmosphère. En tout cas, la poussière cosmique est électrisée elle-même et apporte dans l'atmosphère des ions négatifs en majorité. En vertu de leur petite dimension, et en conséquence de la charge négative de la terre, ceux-ci descendront lentement vers le sol, et on aurait ainsi une cause possible d'ionisation des couches les plus hautes de l'atmosphère. Comme **Arrhenius** l'a montré dans son livre « *Worlds in the Making* », cette théorie peut fournir l'explication des aurores boréales et des orages magnétiques, et de leur relation avec les taches solaires. Arrhenius a réuni un certain nombre d'exemples qui montrent qu'il y a un intervalle d'environ 45 heures entre le passage d'une tache par un méridien solaire central et l'apparition d'une perturbation magnétique terrestre. Cet intervalle est de même ordre que celui du passage du soleil à la terre d'un ion ayant un diamètre à peu près égal à la longueur d'onde de la lumière jaune.

« Si cette émission d'ions part surtout des taches solaires et normalement à la surface du soleil, il faudra, puisque la terre parcourt par jour 25 000 000 kilomètres environ sur son orbite, que ces particules soient lancées considérablement en avant de la terre pour la rencontrer deux jours après avoir quitté le soleil. Mais même dans ces conditions il est possible que beaucoup de tonnes de cette poussière solaire électrisée, ou même de centaines de tonnes atteignent la terre par an...

« Nous avons, dans ces ions émis par le soleil et repoussés par la pression de radiation, une cause permanente d'ionisation qui peut rendre compte de quelques-uns des phénomènes de la télégraphie sans fil à grande distance. *Il y a probablement dans la haute atmosphère une ionisation négative permanente créée par l'arrivée d'ions venant du soleil et chassés par la pression de radiation.* »

III. — Ionisation par les rayons ultraviolets [98].

8. Nous avons enfin, dans l'atmosphère, une nouvelle cause d'ionisation dans les rayons ultraviolets émis par le soleil.

On sait, en effet, d'une part, que, d'après la loi bien connue qui relie le potentiel ionisant V_0 (en volts) à la longueur ionisante d'onde maxima (en angströms, ou dix-millièmes de millimètres),

$$V_0 \lambda_0 = 12\,000 \text{ (environ)},$$

l'oxygène, dont le potentiel ionisant est voisin de 9 volts, ne peut être ionisé par des ondes de longueur supérieure à 1 350 angtröms environ. On aurait sans doute des valeurs du même ordre pour les longueurs d'onde ionisantes maxima des autres éléments de l'atmosphère.

L'expérience a confirmé cette manière de voir : on a constaté que l'air ne peut être ionisé que par les longueurs d'onde extrêmement petites découvertes par **Schumann** et **Lyman** à l'extrémité du spectre de l'ultraviolet. D'ailleurs **Huggins** et **Cornuc** ont montré que le spectre des corps célestes, pris à la surface de la terre, s'arrête à la longueur d'onde 2 950 angströms. Il est donc certain que la lumière ultraviolette de longueur d'onde suffisamment courte pour ioniser les gaz de l'atmosphère n'arrive pas jusqu'aux niveaux inférieurs de l'atmosphère.

Mais il paraît certain qu'en raison de la haute température de la photosphère, la lumière solaire contient les radiations de cette longueur d'onde de Schumann (2 000 à 1 000 angströms), et Lyman (moins de 1 000 angströms). Ces radiations arrivent aux couches supérieures de l'atmosphère; de telle sorte que les couches d'une altitude supérieure, à peut-être 10 à 20 kilomètres, doivent être ionisées par la lumière ultraviolette de courte longueur d'onde.

Nous avons ainsi mis en évidence *une nouvelle source d'ionisation, qui agit sur les régions de l'atmosphère exposées à la lumière du soleil.*

B. — Influence du champ magnétique terrestre sur la distribution des ions atmosphériques.

9. Les corpuscules électrisés disséminés dans l'atmosphère sont

soumis à l'action du champ magnétique terrestre. L'étude de cette action a été l'objet d'expériences de **Birkeland** et **Villard**, et d'un exposé théorique de **Carl Störmer.** Les résultats de ces travaux, qui ont abouti à l'explication des aurores boréales et des orages magnétiques, et sont susceptibles de rendre compte de certains phénomènes constatés dans la propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la terre, seront brièvement exposés.

a) Principes théoriqnes. Calcul de Carl Störmer [37].

10. Soit un corpuscule de masse m, porteur d'une charge électrique e. Le mouvement de ce corpuscule sur sa trajectoire, avec une vitesse v, provoque un courant de convection, d'intensité ev, sur lequel le champ magnétique agit d'après la loi de Biot et Savart : la force exercée sur un élément de courant d'intensité i placé dans un champ magnétique $\mathcal{H}$ est perpendiculaire au champ magnétique et à l'intensité du courant; elle est égale à $\mathcal{H} i \sin \omega$, ω étant l'angle que fait l'élément de courant avec le champ magnétique. Pour un observateur couché dans la direction du courant et regardant le champ magnétique la force est dirigée vers la gauche.

La force agissant sur le corpuscule est donc $e\mathcal{H} v \sin \omega$, et l'accélération du mouvement a pour valeur $\frac{e}{m}\mathcal{H} v \sin \omega$. Elle est perpendiculaire à la vitesse v, et se réduit par conséquent à l'accélération normale $\frac{v^2}{\rho}$, ρ étant le rayon de courbure de la trajectoire. On a donc :

$$\frac{v^2}{\rho} = \frac{e}{m}\mathcal{H} v \sin \omega$$

ou

$$\rho \mathcal{H} \sin \omega = \frac{mv}{e} = \mathrm{K} \tag{282 1201}$$

K étant une constante pour un corpuscule donné, se déplaçant avec une vitesse constante.

Nous obtenons les équations différentielles du mouvement en écrivant, suivant les résultats précédents, que :

1° Le rayon de courbure, de cosinus directeurs $\rho\frac{d^2x}{ds^2}, \rho\frac{d^2y}{ds^2}, \rho\frac{d^2z}{ds^2}$ est perpendiculaire au champ magnétique, de cosinus directeurs $\frac{\mathcal{H}x}{\mathcal{H}}, \frac{\mathcal{H}y}{\mathcal{H}}, \frac{\mathcal{H}z}{\mathcal{H}}$, et à la vitesse, de cosinus directeurs $\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds}$.

2° Le rayon de courbure est lié à l'intensité du champ magnétique par la relation (282 1201).

On obtient ainsi :

(282 1202)
$$\left\{\begin{aligned} \rho\frac{d^2x}{ds^2} &= \frac{1}{\mathcal{H}\sin\omega}\left(\mathcal{H}_y\frac{dz}{ds} - \mathcal{H}_z\frac{dy}{ds}\right) \\ \rho\frac{d^2y}{ds^2} &= \frac{1}{\mathcal{H}\sin\omega}\left(\mathcal{H}_z\frac{dx}{ds} - \mathcal{H}_x\frac{dz}{ds}\right) \\ \rho\frac{d^2z}{ds} &= \frac{1}{\mathcal{H}\sin\omega}\left(\mathcal{H}_x\frac{dy}{ds} - \mathcal{H}_y\frac{dx}{ds}\right) \end{aligned}\right.$$

$$\rho\,\mathcal{H}\sin\omega = \mathrm{K}.$$

Mouvement dans le champ d'un aimant élémentaire.

Équations du mouvement (*11*). — Si le champ est celui d'un aimant élémentaire de moment $\mathcal{M}$, placé à l'origine, le pôle nord du côté des z positifs, on a, en un point de coordonnées x, y, z,

(282 1203)
$$\left\{\begin{aligned} \mathcal{H}_x &= -\mathcal{M}\frac{3xz}{r^5} \\ \mathcal{H}_y &= -\mathcal{M}\frac{3yz}{r^5} \\ \mathcal{H}_z &= -\mathcal{M}\frac{3z^2-r^2}{r^5} \end{aligned}\right.$$

en posant :

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

et les équations différentielles (282 1202) prennent la forme

(282 1204)
$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} &= \frac{c^2}{r^5}\left[3yz\frac{dz}{ds} - 3(z^2-r^2)\frac{dy}{ds}\right] \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= \frac{c^2}{r^5}\left[(3z^2-r^2)\frac{dx}{ds} - 3xz\frac{dz}{ds}\right] \\ \frac{d^2z}{ds^2} &= \frac{c^2}{r^5}\left[3xz\frac{dy}{ds} - 3yz\frac{dx}{ds}\right] \end{aligned}\right.$$

avec

$$c^2 = -\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{K}}.$$

Les trajectoires correspondant à une valeur quelconque de c étant, comme on le voit, immédiatement, homothétiques par rapport à l'origine, avec le rapport c, de celles pour lesquelles $c=1$, on peut, dans le calcul, se contenter d'examiner ce dernier cas.

Posons donc $c=1$.

Oz étant un axe de symétrie, il est indiqué de substituer aux coordonnées x et y des coordonnées polaires définies par :

(282 1205)
$$\left\{\begin{aligned} x &= \mathrm{R}\cos\varphi \\ y &= \mathrm{R}\sin\varphi. \end{aligned}\right.$$

On obtient ainsi, par transformation du système (282 1204)

(282 1206)
$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^2\mathrm{R}}{ds^2} &= \left(\mathrm{R}\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 + \frac{r^2-3z^2}{r^5}\mathrm{R}\frac{d\varphi}{ds} \\ \frac{d^2z}{ds^2} &= \frac{3z}{r^5}\mathrm{R}^2\frac{d\varphi}{ds} \\ \mathrm{R}^2\frac{d\varphi}{ds} &= 2\gamma + \frac{\mathrm{R}^2}{r^3} \qquad (282\,1206'') \\ \mathrm{R}\left(\frac{d\varphi}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\mathrm{R}}{ds}\right)^2 &+ \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 = 1 \end{aligned}\right.$$

γ étant une constante d'intégration, qui pourra prendre toutes les valeurs de $-\infty$ à $+\infty$.

Eliminons $\frac{d\varphi}{ds}$; il vient :

(282 1207)
$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^2R}{ds^2} &= \left(\frac{2\gamma}{R}+\frac{R}{r^3}\right)\left(\frac{2\gamma}{R^2}+\frac{3R^2}{r^5}-\frac{1}{r^3}\right) \\ \frac{d^2z}{ds^2} &= \left(\frac{2\gamma}{R}+\frac{R}{r^3}\right)\frac{3Rz}{r^5} \\ \left(\frac{dR}{ds}\right)^2+\left(\frac{dz}{ds}\right)^2 &= 1-\left(\frac{2\gamma}{R}+\frac{R}{r^3}\right)^2 \end{aligned}\right.$$

En introduisant la fonction Q :

(282 1208)
$$Q = 1-\left[\frac{2r}{R}+\frac{R}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right]^2$$

le système (282 1207) prend la forme :

(282 1209)
$$\left\{\begin{aligned} \frac{d^2R}{ds^2} &= \frac{1}{2}\frac{dQ}{dr} \\ \frac{d^2z}{ds^2} &= \frac{1}{2}\frac{dQ}{dz} \\ \left(\frac{dR}{ds}\right)^2+\left(\frac{dz}{ds}\right)^2 &= Q \qquad \text{(282 1209'')} \end{aligned}\right.$$

Ce système est susceptible d'une interprétation mécanique simple. Si R est l'abscisse et z l'ordonnée d'un point matériel M de masse égale à l'unité se déplaçant dans un plan, le système (282 1209) représente les équations du mouvement du point M sous l'action d'une force dont les composantes le long des axes sont $\frac{1}{2}\frac{dQ}{dR}, \frac{1}{2}\frac{dQ}{dz}$, la force vive étant constamment égale à $\frac{1}{2}$ Q.

En prenant, au lieu de s, l'abscisse R comme variable indépendante, on obtient enfin :

(282 1210)
$$\frac{d^2z}{dR^2} = P_0+P_1\frac{dz}{dR}+P_2\left(\frac{dz}{dR}\right)^2+P_3\left(\frac{dz}{dR}\right)^3.$$

avec :

(282 1211)
$$\left\{\begin{aligned} P_0 &= P_2 = \frac{1}{2Q}\cdot\frac{dQ}{dR} \\ P_1 &= P_3 = -\frac{1}{2Q}\cdot\frac{dQ}{dR} \end{aligned}\right.$$

(282 1212)
$$Q = 1-\left(\frac{2\gamma}{R}+\frac{R}{r^3}\right)^2.$$

L'équation (282 1212) est celle qui définit les lignes géodésiques d'une surface dont l'élément linéaire est donné par la formule :

(282 1213)
$$ds^2 = Q\,(dR^2+dz^2).$$

Principe du calcul de la solution. — *12.* L'intégrale générale de l'équation (282 1210) donne z en fonction de R et de deux constantes d'intégration C_1 et C_2

$$z = f(R, C_1, C_2).$$

En substituant cette valeur de z dans l'équation (282 1209'') et intégrant, on obtient l'expression de s en fonction de r par une quadrature.

Enfin l'équation (282 106'') donne φ par une nouvelle quadrature.

Le problème de la recherche des courbes intégrales est ainsi complètement résolu par l'intégration d'une équation différentielle du deuxième ordre et deux quadratures.

Domaines de l'espace où les corpuscules ne peuvent pénétrer. — *13.* On voit immédiatement que, si l'on appelle θ l'angle de la tangente à la trajectoire en un point M et du plan passant par M et Oz

$$\sin\theta = R\frac{d\varphi}{ds}$$

et l'équation 282 1206' donne pour valeur de sin θ :

$$\sin\theta = \frac{2\gamma}{R} + \frac{R}{r^3}.$$

La condition :

$$-1 < \sin\theta < 1$$

définit un espace limité par les deux surfaces de révolution autour de Oz,

$$\frac{2\gamma}{R} + \frac{R}{r^3} = \pm 1$$

à l'extérieur duquel les corpuscules ne peuvent pénétrer.

Les directrices de ces surfaces de révolution dans le plan méridien Oz, oR ont pour équation :

$$\frac{2\gamma}{R} + \frac{R}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} = \mp 1$$

ou, en coordonnées polaires r, ψ

$$\frac{2\gamma}{r\cos\psi} + \frac{\cos\psi}{r^2} = \mp 1.$$

Elles limitent, dans le plan méridien, un domaine q_γ qui, par sa rotation autour de Oz, engendre la portion d'espace Q_γ dans laquelle sont comprises toutes les trajectoires correspondant à la valeur γ.

La discussion de la forme de ces directrices conduit aux résultats suivants :

1° $\gamma < -1$. L'une des directrices est formée de deux ovales tangentes à Oz, et passant par l'origine. L'autre comprend deux ovales et une branche infinie. La figure 98 représente dans ces conditions les courbes et le domaine q_γ (non hachuré).

2° $-1 < \gamma < o$. L'une des directrices se compose de deux ovales passant par l'origine; l'autre a un point double sur Oz et des asymptotes parallèles à Oz (fig. 98).

3° $\gamma > o$. Le domaine q_γ est la partie du plan méridien situé à l'extérieur de la courbe

$$r = \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 + \cos^2\varphi}}{\cos\varphi}$$

(fig. 98). Si γ est voisin de zéro, la région q_γ envoie vers l'origine, sans cependant l'atteindre, des cornes qui correspondent au minimum de r. Ce minimum tend vers zéro avec γ.

S'il s'agit des trajectoires des corpuscules dans l'atmosphère, sous l'action du champ magnétique terrestre, ce sont évidemment les parties du domaine q_γ voisines de l'origine qui sont les plus intéressantes. On voit que :

1° Pour que l'origine fasse partie du domaine q_γ, il faut que γ soit négatif ou nul. Au voisinage de l'origine, la différence des deux valeurs de R qui correspondent à la même valeur de r, pour les deux courbes limites du domaine q_γ est proportionnelle à r^3. Le domaine q_γ est donc d'autant plus étroit, ainsi que le montrent d'ailleurs les figures, à mesure qu'on se rapproche de l'origine.

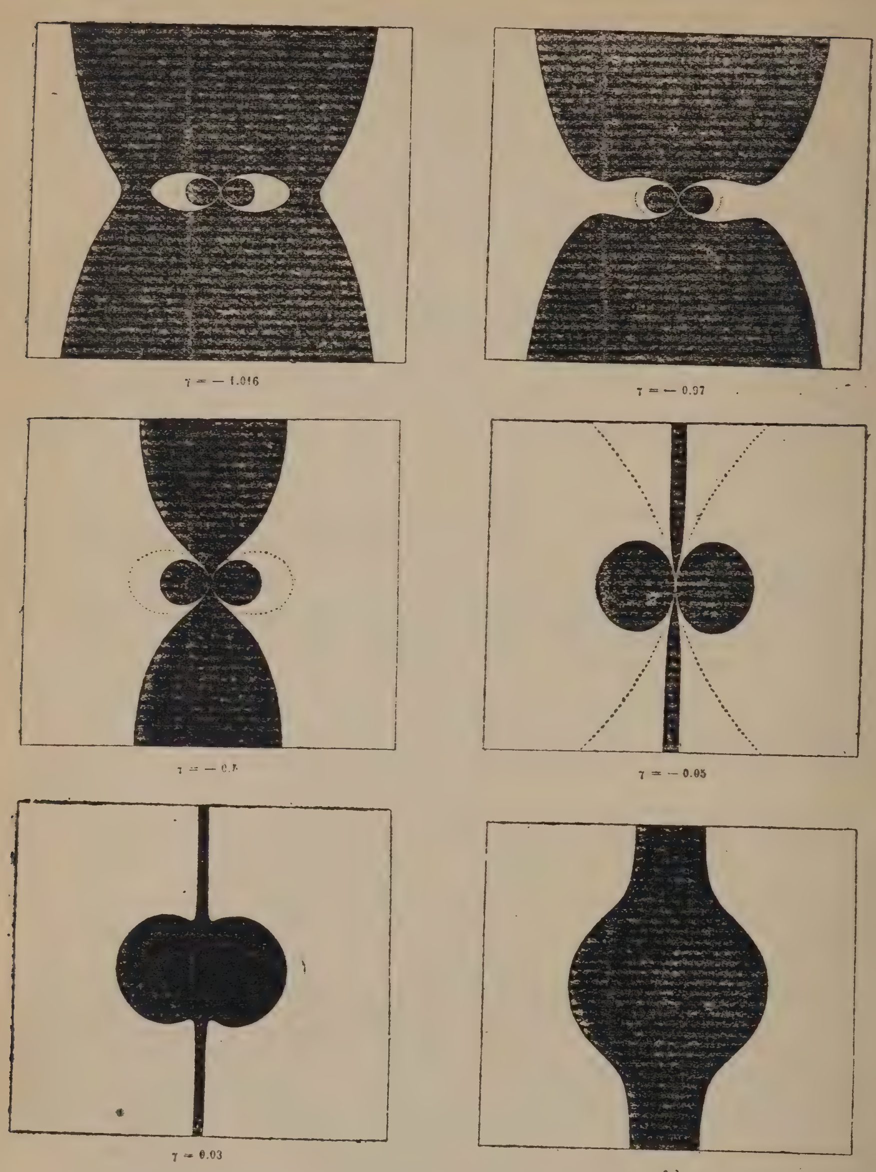
2° Pour qu'une trajectoire partant d'une distance de l'origine supérieure à 1 puisse s'approcher de l'origine à une distance très petite Δ, il faut que

$$-1 < \gamma < \left(\frac{\Delta}{2}\right)^3. \qquad (282\,1214)$$

Discussion des courbes intégrales du système. — *14*. La discussion des courbes intégrales du système (282 1209) est facilitée si l'on construit d'abord les lignes de niveau :

$$Q = \text{constante}$$

du système. En effet le point matériel M dont la courbe est la trajectoire dans l'interprétation mécanique donnée est soumis à une force perpendiculaire à la ligne de niveau qui



(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avec autorisation.)

Fig. 98. — Carl Störmer. — Domaines de l'espace où les corpuscules ne peuvent pénétrer.

passe par ce point et égale, en grandeur, à la dérivée de $\frac{1}{2}$ Q, prise le long de la normale à la ligne du niveau.

Particulièrement intéressants sont les points où une courbe intégrale rencontre l'une

des courbes limites de l'espace q_γ. On obtient en développant, aux environs d'un tel point (R_0, z_0, s_0), R et z en fonction de $s - s_0$:

$$\begin{cases} R = R_0 + \frac{1}{4}\left(\frac{\partial Q}{\partial R}\right)_0 (s - s_0)^2 + \dots \\ z = z_0 + \frac{1}{4}\left(\frac{\partial Q}{\partial z}\right)_0 (s - s_0)^2 + \dots \end{cases}$$

Le point R_0, z_0 est donc un point de rebroussement.

Comme nous l'avons déjà remarqué, les phénomènes les plus intéressants pour nous sont ceux qui se passent près de l'origine. En examinant la question à ce point de vue, on reconnaît que :

1° Pour toutes les valeurs négatives de γ, il existe en général deux courbes intégrales passant par l'origine.

2° Les courbes intégrales qui parviennent au voisinage de l'origine sont toutes situées dans les cornes des espaces q_γ. Elles oscillent dans un espace d'autant moins grand autour de la courbe passant par l'origine, qu'elles se rapprochent davantage de l'origine; à toute distance Δ de l'origine correspond une région R (Δ) limitée de part et d'autre de la courbe passant par l'origine, et qui contient toutes les courbes intégrales qui se rapprochent de l'origine à une distance inférieure à Δ.

Discussion des trajectoires dans l'espace. — *15*. A toute courbe intégrale du système (282 1209) :

$$R = R(s)$$
$$z = Z(s)$$

correspond une infinité de trajectoires T données, en coordonnées semi-polaires, par les équations :

$$R = R(s)$$
$$z = Z(s)$$
$$\varphi = \int \left(\frac{2\gamma}{R^2} + \frac{1}{r^3}\right) ds + \varphi_0$$

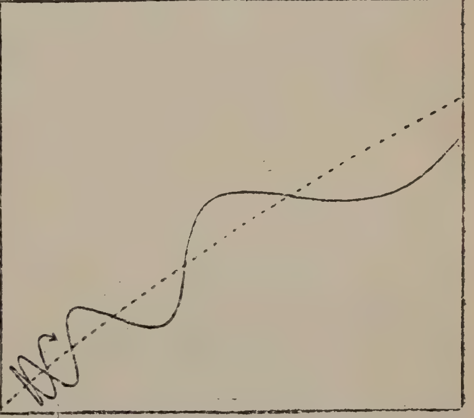
où φ_0 est une constante d'intégration.

Si l'on change s en $-s$ le système (282 1209) ne change pas. L'intégrale qui entre dans l'expression de φ change de signe. Donc à toute courbe intégrale T en correspond une autre T' symétrique de T par rapport à un plan qui passe par Oz.

Considérons en particulier une trajectoire T correspondant à une courbe intégrale ayant un point de rebroussement a. Soit A le point de la trajectoire qui correspond à a. En ce point, $\sin \theta = \pm 1$, la tangente de la trajectoire est normale au plan passant par Oz et le point A. La trajectoire T est symétrique par rapport à ce plan. L'électron se rapproche d'abord de l'origine pour s'en éloigner ensuite (fig. 99).

A toute courbe intégrale passant par l'origine correspond une trajectoire T passant par l'origine, et une trajectoire T' symétrique de T par rapport à un plan qui contient Oz. A chacune de ces trajectoires en correspondent une infinité d'autres obtenues en faisant tourner la courbe autour de Oz.

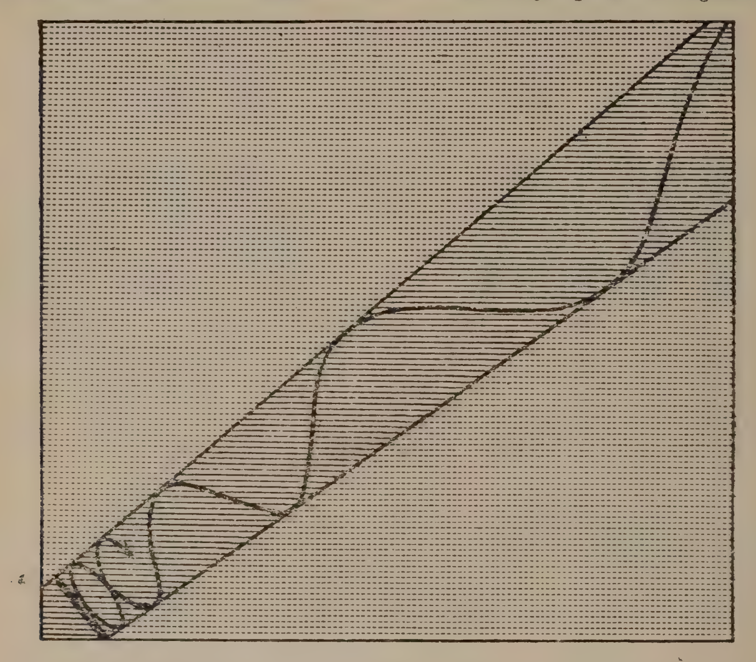
Aux courbes intégrales qui parviennent au voisinage de l'origine correspondent, ainsi qu'on le voit d'après les



(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avec autorisation).

Fig. 99. — Carl Störmer. — Trajectoire spirale, calculée par intégration numérique, la ligne du milieu est une trajectoire passant par l'origine.

variations de l'angle θ, des spires analogues aux lignes géodésiques d'un cône de révolution (fig 100) Les corpuscules se rapprochent d'abord de l'origine pour s'en éloigner ensuite.



(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avec autorisation.)

Fig. 100. — Géodésique d'un cône, correspondant au cas d'un seul pôle.

Application au cas de corpuscules émis par le soleil.

16. La grandeur des trajectoires étant déterminée par la valeur de c

$$c = \sqrt{-\frac{Me}{mv}}$$

on conçoit que les points de rencontre des corpuscules avec l'atmosphère terrestre soient compris dans certaines zones ayant pour axe l'axe magnétique, et dont la position et la largeur dépendent de l'intensité du champ magnétique et de la déviabilité des corpuscules. La densité des points de rencontre ne doit d'ailleurs pas être la même tout le long de la ceinture, ainsi que le montrent les modèles (fig. 101 et 102) tracés d'après les résultats d'intégrations numériques.

Considérons la terre comme un aimant élémentaire de moment $8{,}52.10^{25}$ dirigé suivant l'axe magnétique, et soit

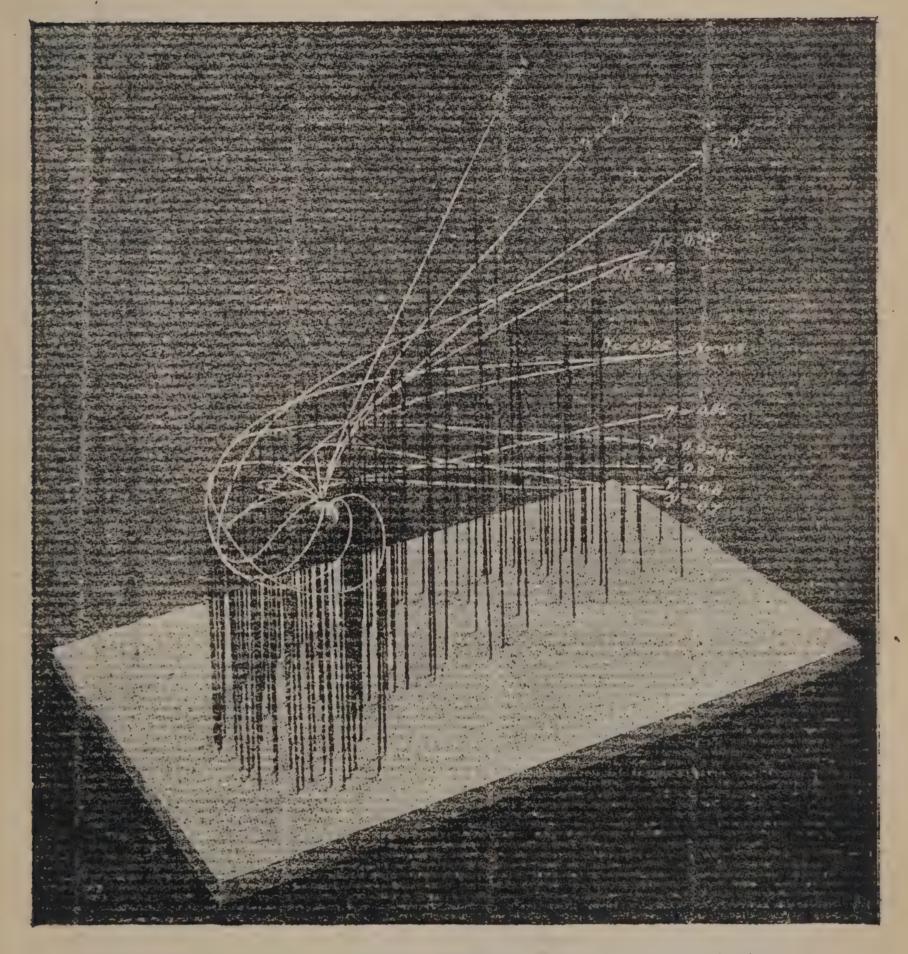
$$\Delta = 7000 \text{ km.}$$

le rayon de l'atmosphère. La relation (282 1214) donne la valeur supérieure de γ

$$\gamma \leq \left(\frac{\Delta}{2c}\right)^3.$$

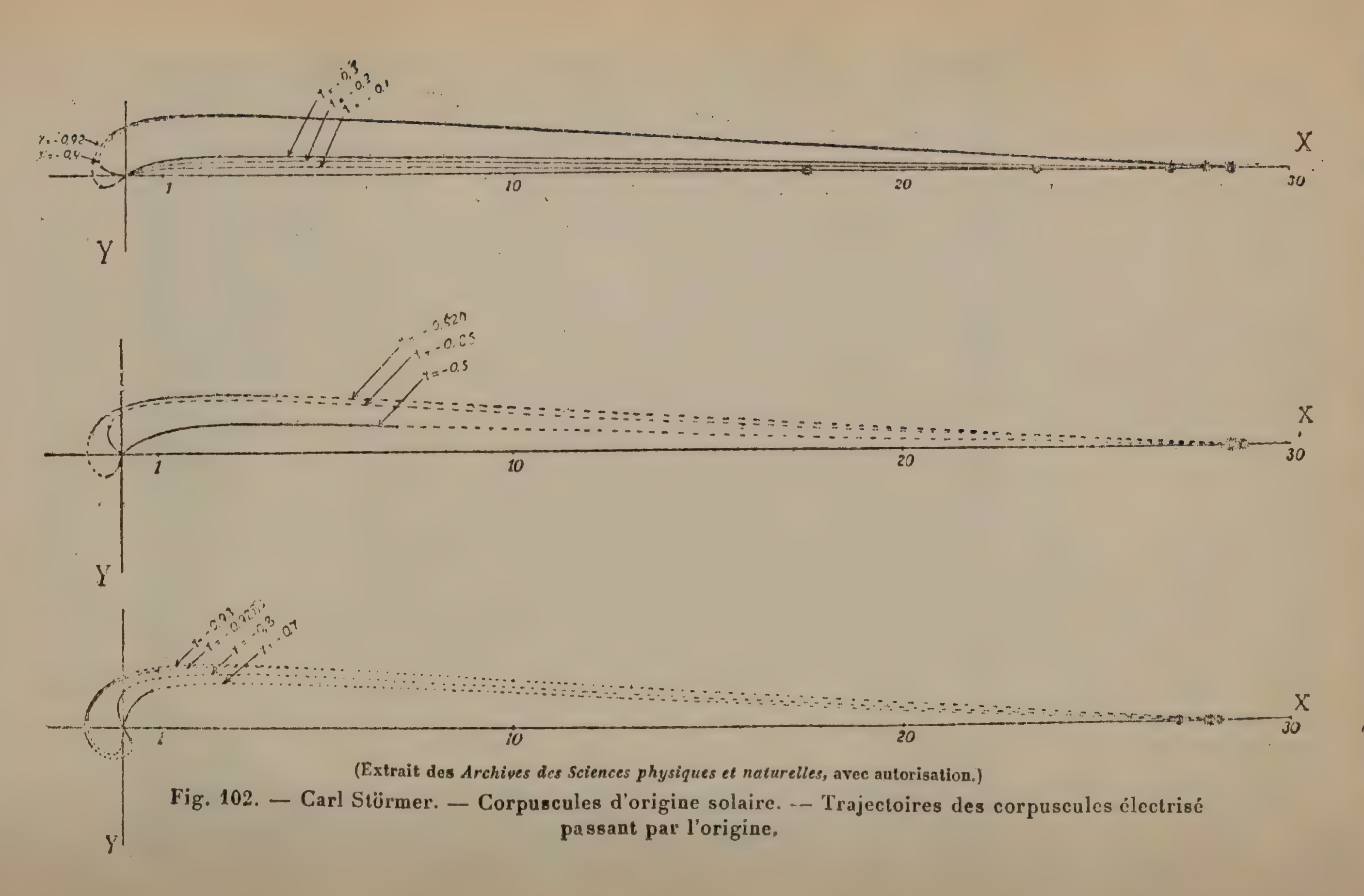
On en déduit que les corpuscules d'origine cosmique doivent frapper la terre en deux zones voisines des pôles. La distance angulaire α_c des zones aux pôles serait donnée par le tableau suivant :

	c (kilom.)	α_c
Rayons β du radium.......	2 200.000 1.400.000	4°,6 5°,8
Rayons cathodiques	8.900.000 4.000.000	2°,3 3°,4
Rayons α du radium.......	170.000 146.000	16°,6 18°,1



(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles,* avec autorisation.)

Fig. 101. — Carl Störmer, corpuscules d'origine solaire. — Trajectoire des corpuscules électrisés passant par l'origine.



(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avec autorisation.)

Fig. 102. — Carl Störmer. — Corpuscules d'origine solaire. — Trajectoires des corpuscules électrisé passant par l'origine.

Si l'on suppose que le centre d'émission des corpuscules est le soleil, les zones frappées par les corpuscules sont encore restreintes. En raison de la petitesse du rayon de la terre par rapport à c, il n'y a que les trajectoires qui arrivent très près de l'origine qui soient intéressantes. L'angle ψ_γ du rayon vecteur de la terre au soleil et du plan équatorial magnétique de celle-ci étant compris entre $-35°$ et $+35°$, on en déduit que

$$-1 < \gamma < -0,2$$

pour les rayons cathodiques, ce qui rétrécit la zone indiquée plus haut.

Si l'on désire de plus que les corpuscules frappent la terre en un point où il fait nuit, il faut que $\gamma < -0,50$, ce qui limite encore les valeurs de γ.

$$-1 < \gamma < 0,5.$$

En résumé les corpuscules émanés du soleil et déviés sous l'action du champ magnétique terrestre frappent la terre en deux zones distinctes entourant les pôles nord et sud. Ces zones se rétrécissent la nuit, de plus en plus à mesure que l'heure avance, sans toutefois disparaître entièrement.

Application aux corpuscules d'origine terrestre.

17. Les corpuscules d'origine terrestre doivent se trouver confinés dans l'espace compris entre les deux groupes d'ovales de la figure.

I. — Un cas particulier intéressant est celui des trajectoires situées dans le plan magnétique équatorial. Dans ce cas le système (282 1209) se réduit à

$$\left(\frac{dR}{ds}\right)^2 = 1 - \left(\frac{2\gamma}{R} + \frac{1}{R^2}\right)^2$$

où, en introduisant l'angle φ

$$d\varphi = \frac{2\gamma R + 1}{R} \frac{dR}{\sqrt{R^4 - (2\gamma R + 1)^2}}$$

et l'intégration peut être faite par les fonctions elliptiques.

On obtient les résultats suivants :

1° $\gamma < -1$. La courbe est composée de parties identiques d'angle au centre φ_1, entre les deux cercles d'intersection des surfaces limites de l'espace Q_γ et du plan équatorial.

Si φ_1 est commensurable avec π, la courbe est périodique. La figure 103 représente une pareille trajectoire, correspondant à $\gamma = -1,2032$.

(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avec autorisation.)

Fig. 103. — Carl Störmer, corpuscules d'origine terrestre. — Trajectoire périodique située dans le plan magnétique équatorial.

Il existe en outre des branches infinies (fig. 104, 1er faisceau).

2° $-1 < \gamma < 0$. Les trajectoires correspondantes sont représentées figure 104, 2e faisceau.

3° $\gamma > 0$. — (Voir fig. 104, 3e faisceau.)

Fig. 104. — Carl Störmer, corpuscules d'origine terrestre. — Trajectoires situées dans le plan magnétique équatorial.

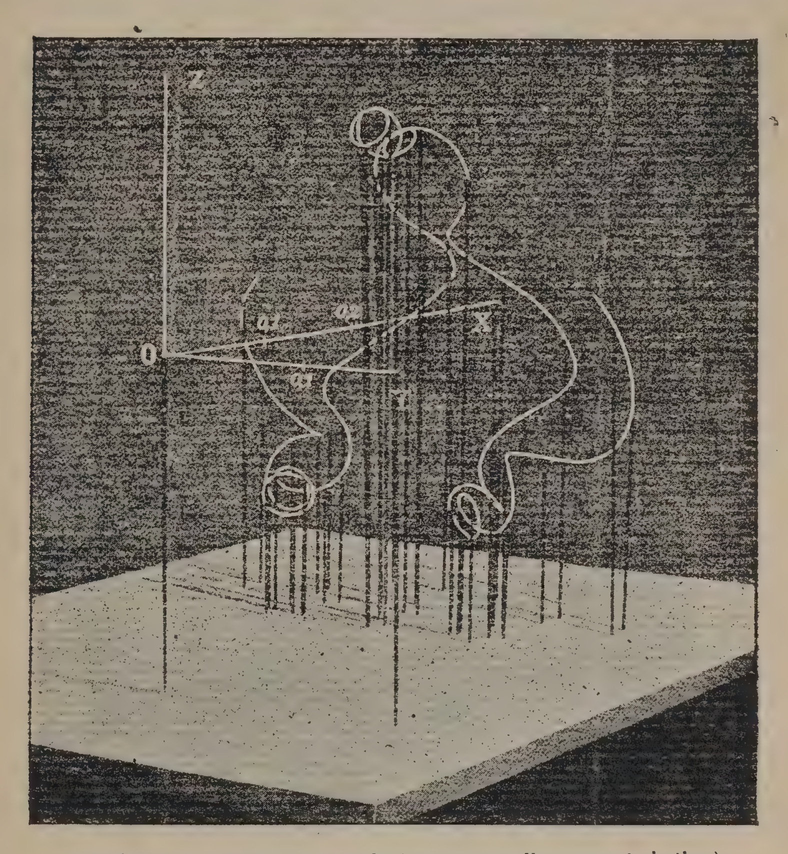


(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avec autorisation.

Fig. 105. — Carl Störmer, particules d'origine terrestre. — Courbe intégrale.

II. — Pour les trajectoires dans l'espace, la courbe intégrale a une forme ondulatoire (fig. 105). Elle s'approche alternativement des pôles nord et sud de l'aimant élémentaire.

Parmi les courbes intégrales, il y en a une infinité qui sont périodi-



(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles,* avec autorisation.).

Fig. 106. — Carl Störmer. — Corpuscules d'origine terrestre. — Exemple de trajectoires.

ques : celles qui ont un rebroussement et sont orthogonales à l'axe des R; et celles qui ont deux rebroussements. Les trajectoires ondulent autour des courbes intégrales correspondantes. La figure 106 représente une telle trajectoire.

b) Expériences de P. Villard (35). Particules d'origine terrestre.

18. L'expérience a été faite par **P. Villard,** au moyen de cathodes émettant un étroit faisceau cathodique, faisceau qu'on diaphragme

ensuite pour en éliminer tous les rayons sensiblement écartés de la direction principale.

Les figures ci-contre, extraites du mémoire de P. Villard, montrent que l'expérience vérifie les considérations théoriques qualitatives développées ci-dessus.

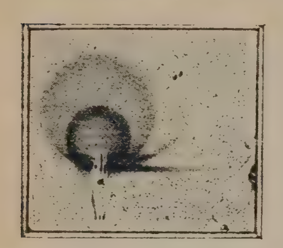


Fig. 107. — P. Villard. — Photographie d'un faisceau cathodique et de son enroulement dans un champ uniforme perpendiculaire à sa direction. Champs successifs de plus en plus intenses.

Dans un champ uniforme, un faisceau cathodique lancé perpendiculairement aux lignes de force s'enroule suivant une circonférence (fig. 107), dont le rayon est d'autant plus petit que le champ est plus intense ; un faisceau partant obliquement au champ décrit une hélice d'axe parallèle au champ (fig. 108). (Le faisceau est diaphragmé après deux spires.)

Dans un champ obtenu entre les pôles de deux électro-aimants droits placés dans le prolongement l'un de l'autre (de révolution et possédant un plan équatorial, décroissant de l'axe à la périphérie), un faisceau lancé dans le plan équatorial décrit une spirale à double en-

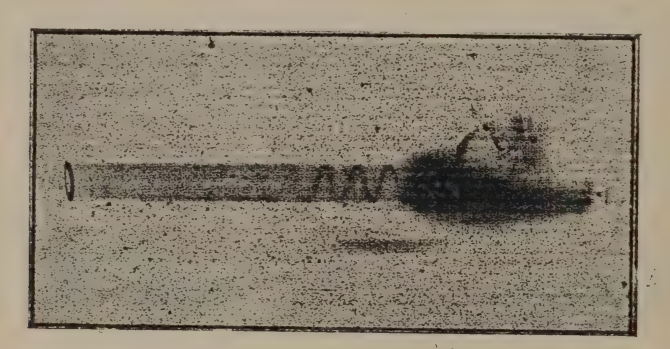


Fig. 108. — P. Villard. — Enroulement dans un champ intense (12000 unités environ).



(Extrait du *Bulletin de la Société Internationale des Électriciens*, avec autorisation.)

Fig. 109. — P. Villard. — Spirale cathodique à double enroulement.

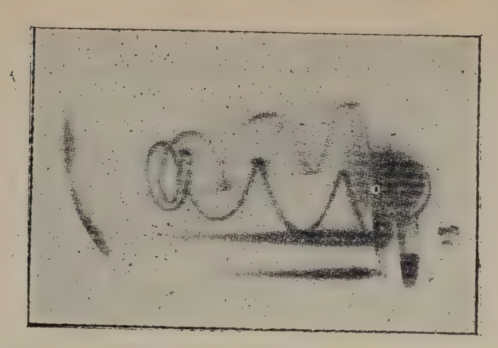


Fig. 110. — P. Villard. — Rebroussement et décalage d'une spirale cathodique, dans un champ non uniforme.

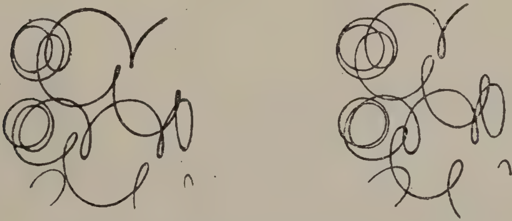
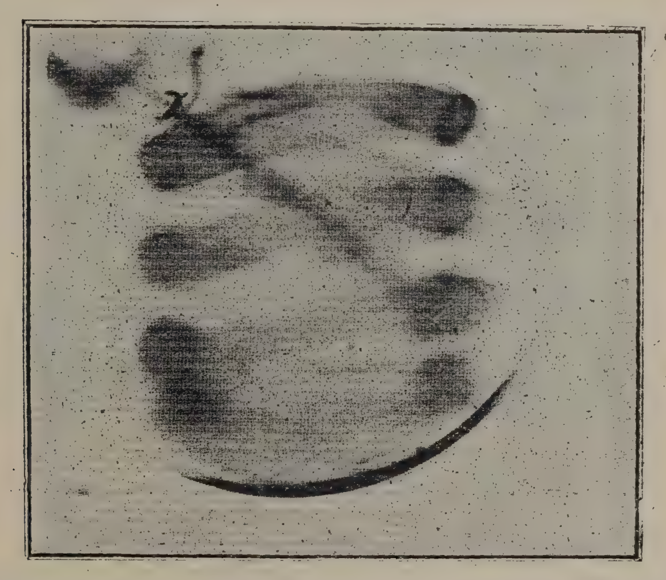


Fig. 112. — P. Villard. — Calque d'une photographie stéréoscopique de l'enroulement.



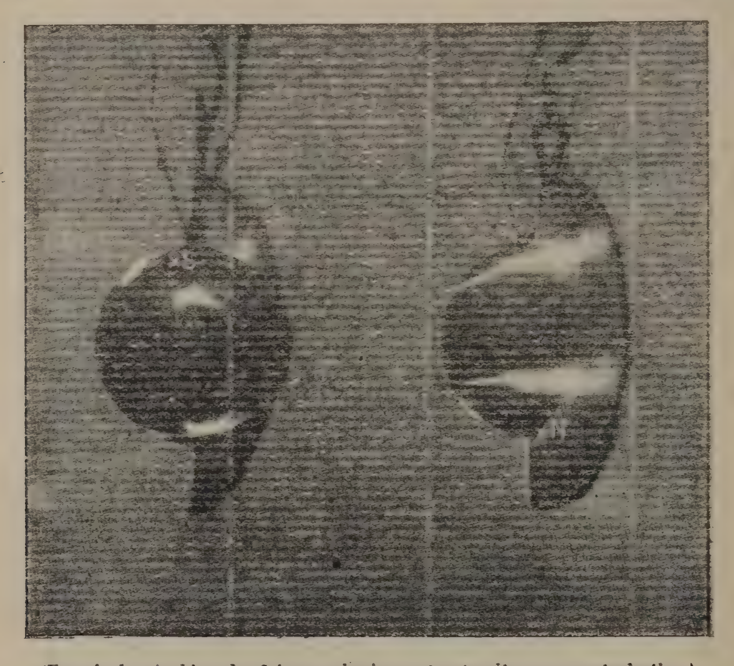
(Extrait du *Bulletin de la Société Internationale des Électriciens*, avec autorisation.)

Fig. 111. — P. Villard. — Enroulement composé en zigzag dans un champ en barillet. On voit le renforcement notable de la luminosité à chaque rebroussement. Le lieu des divers rebroussements est un petit cercle vu ici par sa tranche; à l'intérieur de ce petit cercle il n'y a pas de rayons cathodiques.

roulement (fig. 110). Dans le cas général, le faisceau s'enroule en spires enroulées autour d'un axe allant alternativement d'un pôle à l'autre. Dans une ampoule un peu vaste, on observe aisément un nombre d'allers et de retours suffisants pour couvrir une surface faisant le tour complet de l'axe du champ. L'aspect est celui d'un baril lumineux dont les douves, séparées à leurs extrémités, se croiseraient en leur milieu (fig. 112). La figure 111 est le calque exact d'une photographie stéréoscopique de l'enroulement. Elle montre le rebroussement et le décalage d'une spirale cathodique dans un champ non uniforme.

c) Expériences de R. Birkeland [10].

19. Dans les expériences de P. Villard, la cathode était placée dans une région où le champ magnétique était relativement intense. **R. Birkeland** fit une série d'expériences dans lesquelles la source du rayonnement cathodique était relativement éloignée de l'aimant.



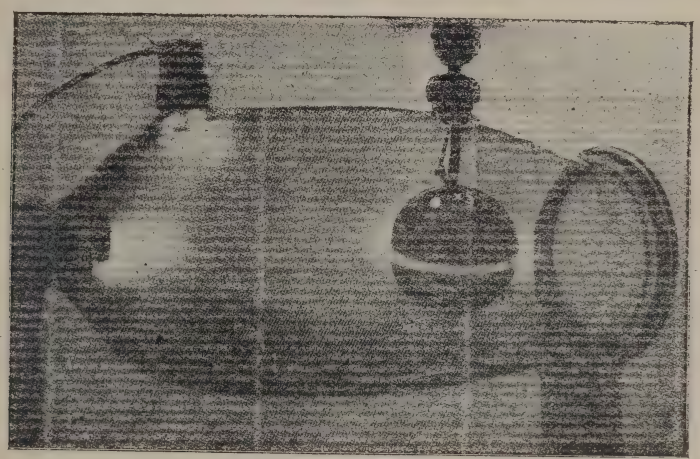
(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avec autorisation.)

Fig. 113. — R. Birkeland. — Bandes phosphorescentes entourant les pôles magnétiques.

La Terre était représentée par un globe magnétique exposé à des rayons cathodiques dans de l'air raréfié. L'étectro-aimant sphérique

était recouvert d'un cylindre de cuivre enduit du platino-cyanure de baryum.

On constate que les rayons cathodiques, qui forment un faisceau parallèle quand il n'y a pas de champ magnétique, s'écartent de la sphère quand celle-ci est excitée, sauf en certains endroits des régions polaires où ils semblent aspirés. Ces rayons aspirés forment des coins de lumière à structure rayonnée, qui se précipitent obliquement vers le globe. Ils provoquent sur la sphère deux étroites bandes phosphorescentes, disposées suivant des parallèles aux voisinages des deux



(Extrait des *Archives des Sciences physiques et naturelles*, avec autorisation.)

Fig. 114. — R. Birkeland. — Courbillons de courant autour de la sphère magnétique.

pôles, et s'étendant très avant du côté de la sphère située dans l'ombre par rapport à la cathode supposée éclairante (fig. 113). Dans un autre cas, on constata la présence de tourbillons de courant autour de la sphère, l'un d'eux étant dans le plan équatorial (fig. 114).

d) Conclusion.

20. Les calculs de Carl Störmer ne s'appliquent qu'au cas d'un aimant élémentaire. Cependant la comparaison de ses conclusions avec les résultats d'expériences de **R. Birkeland** dans le cas des particules émanées du soleil, et de **P. Villard** dans celui des corpuscules d'origine terrestre, aboutit à une concordance très satisfaisante. **Carl Stormer** en déduit également une théorie des aurores boréales qui explique la plupart des faits connus.

On peut, dans l'ensemble, tirer de ces divers travaux les conclusions suivantes :

En premier lieu *les corpuscules sont concentrés : dans des zones étroites voisines des pôles dans le cas où ils émanent du soleil, dans les zones larges symétriques par rapport à l'équateur et comprenant ce grand cercle s'ils sont d'origine terrestre.* Ces couches sont irrégulières, et peuvent présenter des plissements. La distribution est d'ailleurs sujette à des variations importantes et rapides, à tout instant. Vers l'équateur et dans les régions de latitude moyenne la direction moyenne des mouvements des corpuscules est dans des plans perpendiculaires à l'axe magnétique. Vers les pôles le mouvement est beaucoup plus compliqué. Les particules émises par le soleil se distribuent aussi bien dans les parties obscures que dans les parties de l'atmosphère terrestre éclairées par le soleil.

C. — L'IONISATION ATMOSPHÉRIQUE ET LA PHYSIQUE TERRESTRE.

21. Nous avons examiné plus haut diverses causes possibles d'ionisation atmosphérique; la démonstration de son existence sera complète si nous pouvons montrer qu'elle est nécessaire pour l'explication de certains phénomènes. Nous indiquerons parmi ceux-là les variations diurnes du magnétisme terrestre, l'existence et les particularités des aurores boréales, l'existence d'une lumière disséminée dans l'atmosphère et analogue à celle qu'émettent les rayons cathodiques.

1° Variation diurne du magnétisme terrestre.

22. L'explication des variations diurnes du magnétisme terrestre par l'ionisation atmosphérique a fait l'objet de deux études de **A. Schuster**. Dans la première, il démontre que la variation diurne a son origine à l'extérieur de la surface du sol, et il est amené naturellement à la conclusion qu'elle est causée par des courants électriques circulant dans les couches supérieures de l'atmosphère. Dans une deuxième il calcule le mouvement d'une couche d'air conducteur capable de produire l'effet à expliquer. Il montre en particulier que, si l'on veut expliquer par le mouvement d'ensemble d'une même couche d'air ionisé, de 300 kilomètres d'épaisseur par exemple, à la fois les variations diurnes du magnétisme terrestre et celles de la pression barométrique, la conductibilité de cette couche devrait être égale à 10^{-13}.

A. Schuster fait d'ailleurs remarquer que les variations de deux ordres peuvent plus probablement être attribuées à des mouvements ayant lieu dans des couches de l'atmosphère de hauteurs différentes, les plus basses ne pouvant avoir d'effet que sur la pression barométrique, tandis que les plus hautes, plus ionisées, agissent sur le magnétisme terrestre.

2° Aurores boréales.

23. — L'hypothèse de **Paulsen**, que les aurores boréales sont dues à des corpuscules émanés des plus hautes couches de l'atmosphère, développée par **Birkeland**, qui regardait

le soleil comme origine des rayons, donna naissance à la théorie de Carl Störmer que nous avons résumée plus haut. Arrhénius développa une théorie semblable, dans laquelle il ne s'agit plus d'électrons.

Pour ces savants, les corpuscules qui provoquent l'illumination des couches supérieures de l'atmosphère et produisent le phénomène de l'aurore boréale sont émis par le soleil, et les résultats de **C. Störmer** expliquent dans leurs détails les phénomènes observés. Ainsi que nous l'avons vu, les corpuscules émis par le soleil doivent atteindre l'atmosphère terrestre dans deux zones ayant pour axe l'axe magnétique et voisines des pôles. Ces zones se rétrécissent la nuit, sans toutefois disparaître complètement. Ainsi s'explique l'apparition des aurores pendant la nuit, la relation entre la fréquence des aurores, la vitesse de rotation du soleil et l'apparition des taches solaires, l'irrégularité et les brusques variations des phénomènes auroraux, les différentes périodes observées dans leur apparition, enfin les différentes formes des aurores : rayons correspondant aux trajectoires voisines de celle qui passe par le centre de la terre et le soleil ou draperies, ensemble de rayons dont la section est comme une transformée géométrique des lignes suivant lesquelles se font les émissions sur la surface d'où émanent des corpuscules.

3° Illumination permanente du ciel.

24. **W.-H. Eccles** [70] résume comme suit les observations faites à ce sujet :

« En 1901 **Newcomb** fit en Amérique des mesures photométriques de la lumière totale reçue à la surface de la terre d'un ciel clair, par une nuit sans lune, et compara le résultat à la somme totale de la lumière indiquée par des mesures comme reçue des étoiles. Il découvrit qu'en fait la lumière reçue était beaucoup plus intense que celle qui vient des étoiles. Ce résultat a été confirmé par d'autres observateurs, en particulier en 1907-1908 en Hollande par **Yntema,** qui trouva que l'excès de lumière peut être dû à une sorte d'aurore permanente de l'atmosphère supérieure. De plus, on sait que **W.-W. Campbell** montra en 1895 que la ligne aurorale verte, λ 5770, peut être observée, par les nuits sans lune, dans toutes les régions du ciel. Cette lumière supplémentaire a été récemment mesurée sur le mont Whitney par **J. Abbott** (août 1910), avec des résultats semblables aux précédents. »

Conclusion.

25. Les développements précédents nous permettent de nous faire une idée d'ensemble de la constitution électromagnétique de l'atmosphère.

Au contact immédiat de la terre, l'air est chargé négativement. Cette charge négative diminue rapidement quand on s'élève dans l'atmosphère. *A une très faible hauteur* (1 mètre environ), elle s'annule, puis *est remplacée par une charge positive croissant graduellement* de plus en plus vite. Les vents qui règnent dans cette partie de l'atmosphère troublent fréquemment cette distribution et peuvent enlever à de grandes hauteurs des nuages de poussières négatives. A un certain niveau, le potentiel cesse d'augmenter, puis diminue, et il est très probable, ainsi que nous l'avons vu, qu'il s'annule à une altitude qui peut être voisine de 20 kilomètres.

Nous avons donné plus haut les raisons pour qu'*à cette couche positive se superpose une couche ionisée, surtout négativement*, composée d'ions venus directement du soleil et d'ions produits par les premiers par leurs chocs entre les atomes matériels. Nous avons montré que les ions issus directement du soleil sont *déviés par la force magnétique terrestre de façon à venir frapper la terre même pendant la nuit.* Quant à ceux qui sont produits sous l'influence des premiers, ils doivent, sous l'action de la force magnétique terrestre, décrire des trajectoires analogues à celles que P. Villard a obtenues dans ses expériences, c'est-à-dire des hélices d'axe dirigé alternativement d'un pôle à l'autre, et comprises entre deux parallèles ayant pour axe l'équateur magnétique.

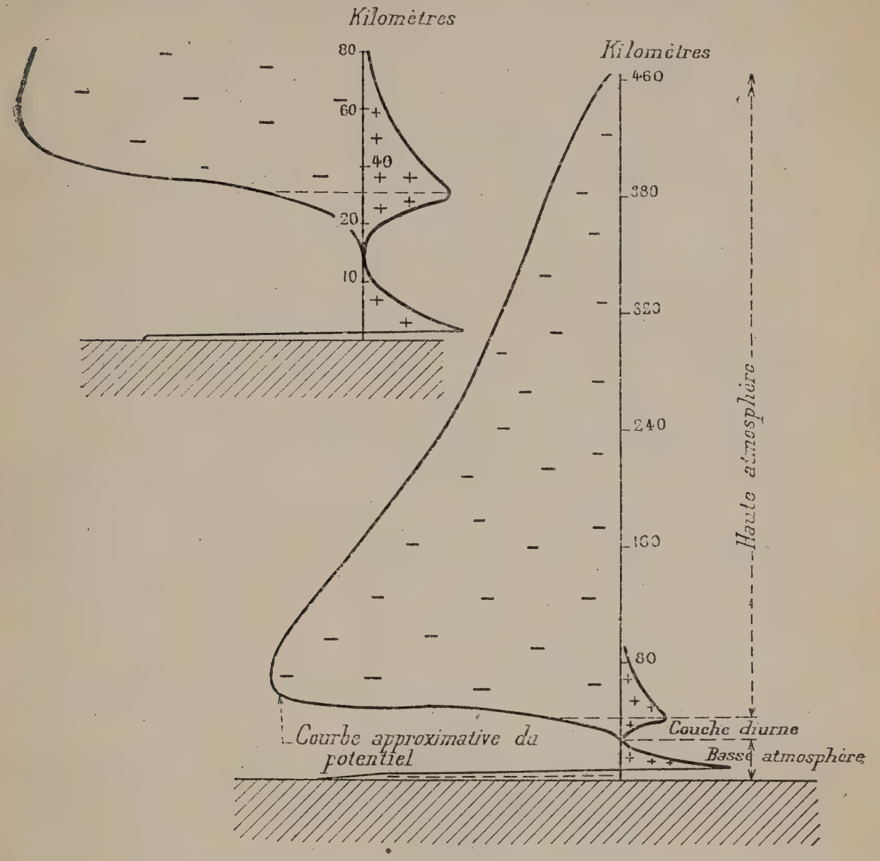
Nous avons donc des raisons de croire qu'il existe, au-dessus de la couche positive, une couche ionisée surtout négativement. La charge de cette couche augmenterait progressivement, pour atteindre un maximum vers l'altitude de 60 kilomètres, hauteur à laquelle la pression de l'air $\left(\text{environ } \frac{1}{760}\right)$ semble suffisante pour arrêter la majorité des électrons. Au-dessous du maximum, la couche négative serait surtout composée d'ions de dimensions moléculaires, lourds et peu mobiles. Au-dessus, elle comprendrait surtout des corpuscules légers et mobiles, des électrons. Au-dessus de 60 kilomètres, l'ionisation doit diminuer graduellement.

En outre de cette ionisation permanente, les rayons ultra-violets émis par le soleil produiraient, pendant le jour, une ionisation supplémentaire, séparant en nombre égal des corpuscules positifs et négatifs. Cette ionisation atteindrait un niveau inférieur à celui du maximum d'ionisation de la couche négative supérieure. Elle se produirait pour toutes les altitudes plus grandes que dix kilomètres environ. Il est à prévoir que ces ions, qui se forment dans l'air à une pression assez élevée, seront de masse relativement grande. Cette couche diurne suivrait le déplacement de l'éclairement solaire à la surface de la terre, et disparaîtrait la nuit.

La figure 115 ci-contre, empruntée à **H.-M. Dowsett** (100, 101), représente la charge électrique de l'atmosphère à différents niveaux.

On reconnaît les couches basses, ionisées positivement, la couche supérieure, électrisée négativement, qui s'étend de 20 à

500 kilomètres environ, avec un maximum vers 60 kilomètres, et enfin la couche diurne, située au-dessous des couches négatives,



(Extrait de *The Wireless World*, avec autorisation.)

Fig. 115. — État électrique de l'atmosphère.

et dans laquelle les rayons ultra-violets ont pour effet de séparer d'égales quantités d'électricités positive et négative.

2° INFLUENCE DE L'IONISATION ATMOSPHÉRIQUE SUR LA PROPAGATION DES ONDES.

A. — Calculs préliminaires.

1° Réfraction d'un rayon électromagnétique dans un milieu sphérique de réfrangibilité variable avec le rayon (70).

26. Il s'agit de trouver le tracé des rayons électromagnétiques

qui traversent un milieu diélectrique non absorbant, dont *l'indice de réfraction par rapport au vide est uniquement fonction de la distance r à un centre* O. Dans les applications, le point O sera le

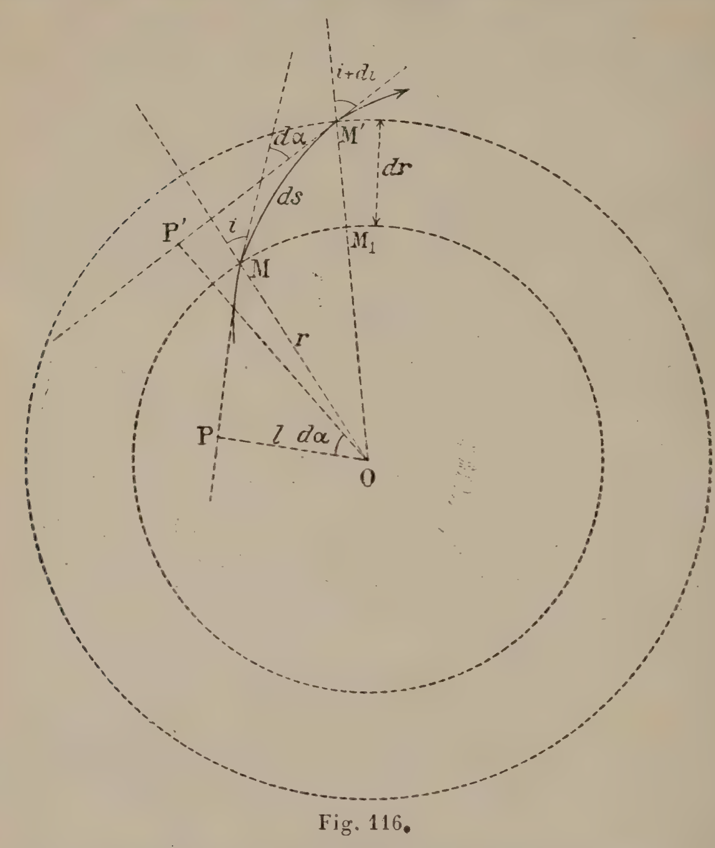


Fig. 116.

centre de la terre, et le milieu où se fait la propagation sera l'atmosphère.

Le problème posé se rencontre en optique astronomique, en particulier dans l'étude de l'émission des rayons solaires. Nous allons en rappeler la solution.

Soient M et M' deux points infiniment voisins d'un rayon électromagnétique traversant le milieu. Soient :

O le centre du milieu.

OP la normale abaissée de O sur la tangente en M $(OP = l)$

$$l = r \sin i \qquad (282\text{·}211\,01)$$

$MM' = ds$ l'élément de rayon.
$d\varphi$ l'angle des deux rayons vecteurs OM, OM'
$d\alpha$ l'angle de contingence.

Soit, aux deux points M et M' :

	Point M	Point M'
Angle de la tangente au rayon électromagnétique avec le rayon vecteur venant du centre O.........	i	$i + di$
Longueur du rayon vecteur	r	$r + dr$
Indice de réfraction	n	$n + dn$
Normale abaissée du point O sur la tangente	l	$l + dl$

27. Pendant le trajet de M à M', le rayon passe d'un milieu d'indice n dans un milieu d'indice $n + dn$. L'angle d'incidence i éprouve de ce fait une variation $d_1 i$ donnée par la formule de la réfraction :

$$\frac{\sin i}{\sin(i + d_1 i)} = \frac{n + dn}{n}$$

ou :

$$\frac{\sin i - \sin(i + d_1 i)}{\sin i} = \frac{dn}{n}$$

ou enfin :

$$\frac{dn}{n} + \text{cotg}\, i\, d_1 i = 0. \qquad (282\,211\,02)$$

D'autre part, en passant de M en M', le rayon vecteur a tourné d'un angle $d\varphi$, et l'angle d'incidence i a par conséquent varié d'une quantité

$$d_2 i = -d\varphi. \qquad (282\,211\,03)$$

Mais, comme on le voit immédiatement sur la figure

$$MM_1 = rd\varphi = dr\text{tg}i \qquad (282\,211\,04)$$

et par conséquent

$$\frac{dr}{r} + \text{cotg}\, i\, d_2 i = 0. \qquad (282\,211\,05)$$

La variation totale di de l'angle i est la somme des variations élémentaires $d_1 i$, et $d_2 i$ $di = d_1 i + d_2 i$. En tenant compte de ce fait, et ajoutant les deux équations (282 211 01) et (282 211 04) on obtient :

$$\frac{dn}{dn} + \frac{dr}{r} + \text{cotg}\, i\, di = 0 \qquad (282\,211\,06)$$

équation qui s'intègre immédiatement.

On obtient
(282 211 07) $nr \sin i = C$
(C étant une constante d'intégration), ou
(282 211 08) $ln = C.$

Rayon de courbure. — 28. Le rayon de courbure est donné par

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha}$$

$d\alpha$ étant l'angle des deux tangentes en M et M', égal d'ailleurs à POP', angle des deux normales issues de O.

$$d\alpha = \text{POP}' = \text{POM} - \text{P'OM} = \text{POM} - (\text{P'OM'} - \text{MOM'})$$

$$\begin{cases} \text{POM} = \frac{\pi}{2} - i \\ \text{P'OM'} = \frac{\pi}{2} - (i + di) \\ \text{MOM'} = d\varphi \end{cases}$$

$$d\alpha = d\varphi + di$$

ou, en tenant compte de (282 211 03, 282 211 04 et 282 211 01)

$$da = d_1 i = -\frac{dn}{n} tgi \qquad (282\ 211\ 09)$$

On a d'ailleurs, ainsi qu'on le voit immédiatement sur la figure

$$de = \frac{dr}{\cos i}. \qquad (282\ 211\ 10)$$

Divisons membre à membre l'équation (382 211 08) par l'équation (282 211 07), il vient pour l'expression du rayon de courbure,

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha} = -\frac{n}{\sin i}\frac{dr}{dn}. \qquad (282\ 211\ 11)$$

En un point où la tangente est horizontale ($\sin i = 1$)

$$\rho = -n\frac{dr}{dn}. \qquad (282\ 211\ 12)$$

Le rayon de courbure des rayons horizontaux est supérieur à r si

$$r < -\frac{n}{\frac{dn}{dr}}$$

ou, en supposant $\frac{dr}{dn} < 0$

$$\frac{rdn + ndr}{dr} > 0$$

ou :

$$\frac{d(nr)}{dr} > 0.$$

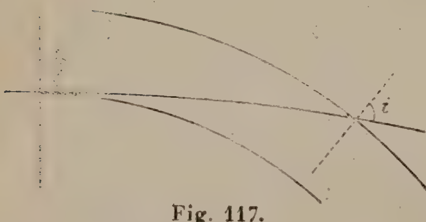


Fig. 117.

Comme, dans ce cas, on a, d'après la formule (282 211 05), $\frac{di}{dr} < 0$, la marche des rayons horizontaux est représentée par la figure 117. Les rayons émis horizontalement, et à fortiori ceux qui sont émis sous un angle d'incidence i différent de 90°, s'éloignent constamment de la terre.

Si, au contraire

$$\frac{d(nr)}{dr} < 0,$$

on a pour les rayons à tangente horizontale $\rho < r$

Comme $\frac{di}{dr}$ est positif, la marche des rayons est celle de la figure 118.

On voit que, dans ce cas, le rayon de courbure des rayons horizontaux peut être inférieur à celui du corps lui-même; c'est-à-dire que *non seulement il peut y avoir des rayons qui ne sortent jamais de l'atmosphère et suivent des trajectoires circulaires, mais tous ceux dont l'inclinaison sur l'horizontale ne dépasse pas une certaine limite sont arrêtés par le corps lui-même.*

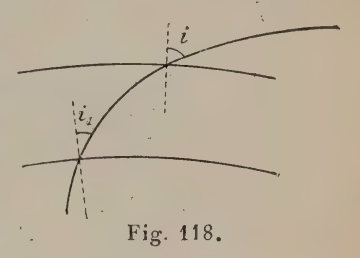


Fig. 118.

Équation différentielle de la trajectoire. — *29.* L'équation polaire différentielle de la trajectoire s'obtient facilement de la manière suivante. On a, d'après l'équation (282 211 03),

$$d\varphi = \frac{dr}{r} tgi$$

et d'après l'équation (282 211 01)

$$tgi = \frac{l}{\sqrt{r^2 - l^2}}$$

d'où :

$$d\varphi = \frac{dr}{r} \frac{l}{\sqrt{r^2 - l^2}}$$

$$= \frac{dr}{r} \frac{nl}{\sqrt{n^2r^2 - n^2l^2}}$$

et enfin, en remplaçant nl par sa valeur C tirée de la relation (282 211 08)

on obtient, pour l'équation différentielle de la trajectoire :

(282 211 13) $$d\varphi = dr \frac{c}{\sqrt{n^2r^2 - c^2}}$$

Cas particulier. — *30.* Appliquons, avec **W. H. Eccles** [70], cette relation au cas particulier où l'on suppose

(282 211 14) $$n = \frac{a}{r^{n+1}}$$

pour des distances s'étendant à quelques centaines de kilomètres au-dessus de la surface de la terre.

On a alors :

$$d\varphi = \frac{dr\, C r^{n-1}}{\sqrt{a^2 - C^2 r^{2n}}}$$

ou, en posant :

$$x = Cr^n$$
$$n\,d\varphi = \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

expression qui s'intègre immédiatement et donne :

$$n\varphi + A = \arcsin \frac{x}{a}$$

ou :

$$\frac{x}{a} = \sin(n\varphi + A)$$

ou enfin,

$$r^n = \frac{a}{C} \sin(n\varphi + A)$$

A étant une constante d'intégration.

On a d'ailleurs, d'après (282 211 07), en appelant n_0, r_0, i_0 les valeurs de n, r, i, pour le point d'émission supposé à la surface de la terre :

$$C = n_0 r_0 \sin i_0 = \frac{a}{r_0^n} \sin i_0$$

L'expression de r devient

$$\sin i_0 . r^n = r_0^n \sin(n\varphi + A)$$

r_0 étant le rayon de la terre. On détermine la constante A par la condition que φ soit nul pour $r = r_0$.

On obtient ainsi l'équation polaire du rayon.

$$\sin i_0 . r^n = r_0^n \sin(n\varphi + i_0)$$

On voit que le rayon émis sous l'angle i_0 au point $\varphi = 0\, r_0$, $r = r_0$, rencontre à nouveau la terre au point :

$$r = r_0$$
$$\varphi = \frac{\pi - 2i_0}{n}.$$

2° Propagation d'une onde électromagnétique plane dans un milieu diélectrique imparfait à conductibilité métallique.

31. Prenons l'axe des x perpendiculaire au plan de l'onde. Dire que l'onde est plane et perpendiculaire à Ox, c'est dire qu'en un point quelconque du milieu

$$\mathcal{E}_x = 0 \qquad \mathcal{M}_x = 0$$

Supposons de plus que les vecteurs intensités des champs électrique et magnétique soient indépendants de la position du point considéré dans le plan de l'onde; alors l'intensité du champ électrique a une direction constante; choisissons Oz parallèle à cette direction;

$$\mathcal{E}_y = 0$$

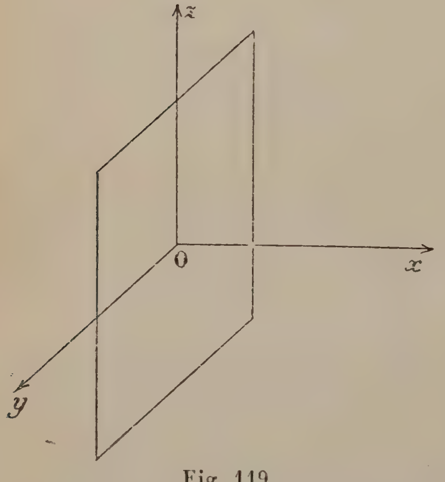


Fig. 119.

de plus toutes les dérivées par rapport à y ou z des composantes des champs électrique et magnétique sont nulles :

$$\frac{\partial}{\partial_y}=\frac{\partial}{\partial_z}=0.$$

Dans ces conditions, les équations qui définissent le champ électromagnétique :

$$(282\,212\,1)\quad\left\{\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\mu\dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial t}=\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y}-\dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial z}\\ \mu\dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial t}=\dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z}-\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x}\\ \mu\dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial t}=\dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial z}-\dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial y}\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}4\pi\left(c\,\mathcal{E}_x+\dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t}\right)=\dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial z}-\dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial y}\\ 4\pi\left(c\,\mathcal{E}_y+\dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t}\right)=\dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial x}-\dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial z}\\ 4\pi\left(c\,\mathcal{E}_z+\dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t}\right)=\dfrac{\partial \mathcal{M}_x}{\partial y}-\dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial x}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

se réduisent à :

$$(282\,212\,2)\quad\left\{\begin{array}{l}\mu\dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial t}=-\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x}\\ \mu\dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial t}=0\\ 4\pi\left(c\,\mathcal{E}_z+\dfrac{\varepsilon}{4\pi}\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t}\right)=-\dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial x}\\ \dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial x}=0.\end{array}\right.$$

Supposons que les vecteurs électrique et magnétique soient des fonctions harmoniques simples du temps. Nous pouvons considérer leurs composantes comme proportionnelles à la partie réelle de

$$e^{j\omega t}$$

en posant :

$$j=\sqrt{-1}$$
$$\omega=2\pi n$$

n étant la période de l'oscillation.

Les équations (282 212 2) s'écrivent alors :

$$\left\{\begin{array}{l}j\mu\omega\,\mathcal{M}_y=-\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x}\\ j\mu\omega\,\mathcal{M}_z=0\\ 4\pi\left(c+j\dfrac{\varepsilon\omega}{4\pi}\right)\mathcal{E}_z=-\dfrac{\partial \mathcal{M}_y}{\partial x}\\ \dfrac{\partial \mathcal{M}_z}{\partial x}=0.\end{array}\right.$$

La deuxième des équations (283 212 3) donne

$$\mathcal{M}_z=0.$$

Donc le champ magnétique est normal au champ électrique ; il est parallèle à Oy.

Éliminons maintenant $\mathcal{H}_y$ entre la première et la troisième équation (284 212 2), il vient

(282 211 5) $$4\pi\mu\omega\left(cj - \frac{\varepsilon\omega}{4\pi}\right)\mathcal{E}_z = \frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial x^2}.$$

Cette équation s'intègre immédiatement. On a :

$$\mathcal{E}_z = \text{A}\, e^{j(\omega t + \varpi x)}$$

avec :

(282 212 5) $$-\varpi^2 = 4\pi\mu\omega\left(cj - \frac{\varepsilon\omega}{4\pi}\right).$$

On a ensuite, d'après les équations (282 212 3),

$$\mu\omega j\,\mathcal{H}_y = -\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} = -j\text{A}.\varpi\, e^{j(\omega t + \varpi x)}$$

$$\mathcal{H}_y = -\frac{\text{A}\varpi}{\mu\omega} e^{j(\omega t + \varpi x)}.$$

32. Résumons les résultats précédents. Nous avons :

Pour le champ électrique,

$$\mathcal{E}_x = 0, \qquad \mathcal{E}_y = 0, \qquad \mathcal{E}_z = \text{A}\, e^{j(\omega t + \varpi x)}$$

Pour le champ magnétique,

$$\mathcal{H}_x = 0, \qquad \mathcal{H}_y = -\frac{\varpi \text{A}}{\mu\omega} e^{j(\omega t + \varpi x)}, \qquad \mathcal{H}_z = 0$$

ϖ est une quantité imaginaire; soit :

(282 212 6) $$\varpi = a + bj.$$

La propagation ayant lieu dans le sens des x croissants, nous devons choisir pour ϖ la racine de ϖ^2 telle que a soit négatif. L'équation (282 212 3) donne alors :

$$a = -\sqrt{\mu\omega}\sqrt[4]{\varepsilon^2\omega^2 + (4\pi c)^2}\cos\frac{\varphi}{2}$$

$$b = \sqrt{\mu\omega}\sqrt[4]{\varepsilon^2\omega^2 + (4\pi c)^2}\sin\frac{\varphi}{2}$$

avec :

(282 213 7) $$tg\varphi = \frac{4\pi c}{\varepsilon\omega}$$

ou :

$$a = -\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\,\frac{\cos\frac{\varphi}{2}}{\sqrt{\cos\varphi}}$$

$$b = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}\,\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\sqrt{\cos\varphi}}$$

ou enfin :

(282 213 8) $$\begin{cases} a = -\omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{\dfrac{1+\cos\varphi}{2\cos\varphi}} \\ b = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{\dfrac{1-\cos\varphi}{2\cos\varphi}}. \end{cases}$$

Vitesse de propagation. — *33.* La vitesse de propagation V est égale à

$$\text{V} = -\frac{\omega}{a}$$

$$\text{V} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\frac{1+\cos\varphi}{2\cos\varphi}}$$

Quand la conductibilité est faible ou la fréquence très grande $\left(\frac{c}{\omega} \text{ petit}\right)$, la vitesse est sensiblement égale à ce qu'elle serait dans le diélectrique supposé parfait $\left(V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)$.

Quand $\frac{c}{\omega}$ augmente, $\sqrt{\frac{2 \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}}$ et par conséquent la vitesse de propagation diminuent.

Enfin, quand $\frac{c}{\omega}$ est très grand $\left[\left(\frac{\varepsilon\omega}{4\pi c}\right)^2\right.$ négligeable devant l'unité, ce qui est le cas pour un milieu ayant la conductibilité de l'eau de mer et le pouvoir inducteur spécifique de l'air, aux fréquences supérieures à 10.000$\left.\right]$, c'est-à-dire pour des conductibilités notables ou des fréquences relativement faibles, la vitesse de propagation tend vers zéro comme $\sqrt{\frac{\omega}{c}}$, c'est-à-dire comme la racine carrée de la fréquence, et en raison inverse de la racine carrée de la conductibilité.

Absorption d'énergie pendant la propagation. — 34. La propagation dans un milieu conducteur entraîne une absorption d'énergie qui se traduit à son tour par une décroissance de l'intensité des champs électrique et magnétique pendant la propagation.

L'un et l'autre de ces vecteurs sont de la forme :

$$Ae^{j\omega x} = Ae^{-bx}\, e^{jax}$$

forme qui met bien en évidence le fait de la décroissance de l'amplitude quand x augmente.

Le facteur d'amortissement b est, comme nous l'avons vu (équations 282 212 8),

$$b = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{2 \cos \varphi}}.$$

Quand $\frac{4\pi c}{\varepsilon\omega}$ est très petit (faibles conductibilités ou très hautes fréquences), b est également très petit et sensiblement égal à $\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}.2\pi c$. Il est proportionnel à la conductibilité et indépendant de la longueur d'onde.

b augmente quand la conductibilité ou la fréquence augmentent.

Pour des conductibilités très grandes ou des fréquences faibles $\left[\left(\frac{\varepsilon\omega}{4\pi c}\right)^2\right.$ négligeable devant l'unité$\left.\right]$, b est sensiblement égal à :

$$\sqrt{\omega c . 2\pi\mu}.$$

L'amortissement est proportionnel à la racine carrée de la conductibilité et de la fréquence de l'oscillation.

35. *Dans l'air*, qui est un milieu non magnétique,

$$\mu = 1$$

et les formules (282 212 6), (282 212 7), (282 212 8), (283 212 9) deviennent :

$$\mathcal{E}_x = 0 \qquad \mathcal{E}_y = 0 \qquad \mathcal{E}_z = Ae^{j(\omega t + \varpi x)}$$

$$\mathcal{M}_x = 0 \qquad \mathcal{M}_y = -\frac{\varpi}{\omega}\mathcal{E}_z \qquad \mathcal{M}_z = 0$$

avec

$$\varpi = a + bj$$

$$a = -\omega\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\frac{1 + \cos \varphi}{2 \cos \varphi}}$$

$$b = \omega\sqrt{\varepsilon}\sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{2 \cos \varphi}}$$

$$V = \sqrt{\varepsilon}\sqrt{\frac{2 \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}}$$

c étant très petit (de l'ordre de 10^{-25} pour l'air atmosphérique, au niveau du sol), φ est très voisin de zéro.

$$\cos\varphi = 1, \quad 1 - \cos\varphi = \frac{\varphi^2}{2}.$$

$$a = -\omega\sqrt{\varepsilon}$$

$$b = \omega\sqrt{\varepsilon}.\frac{\varphi}{2} = \frac{2\pi c}{\sqrt{\varepsilon}}$$

$$V = \frac{2\pi c}{\sqrt{\varepsilon}}$$

La vitesse de propagation et la constante d'amortissement sont indépendantes de la fréquence.

3° Propagation d'une onde électromagnétique plane dans un milieu ionisé (70-83). — Théorie de W.-H. Eccles (70).

Expression analytique des hypothèses faites. — 36. Prenons l'axe des x perpendiculaire au plan de l'onde. Dire que celle-ci est plane et perpendiculaire à ox, c'est dire qu'en un point quelconque du milieu

$$\mathcal{E}_x = 0 \qquad \mathcal{M}_x = 0.$$

Supposons de plus que les vecteurs électrique et magnétique soient indépendants de la position du point considéré dans le plan de l'onde; alors l'intensité du champ électrique a une direction constante. Choisissons oz parallèle à cette direction ; il s'ensuit

$$\mathcal{E}_y = 0.$$

De plus, toutes les dérivées par rapport à y ou z des composantes des champs électrique et magnétique sont nulles :

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0.$$

Dans le milieu diélectrique ionisé, le courant est produit par le déplacement des ions. Soient ξ, η, ζ les composantes de leur déplacement suivant les trois axes de coordonnées, n le nombre d'ions par centimètre cube, e leur charge; la densité du courant a pour coordonnées

(28221301) $$i_x = ne\frac{d\xi}{dt}, \qquad i_y = ne\frac{d\eta}{dt}, \qquad i_z = ne\frac{d\zeta}{dt}.$$

Calcul. — 37. Dans ces conditions, les équations du champ électromagnétique

(28221302) $$\left\{\begin{aligned} 4\pi\left(i_x + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial\mathcal{E}_x}{\partial t}\right) &= \frac{\partial\mathcal{M}_y}{\partial z} - \frac{\partial\mathcal{M}_z}{\partial y} \\ 4\pi\left(i_y + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial\mathcal{E}_y}{\partial t}\right) &= \frac{\partial\mathcal{M}_z}{\partial x} - \frac{\partial\mathcal{M}_x}{\partial z} \\ 4\pi\left(i_z + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial\mathcal{E}_z}{\partial t}\right) &= \frac{\partial\mathcal{M}_x}{\partial y} - \frac{\partial\mathcal{M}_y}{\partial x} \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \mu\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial z} \\ \mu\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} \\ \mu\frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial y} \end{aligned}\right. \qquad (282\,213\,03)$$

se réduisent à :

$$\left\{\begin{aligned} -\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} &= \mu\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} &= \mu\left(i_z + \frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t}\right) \end{aligned}\right. \qquad (282\,213\,04)$$

ou, en tenant compte de (282 213 01) :

$$\left\{\begin{aligned} -\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} &= \mu\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} &= 4\pi ne\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} \end{aligned}\right. \qquad (282\,213\,05)$$

Mais l'équation du mouvement d'un ion est :

$$m\frac{d^2\zeta}{dt^2} + f\frac{d\zeta}{dt} = e\,\mathcal{E}_z \qquad (283\,212\,06)$$

f désignant une constante de frottement.

Supposons que les vecteurs électrique et magnétique soient des fonctions harmoniques simples du temps. Nous pouvons considérer leurs composantes comme proportionnelles à la partie réelle de :

$$e^{j\omega t}$$

en posant :

$$j = \sqrt{-1}$$
$$\omega = 2\pi n$$

n étant la fréquence de l'oscillation.

Dans ces conditions les équations (282 213 05) et (282 213 06) deviennent

$$\left\{\begin{aligned} -\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} &= j\omega\mu\mathcal{H}_y \\ -\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} &= 4\pi nej\omega\zeta + \varepsilon j\omega\mathcal{E}_z \\ (-m\omega^2 + jf\omega)\,\zeta &= e\,\mathcal{E}_z \end{aligned}\right.$$

Éliminons ζ et $\mathcal{H}_y$ entre ces trois équations : il vient :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial x^2} = \varepsilon\mu\omega\left[-\omega(1-\gamma) + j\frac{\gamma f}{m}\right]\mathcal{E}_z \qquad (282\,213\,07)$$

en posant :

$$\gamma = \frac{4\pi ne^2 m}{(\varepsilon m^2\omega^2 + f^2)}. \qquad (282\,213\,08)$$

La solution de l'équation différentielle (282 213 07) est de la forme :

$$\mathcal{E}_z = \mathrm{A}e^{\varpi x}$$

avec :

$$\begin{aligned} \varpi^2 &= \varepsilon\mu\omega\left[-\omega(1-\gamma) + j\frac{\gamma f}{m}\right] \\ &= a + bj \end{aligned}$$

$$\left\{\begin{array}{l} a = -\varepsilon\mu\omega^2(1-\gamma) \\ b = \varepsilon\mu\omega(1-\gamma)\dfrac{jf}{m\omega(1-\gamma)} \end{array}\right.$$

Posons :

$$\varpi = -c + di$$

on a :

$$c = -\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}$$

$$d = -\sqrt{\frac{-a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}$$

Expression du champ électrique. — *38.* D'où finalement, pour solution de l'équation différentielle (282 213 07) en rétablissant le facteur $e^{j\omega t}$

$$\mathcal{E}_z = Ae^{-cx+j(\omega t+dx)} \qquad (282\,213\,09)$$

avec

$$c = -\omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu(1-\gamma)}{2}\left\{-1+\sqrt{1+\left[\frac{\gamma f}{m\omega(1+\gamma)}\right]^2}\right\}} \qquad (282\,213\,10)$$

$$d = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu(1-\gamma)}{2}\left\{1+\sqrt{1+\left[\frac{\gamma f}{m\omega(1+\gamma)}\right]^2}\right.} \qquad (282\,212\,11)$$

L'expression (282 213 09) est celle d'une *onde plane* qui se propage avec un *amortissement* déterminé par le coefficient c et une *vitesse* v donnée par :

$$v = \frac{\omega}{d}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{\varepsilon\mu(1-\gamma)}{2}\left\{1+\sqrt{1+\left[\dfrac{\gamma f}{m\omega(1-\gamma)}\right]^2}\right\}}}$$

ou en multipliant le numérateur et le dénominateur par :

$$\sqrt{-1+\sqrt{1+\left[\frac{\gamma f}{m\omega(1-\gamma)}\right]^2}}$$

et effectuant des réductions évidentes :

$$v = \frac{m\omega}{\gamma f}\sqrt{\frac{2(1-\gamma)}{\varepsilon\mu}}\sqrt{\sqrt{1+\left[\frac{\gamma f}{m\omega(1-\gamma)}\right]^2}-1} \qquad (282\,213\,12)$$

Applications numériques. — *39.* Évaluons les grandeurs contenues dans les équations.

Le coefficient de frottement peut être déterminé en mesurant la valeur finale de la vitesse de déplacement des ions sous l'action d'un champ électrique constant. On a, dans ces conditions, d'après l'équation (282 213 06) :

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{e}{f}\mathcal{E}_x.$$

1° *Air près de la surface de la terre.* — On a trouvé, dans l'air, $\frac{d\zeta}{dt} = 1{,}5\ \frac{\text{centimètre}}{\text{seconde}}$ dans un champ de $1\ \frac{\text{volt}}{\text{centimètre}}$.

Admettons $e = 10^{-20}$ unités électromagnétiques

$m = 2.10^{-24}$ grammes.

On en déduit :

$$f = 7.10^{-13}.$$

Dans ces conditions, qui correspondent au niveau du sol pour des ondes de fréquence 10^6 environ, les deux termes du dénominateur de γ sont du même ordre de grandeur. Pour des ondes de fréquence plus faible, $m^2\omega^2$ est beaucoup plus petit que f^2 et peut être négligé.

On a alors

$$\gamma = \frac{4\pi n e^2 m}{\varepsilon f^2}$$

$$\gamma = 0{,}25.10^{-14}\, n \text{ environ.}$$

Comme, au niveau de la mer, n est compris entre 1 000 et 10 000,

γ est donc négligeable par rapport à l'unité, et la vitesse de propagation v est égale à celle des ondes dans le vide.

2° *Air à de grandes hauteurs.* — A de grandes hauteurs au contraire, le terme f^2, qui décroît très vite quand la raréfaction augmente, devient négligeable devant $m^2\omega^2$, et l'on peut écrire :

$$\gamma = \frac{4\pi n e^2}{\varepsilon m \omega^2}$$

Pour $\omega = 10^6$ ($\lambda = 2\,000$ mètres dans l'air au niveau du sol)

$$\gamma = 0{,}6.\ 10^{-9}\, n.$$

Toutefois il est probable qu'à une hauteur modérée, à 30 kilomètres par exemple au-dessus du niveau du sol, la pression est 100 fois plus faible qu'au niveau du sol, et, par conséquent, les ions ont également une masse beaucoup plus faible qu'on ne l'a supposé, par exemple 100 fois. Dans ces conditions on aurait

$$\gamma = 0{,}6.\ 10^{-7} n$$

pour $\omega = 10^6$.

Soit par exemple

$$n = 160\,000$$

$$\gamma = 10^{-2}$$

$$\frac{\gamma f}{m\omega(1-\gamma)} \text{ est très petit.}$$

et les expressions (10) et (12) de la vitesse et du coefficient d'amortissement se réduisent à :

$$\left\{\begin{aligned} c &= \sqrt{\varepsilon\mu}\,\frac{f}{2m}\,\gamma\left(1+\frac{\gamma}{2}\right) \\ v &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\,\frac{1}{\sqrt{1-\gamma}} = \frac{1}{\sqrt{K\mu}}\left(1+\frac{\gamma}{2}\right) \end{aligned}\right.$$

Ces expressions, qui sont valables pour tous les cas de la pratique, montrent que *l'onde se propage dans le milieu ionisé avec une vitesse plus grande que celle de la lumière.* La vitesse de propagation est d'autant plus grande que le nombre d'ions est plus grand, que leur masse et la fréquence des oscillations sont plus faibles.

Remarque. — Les calculs précédents supposent des ions de dimensions moléculaires. Ils ne peuvent s'appliquer aux corpuscules électrisés de dimensions beaucoup plus faibles, tels que les électrons.

40. Une théorie analogue a été donnée par **J. Salpeter** ([83]), qui arrive également à la conclusion que la vitesse des ondes peut, dans l'air ionisé, être supérieure à celle de la lumière dans le vide.

B. — Influence de la distribution radiale des corpuscules sur la propagation des ondes.

1° Propagation des ondes dans un milieu diélectrique compris entre deux plans conducteurs parallèles.

41. Prenons comme axe des z l'antenne d'émission, supposée perpendiculaire aux deux plans conducteurs entre lesquels se fait la propagation.

En un point, la force électrique est perpendiculaire au plan des xy et la force magnétique est située dans ce plan. Donc :

$$\mathcal{E}_x = 0 \qquad \mathcal{E}_y = 0$$
$$\mathcal{H}_z = 0$$

et les équations fondamentales du champ électromagnétique dans un milieu isolant :

$$\left\{\begin{aligned} \mu\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial z} \\ \mu\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} \\ \mu\frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial y} \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}_x}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial y} \\ \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}_y}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{H}_z}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial z} \\ \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} \end{aligned}\right.$$

se réduisent, si l'on suppose que la propagation ait lieu dans l'air,

$$\left(\mu = 1 \qquad \varepsilon = \frac{1}{\Omega^2}\right)$$

à :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial t} &= -\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x} \\ \frac{1}{\Omega^2}\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial z} &= 0. \end{aligned}\right.$$

Ω étant la vitesse de la lumière.

Dérivons par rapport à t la 3e équation et remplaçons $\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial t}$ et $\frac{\partial \mathcal{H}_y}{\partial t}$ par leurs valeurs tirées des deux premières : il vient :

$$\frac{1}{\Omega^2}\frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial x^2} \qquad (282\,221\,1)$$

Soit ρ la distance du point considéré à l'origine. On a :

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial \rho}{\partial x}=\dfrac{x}{\rho} \\ \dfrac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}=\dfrac{\rho - x\dfrac{\partial \rho}{\partial x}}{\rho^2}=\dfrac{y^2}{\rho^3} \end{array}\right.$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial x}=\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial \rho}\cdot\frac{\partial \rho}{\partial x}$$

de même :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial \rho^2}\cdot\dfrac{x^2}{\rho^2}+\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial \rho}\cdot\dfrac{y^2}{\rho^3} \\ \dfrac{\partial^2 \mathcal{E}_y}{\partial y^2}=\dfrac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial \rho^2}\cdot\dfrac{y^2}{\rho^2}+\dfrac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial \rho}\cdot\dfrac{x^2}{\rho^3} \end{array}\right\}$$

Si de plus nous supposons que l'antenne d'émission émette une onde sinusoïdale de pulsation ω, il vient :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial t^2}=-\omega^2 \mathcal{E}_z.$$

Portons dans l'équation (282 221 1) ces valeurs de $\dfrac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial t^2}, \dfrac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial y^2}$ il vient :

$$\frac{\omega^2}{\Omega^2}\cdot \mathcal{E}_z+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \mathcal{E}_z}{\partial \rho}+\frac{\partial^2 \mathcal{E}_z}{\partial \rho^2}=0 \qquad (282\,221\,2)$$

C'est une équation de Bessel, dont l'intégrale peut être développée en série suivant les puissances paires de ρ.

Pour les grandes distances, on peut se contenter d'une solution approchée. Posons :

$$\mathcal{E}_{1z}=\frac{A}{\sqrt{\rho}}\cos\omega\left(t-\frac{\rho}{\Omega}\right)$$

et remplaçons $\mathcal{E}_z$ par $\mathcal{E}_{1z}$ dans l'équation (282 221 2). Le premier membre se réduit à

$$\frac{A}{4\rho^2\sqrt{\rho}}\cos\omega\left(t-\frac{\rho}{\Omega}\right).$$

Si ρ est assez grand pour qu'on puisse négliger cette expression, $\mathcal{E}_{1z}$ pourra être confondu avec $\mathcal{E}_z$ et l'on aura :

$$\mathcal{E}_x=\frac{A}{\sqrt{\rho}}\cos\omega\left(t-\frac{\rho}{\Omega}\right)$$

Donc, dans ce cas, *l'énergie varie en raison inverse de la distance* et nous avons affaire au type d'ondes se propageant dans un espace à deux dimensions et analogues aux *ondes superficielles* que nous avons rencontrées ci-dessus dans la théorie de Sommerfeld.

2° Conductibilité de l'atmosphère et propagation.

42. La conductibilité de l'atmosphère a été mesurée par différents expérimentateurs. Notamment A.-J. Makower, W. Makower, W.-M. Gregory, H. Robinson ont trouvé à Ditcham, en 1910, une résistance de $1{,}25.10^6$ megohms à la hauteur de 400 mètres.

Si l'on assimilait l'air à un milieu à conductibilité métallique, la constante d'amortissement b serait, dans ces conditions (le rapport de la conductibilité à la pulsation étant très petit) :

$$b=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}.2\pi c$$

et la distance :

$$d=\frac{1}{b}$$

à laquelle l'amplitude du champ électromagnétique est divisée par e serait égale à :

$$d=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{1}{2\pi c}=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{\rho}{2\pi}$$

ρ étant la résistivité du milieu. En unités électromagnétiques C. G. S.

$$\sqrt{\varepsilon}=\frac{1}{3\times 10^{10}}$$

$$\mu=1$$

$$\rho=\overline{1{,}25}^{\,21}$$

$$d=\frac{\overline{1{,}25}^{\,21}}{2\pi\times 3\times 10^{10}}=6{,}6.10^9$$

soit 6 600 kilomètres environ.

Il est clair que pour toutes les distances pratiques, l'effet de la conductibilité de l'atmosphère, du moins, aux bas niveaux, tel que nous venons de le calculer, serait absolument négligeable.

Au niveau du sol, on aurait, en admettant pour la conductibilité le chiffre adopté par Zenneck [33] ($c=2.10^{-25}$)

$$d=10^{14} \text{ centimètres.}$$

soit 10^9 kilomètres, distance encore beaucoup plus grande.

3° Réfraction ionique. — Théorie de W.-H. Eccles.

Hypothèses préliminaires.

43. **Eccles** suppose que :

1° Il existe *dans l'atmosphère, à une grande hauteur, une cou-*

che conductrice nettement définie, capable de réfléchir les rayons de toute fréquence;

2° Au-dessous de cette couche l'air est, *pendant le jour, ionisé* d'autant moins fortement qu'on se rapproche de la surface de la terre. Cette ionisation disparaît pendant la nuit.

Nous avons examiné plus haut les raisons qui rendent vraisemblable une telle distribution des ions dans l'atmosphère.

Mécanisme de la propagation.

I. *Régime de nuit.* — 44. Pendant la nuit le milieu atmosphérique qui sépare le sol de la couche conductrice supérieure se comporterait comme un diélectrique parfait et *les ondes électromagnétiques se propageraient comme nous l'avons vu plus haut entre deux couches conductrices parallèles*, la densité du flux d'énergie à travers une surface donnée parallèle à l'onde décroissant comme la distance à la source. Un rayon émis par l'oscillateur dans une direction quelconque éprouverait une série de réflexions successives alternativement à la surface de chacun des milieux conducteurs, sans absorption dans la couche interposée.

II. *Régime de jour.* — 45. Pendant le jour la couche réfléchissante serait séparée du sol par un milieu atmosphérique d'ionisation croissante avec l'altitude, dans lequel, ainsi que nous l'avons vu, la vitesse de propagation augmente avec la hauteur, et par conséquent l'indice de réfraction décroît en même temps.

La propagation d'un rayon électromagnétique dans un tel milieu a déjà été étudiée. On a vu que, dans ce cas, *les rayons électromagnétiques émis obliquement par rapport à la surface de la terre s'incurvent dans les couches de moins en moins réfringentes à mesure qu'ils s'élèvent dans l'atmosphère, puis reviennent frapper la surface de la terre,* où ils se réfléchissent, puis recommencent une marche analogue à la précédente. Les couches moyennes forment écran par rapport à la surface conductrice supérieure, et interviennent seules dans le mécanisme de la propagation.

Tracé des rayons. — 46. Nous avons donné plus haut les équations des rayons électromagnétiques dans ces conditions.

Dans le cas particulier où :

$$n = \frac{1}{rp + 1}$$

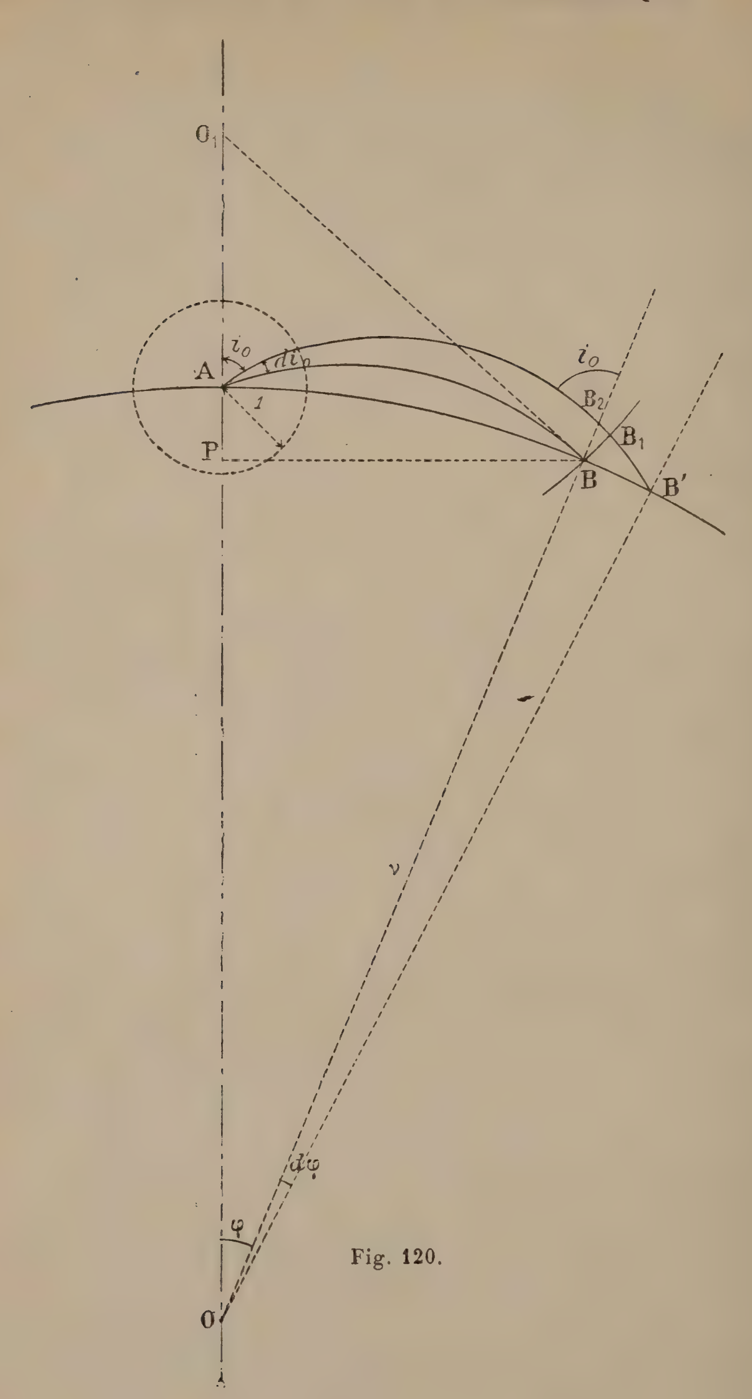


Fig. 120.

nous avons vu que les rayons émis sous l'angle zénithal i_0 viennent rencontrer à nouveau le sol après avoir parcouru une distance angulaire φ,

$$\varphi = \frac{\pi - 2i_0}{2p}.$$

Énergie transmise à la surface de la terre. — 47. Considérons deux rayons émis en A (fig. 120), sous les angles zénithaux i_0, $i_0 + di_0$. Soient B et B′ leurs points d'incidence après réfraction ionique.

L'aire élémentaire ds découpée par ces rayons sur la sphère de de rayon 1 entourant la source, quand on les fait tourner de 2π autour Oz, est :

$$ds = 2\pi \sin i_0 \, di_0$$

L'aire ds_1 découpée sur la sphère orthotomique, de rayon O_1B, est :

$$ds_1 = BB_1 . \, 2\pi . \, BP$$
$$BP = r_0 \sin \varphi$$
$$BB_1 = BB_2 . \sin i_0$$
$$BB_2 = BB' . \cot i_0 = r_0 \, d\varphi \cot i_0$$
$$ds_1 = 2\pi \, r_0^2 \sin \varphi \cos i_0 \, d\varphi$$

Soit W la densité du flux d'énergie transmis horizontalement par la source $\left(i_0 = \frac{\pi}{2}\right)$. La densité du flux transmis sous l'angle zénithal i_0 est :

$$W \sin^2 i_0$$

ainsi qu'on l'a vu dans l'exposé de la théorie de Hertz, et le flux d'énergie qui traverse la surface ds est :

$$U = W ds \sin^2 i_0 = W . \, 2\pi \sin^3 i_0 \, di_0$$

Soit W_1 la densité du flux d'énergie traversant une surface orthotomique en B. Le flux U_1 qui traverse la surface ds_1 est :

$$U_1 = W_1 \, ds_1 = W_1 . \, 2\pi \, r_0 \sin \varphi \cos i_0 \, d\varphi$$

Si l'on suppose l'absorption nulle, on doit avoir :

$$U = U_1$$

On en tire :

$$\frac{W_1}{W} = \frac{\sin^3 i_0}{r_0^2 \sin \varphi \cos i_0} \frac{di_0}{d\varphi}.$$

Considérons le cas particulier étudié plus haut où :

$$n = \frac{a}{rp+1}.$$

L'angle φ étant donné par :

$$\varphi = \frac{\pi - 2i_0}{p}$$

on a :

$$d\varphi = -\frac{2}{p}$$

$$i_0 = \frac{\pi - p\varphi}{2}$$

Portons ces valeurs dans l'expression de $\frac{W_1}{W}$, on obtient :

$$\frac{W_1}{W} = \frac{\cos^3 \frac{1}{2} p\varphi}{\sin \varphi \sin \frac{1}{2} p\varphi} \cdot \frac{p}{2r_0^2}$$

L'antenne étant d'ailleurs verticale reçoit, non le flux d'énergie de densité W_1, mais un flux d'énergie de densité :

$$W^1 = W_1 \sin^2 i_0 = W_1 \cos^2 \frac{1}{2} p\varphi$$

et l'on a finalement :

$$\frac{W^1}{W} = \frac{\cos^5 \frac{1}{2} p\varphi}{\sin \varphi \sin \frac{1}{2} p\varphi} \cdot \frac{p}{2 r_0^2}.$$

Il est intéressant de comparer les résultats numériques tirés de cette expression avec ceux que donne la formule empirique d'Austin :

$$\frac{W^1}{W} = \left(\frac{s}{s_1}\right)^2 e^{\frac{-2\alpha(s-s_1)}{\sqrt{\lambda}}}$$

où s et s_1 représentent les distances à la source de deux points d'observation.

Avec $\lambda = 5\,400$ mètres, ce qui, d'après Eccles, correspondrait à $p = 2{,}6$, on trouve pour $\frac{W^1}{W}$, en prenant comme unité la densité d'énergie à la distance angulaire $\varphi = 7°\frac{1}{2}$ ($s = 830$ kilomètres).

φ	$\frac{\omega_1}{\omega}$ Formule d'Eccles.	$\frac{\omega_1}{\omega}$ Formule d'Austin.
$7°\frac{1}{2}$	1	1
15°	0,103	0,087
30°	0,0107	0,0028

Les résultats des deux formules diffèrent considérablement. Il n'y a pas lieu de s'en étonner, la première ne tenant pas compte de l'absorption et étant basée sur une hypothèse qui ne représente que grossièrement la loi de variation de l'indice de réfraction avec l'altitude.

Application de la théorie à l'explication des phénomènes observés dans la télégraphie sans fil à grande distance.

Différence d'intensité entre le jour et la nuit. — 48. *Les signaux reçus doivent être plus faibles le jour que la nuit.* Car, dans ce dernier cas, les rayons émis par la source sont réfléchis par la couche conductrice

et se propagent sans absorption notable, tandis que, pendant le jour, les rayons les plus rapprochés de la normale ne sont pas suffisamment réfractés par les couches moyennes pour revenir à la surface de la terre. Il y a de plus absorption d'énergie dans le milieu ionisé où se fait la propagation. *Ce phénomène est surtout accentué pour les ondes courtes,* pour lesquelles, ainsi que nous l'avons vu plus haut, la variation de la vitesse de propagation et par conséquent de l'indice de réfraction est moins importante que pour les longues ondes.

Longueur d'onde optima pour la communication entre deux stations données. — *49*. Le rayonnement d'un oscillateur étant maximum dans le plan équatorial, la longueur d'onde la plus favorable pour le trafic entre deux stations données sera celle pour laquelle les rayons issus horizontalement de la source atteignent la station réceptrice après réfraction dans les couches ionisées. On expliquerait ainsi les observations de Marconi, qu'il existe une longueur d'onde optima pour les communications transatlantiques entre Clifden et Glace-Bay.

Influence des montagnes situées sur le parcours des ondes. — *50*. Deux stations séparées par une chaîne de montagnes communiquent difficilement le jour, et d'autant plus que la longueur d'onde est plus courte. Elles sont moins gênées la nuit, et l'intensité semble ne plus dépendre de la longueur d'onde. Eccles explique ces phénomènes en faisant remarquer que, le jour, les ondes courtes, qui sont moins réfractées que les ondes longues, doivent passer par-dessus la station réceptrice, et atteindre le sol beaucoup plus loin, ou même s'échapper complètement. La nuit, les ondes, quelle que soit leur longueur, sont distinctement réfléchies par la couche conductrice supérieure.

Discussion.

L'ingénieuse théorie de W.-H. Eccles rend compte, ainsi que nous l'avons vu, d'un grand nombre de faits observés. Elle repose tout entière sur ce fait que le mouvement des ions dans un champ électromagnétique alternatif peut être déphasé de 180° par rapport au courant de déplacement, d'où résulte une diminution apparente de la constante diélectrique. La vitesse de propagation des ondes dans le milieu, qui est inversement proportionnelle à la racine carrée de cette constante, serait par conséquent plus grande que dans le vide. Un grand nombre de faits, d'autre part, nous conduisent à considérer la vitesse de la lumière dans le vide comme un maximum qu'il est absolument impossible de dépasser. Il en résulte une défiance instinctive à l'égard de toute théorie qui conduit à une vitesse plus grande. Il est possible qu'une recherche plus serrée montre que la dispersion

due à l'absorption d'énergie par les ions, et au rayonnement subséquent dans toutes les directions, suffise à contre-balancer la diminution apparente de la constante diélectrique (130).

4° Théorie de G.-N. Watson.

51. G.-N. Watson étudie les conséquences de la théorie de l'ionisation, en supposant que l'effet produit par les couches supérieures de l'atmosphère peut être assimilé à celui d'une couche réflectrice sphérique entourant la terre. Il suppose d'abord infinie, puis finie, la conductibilité du réflecteur, et évite ainsi les grandes difficultés analytiques qui se présenteraient si l'on supposait variable d'une façon continue avec l'altitude la conductibilité de l'atmosphère. Cette étude, dont je vais exposer le principe et les résultats, est la suite de celle dont j'ai parlé au chapitre VII, §§ 8 et 18 à 29, et dans laquelle G.-N. Watson a examiné le problème de la diffraction des ondes autour de la terre supposée placée dans une atmosphère indéfinie.

Rappel des expressions relatives à un système de révolution. — *52*. Nous supposons, comme à ce moment, l'oscillateur placé sur l'axe des z, à une distance b du centre de la terre. Nous avons alors affaire à un système de révolution autour de l'axe des z. Nous avons vu que, dans ces conditions, on peut écrire, en supposant les champs électrique et magnétique sinusoïdaux :

(28222401) $$\left\{\begin{aligned} &\mathcal{E} = \mathrm{E}\, e^{j\omega t} \\ &\mathcal{M} = \mathrm{M}\, e^{j\omega t} \end{aligned}\right.$$

et en appelant M_r, M_θ, M_φ et E_r, E_θ, E_φ les composantes, en coordonnées polaires, de M et E :

(28222402) $$\left\{\begin{aligned} &E_r = -\frac{1}{rb\sin\theta}\cdot\frac{2lI}{4\pi c + j\varepsilon\omega}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\Lambda}{\partial\theta}\right), \\ &E_\theta = \frac{1}{rb}\cdot\frac{2lI}{4\pi c + j\varepsilon\omega}\cdot\frac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}(r\Lambda), \\ &E_\varphi = 0 \end{aligned}\right.$$

(28222403) $$\left\{\begin{aligned} &M_r = 0 \\ &M_\theta = 0 \\ &M_\varphi = -\frac{2lI}{b}\cdot\frac{\partial\Lambda}{\partial\theta} \end{aligned}\right.$$

Λ étant une fonction déterminée par la condition :

(28222404) $$(\Delta + k^2)\Lambda = 0$$ où

(28222405) $$k^2 = \varepsilon\mu\omega^2 - j.4\pi\mu c\omega.$$

et par les conditions aux limites.

Posons également :

(28222406) $$\beta = 4\pi c + j\varepsilon\omega.$$

Cas d'un réflecteur parfaitement conducteur. Conditions aux limites. — *53*. Soient :

dans l'atmosphère : Λ_a la valeur de la fonction Λ,
dans la terre : Λ_i la valeur de la fonction Λ.

Nous avons à écrire que les composantes tangentielles des forces électrique et magnétique sont continues au passage de la terre dans l'atmosphère ($r = a$, rayon de la terre), ainsi qu'au passage de l'atmosphère dans le réflecteur ($r = c$, rayon du réflecteur). On affectera les coefficients des indices a, i, suivant qu'ils se rapporteront à l'atmosphère ou à la terre.

Les conditions aux limites s'écriront :

$$\begin{cases} \beta_a \Lambda_a = \beta_i \Lambda_i & \text{pour } r = a \\ \dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_a) = \dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_i) & \text{pour } r = a \\ \dfrac{d}{\partial r}(r\Lambda_a) = \dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_i) & \text{pour } r = c \end{cases}$$

Séries représentant les fonctions Λ. — 54. Appelons Λ_a la fonction Λ correspondant au cas d'un oscillateur rayonnant dans un espace homogène indéfini, et Λ_d la perturbation créée, dans l'atmosphère, par la présence de la terre et du réflecteur. On a :

(28222421) $$\Lambda_a = \Lambda_0 + \Lambda_d.$$

On a d'ailleurs vu (ch. IX, § 18), qu'on a :

(28222422) $$\Lambda_0 = -\frac{e^{jk_a R}}{R}$$

R étant la distance du point considéré à l'oscillateur, ou, sous forme de séries :

(28222423) $$\begin{cases} \Lambda_0 = -\dfrac{j}{k_a r b}\displaystyle\sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)\zeta_n(k_a b)\psi_n(k_a r)P_n(\mu), & \text{si } r < b \\ \Lambda_0 = -\dfrac{j}{k_a r b}\displaystyle\sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)\zeta_n(k_a r)\psi_n(k_a b)P_n(\mu), & \text{si } r > b \end{cases}$$

où :

(28222424) $$\begin{cases} \psi_n(x) = \left(\dfrac{1}{2}\pi x\right)^{\frac{1}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(x) \\ \zeta_n(x) = \left(\dfrac{1}{2}\pi x\right)^{\frac{1}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}(x) \end{cases}$$

Les séries qui conviennent pour Λ_d et Λ_i sont les suivantes :

(28222425) $$\begin{cases} \Lambda_d = -\dfrac{j}{k_a r b}\displaystyle\sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)\left\{a_n\zeta_n(k_a r) + c_n\psi_n(k_a r)\right\}P_n(\mu) \\ \Lambda_i = -\dfrac{1}{k_a r b}\displaystyle\sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)b_n\psi_n(k_i r)P_n(\mu) \end{cases}$$

Les conditions aux limites donnent, pour déterminer les a_n, b_n, c_n, les trois groupes d'équations suivantes :

$$(282\,224\,26)\quad \left\{\begin{array}{l} \frac{\beta_a}{k_a}\left[a_n\zeta_n(k_a a) + \{\zeta_n(k_a b) + c_n\}\psi_n(k_a a)\right] = \frac{\beta_i}{k_i} b_n \psi_n(k_i a) \\ a\,\zeta'_n(k_a a) + \{\zeta_n(k_a b) + c_n \psi'_n(k_a a)\} = b_n \psi'_n(k_i a) \\ \{a_n + \psi_n(k_a b)\}\zeta'_n(k_a c) + c_n \psi'_n(k_a c) = 0 \end{array}\right.$$

En résolvant ces équations, et portant dans la valeur de Λ_a on trouve, pour la valeur de la fonction Λ dans l'atmosphère, tout près de la surface du sol :

$$(282\,224\,27)\quad \Lambda_a(a,\theta) = \frac{-\frac{1}{k_a a b}\sum_{n=0}^{n=\infty}(2n+1)P_n(\mu)\psi_n(k_i a)\left[\psi_n(k_a b)\zeta'_n(k_a c) - \psi'_n(k_a c)\zeta_n k_a b\right]}{\Delta_n}$$

avec

$$(282\,224\,28)\quad \Delta_n = \begin{vmatrix} \zeta_n(k_a a) & \psi_n(k_i a) & \psi_n(k_a a) \\ \zeta'_n(k_a a) & \frac{\beta_a k_i}{\beta_i k_a}\psi'_n(k_i a) & \psi'_n(k_a a) \\ \zeta'_n(k_a a) & 0 & \psi'_n(k_a c) \end{vmatrix}$$

L'expression de $\Lambda_a(a, \theta)$ ci-dessus ne se réduit pas, dans le cas où le réflecteur s'éloigne indéfiniment, à celle que nous avons trouvée au chapitre VII, § 24. Cela tient à ce que la présence d'un réflecteur à l'infini produit des ondes convergentes, tandis qu'il n'y avait que des ondes divergentes dans le cas d'une sphère plongée dans un milieu homogène indéfini.

Le problème consiste à trouver, comme dans le travail analysé chapitre VII, une transformation de $\Lambda_a(a, \theta)$ qui rende cette fonction susceptible de calcul numérique.

Cas d'un sol parfaitement conducteur et d'un réflecteur parfaitement conducteur. — 55. On a, dans ce cas :

$$(282\,224\,30)\quad \frac{\beta_a k_i}{\beta_i k_a} = 0$$

et la fonction $\Lambda_a(a, \theta)$ prend la forme :

$$(282\,224\,31)\quad \Lambda_a(a,\theta) = -\frac{1}{k_a a b}\sum_{n=0}^{n=\infty}(2n+1)P_n(\mu) \times \frac{\psi_n(k_a b)\zeta'_n(k_a c) - \psi'_n(k_a c)\zeta_n(k_a b)}{\psi'_n(k_a a)\zeta'_n(k_a c) - \psi'_n(k_a c)\zeta'_n(k_a b)}$$

Cette fonction est la somme des résidus de :

$$(282\,224\,32)\quad -\frac{2s\pi}{k_a a b}\frac{P_{s-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\cos s\pi} \times \frac{\psi_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c) - \psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\zeta_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)}{\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c) - \psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)}$$

Les pôles de cette fonction sont :

1° Les zéros de $\cos s\pi$, soit :

$$s = \frac{1}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\cdots$$

2° Les zéros de :

$$\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c) - \psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k\ a)$$

On démontre que tous les zéros de cette fonction sont sur la figure en forme de croix composée de l'axe imaginaire et de la partie de l'axe réel comprise entre les points $\pm k_a c$.

56. Considérons maintenant l'intégrale :

$$(282\,224\,40)\qquad \frac{2\pi}{k_a ab}\times$$
$$\times\int \frac{sP_{s-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\cos s\mu}\,\frac{\psi_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)-\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)}{\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)-\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)}\,ds$$

prise le long d'un contour composé d'un demi-cercle de grand rayon R, ayant pour centre l'origine, et de la partie de l'axe imaginaire qui réunit les points $\pm Rj$. L'intégrand étant une fonction impaire de s, ainsi qu'on le vérifie facilement, la partie de l'intégrale prise le long de l'axe imaginaire est égale à Πj fois la somme des résidus correspondant aux pôles situés sur cet axe. Quant à l'intégrale prise le long du demi-cercle, R étant supposé augmenter indéfiniment sans que le contour passe jamais par un pôle, on démontre exactement comme dans le premier mémoire qu'elle est nulle. Il s'ensuit que la somme des résidus correspondant aux pôles situés sur la moitié positive de l'axe réel, plus la somme de ceux qui correspondent aux pôles situés sur l'axe imaginaire, est nulle; l'intégrand étant une fonction impaire de s, le dernier terme peut être remplacé par la somme des résidus des pôles situés sur la moitié négative de l'axe imaginaire; de sorte qu'on a :

soit $R(\nu)\geqslant 0$ et $I(\nu)=0$
soit $R(\nu)=0$ et $I(\nu)\leqslant 0$.

$\nu_1, \nu_2, \nu_3 \ldots$ étant les différents zéros.

On obtient finalement :

$$(282\,224\,41)\qquad \Lambda_a(a,\theta)=\frac{2\pi}{k_a ab}\times$$
$$\times\sum_\nu \frac{\nu P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\cos \nu\pi}\,\frac{\psi_{\nu-\frac{1}{2}}(k_a b)\,\zeta'_{\nu-\frac{1}{2}}(k_a c)-\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)}{\left|\frac{d}{ds}\left\{\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)-\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)\right\}\right|_{s=\nu}}$$

57. Il s'agit maintenant d'étudier les zéros de

$$F(s)=\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)-\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)$$

Nous avons déjà vu qu'ils sont de deux sortes, réels ou purement imaginaires.

1° Les zéros réels et positifs sont en nombre fini, variable avec la hauteur du réflecteur et la longueur d'onde; mais ce nombre est assez grand : il peut atteindre en pratique 80. A chacun de ces zéros correspond, pour $\Lambda_a(a,\theta)$, un terme qui est une fonction oscillante de θ.

2° Les zéros purement imaginaires sont en nombre infini. La somme des termes qui leur correspondent forme une série. On démontre que cette série est uniformément convergente et que la convergence est uniforme par rapport à θ et $(k_a b)$ tant que $o\leqslant\theta\leqslant\pi$ et $c>b>a$. La différentiation terme à terme par rapport à θ ainsi que le remplacement de b par a pour obtenir l'effet d'un oscillateur situé à la surface de la terre sont donc permis. On démontre également, comme au chapitre VII, que les différents termes de la série sont de la forme :

$$\sqrt{\operatorname{cosec}\theta}\, e^{-|\nu|\theta}$$

Cas d'un sol imparfaitement conducteur entouré d'un réflecteur parfaitement conducteur. — 58. L'intégrale de contour à considérer est maintenant

$$(28222460)\ \frac{2\pi}{k_a ab}\int \frac{sP_{s-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\cos s\pi}\,\frac{\psi_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)-\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)}{G(s)}\,ds$$

où

(282 224 61) $$G(s) = \psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c) - \psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)$$
$$-\frac{\beta^a k_i}{\beta_i k_a}\,\frac{\psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_i a)}{\psi_{s-\frac{1}{2}}(k_i a)}\left\{ {}_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c) - \psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta_{s-\frac{1}{2}}(k_a a)\right\}$$

Admettons les constantes suivantes, pour la mer et pour un sol sec :

	ε_i	c_i	μ_i
Terre.	4	10^7	1
Eau.	81	$4{,}25 \times 10^{11}$	1

Dans les deux cas $|\,k_i a\,|$ est grand, $\frac{\beta_a k_i}{\beta_i k_a}$ est petit et la phase de $k_i a$ est sensiblement égale à $\frac{\pi}{4}$.

Nous supposons cette phase exactement égale à $\frac{\pi}{4}$ et nous posons :

(282 224 62) $$\frac{k_a}{k_i} = \delta\, e^{\frac{1}{4}\pi j}$$

A chaque zéro de $F(s)$ est associé un zéro de $G(s)$. En étudiant ces zéros, on arrive aux résultats suivants :

1° A chacun des zéros réels de $F(s)$ (au nombre de 80 au plus) correspond, pour la fonction $\Lambda_a(a,\theta)$, un terme dont l'ordre de grandeur est :

$$P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos\theta) \times \sec \nu\pi$$

On démontre d'ailleurs que tous les zéros de $G(s)$ considérés sont tels que :

$$-0{,}7\,\frac{a\delta}{h} > I(\nu) > -0{,}44\,\frac{a\delta}{h}$$

où h est l'altitude du réflecteur ($h = c - b$).

Les termes de $\Lambda_a(a,\theta)$, que nous venons d'évaluer, peuvent donc être approximativement considérés comme égaux à

$$\sqrt{\operatorname{cosec}\theta}\,.\,e^{-\frac{1}{2}\frac{a\delta\theta}{h}}$$

sauf si θ est à peu près égal à π. Dans cette hypothèse, il faudrait supprimer $\sqrt{\operatorname{cosec}\theta}$.

2° Aux zéros imaginaires de $F(s)$, en nombre infini, correspond dans l'expression $\Lambda_a(a,\theta)$, une série rapidement convergente du même type que celle que nous avons trouvée au § 57, mais où ν tend vers l'infini dans la direction de l'axe imaginaire, de telle sorte que les fonctions de Legendre peuvent être remplacées par des exponentielles négatives. Cette série est négligeable par rapport aux termes précédents.

3° La troisième partie de l'intégrale considérée au début de ce paragraphe est :

$$\frac{2\pi}{k_a ab}\int_{-\infty j}^{+\infty j} \sum s\,\frac{P_{s-\frac{1}{2}}(-\mu)}{\cos s\pi}\,.\,\frac{\psi_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)\,\zeta'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c) - \psi'_{s-\frac{1}{2}}(k_a c)\,\zeta_{s-\frac{1}{2}}(k_a b)}{G(s)}\,ds.$$

On démontre que cette intégrale est négligeable par rapport aux termes principaux de $\Lambda_a(a,\theta)$.

59. En résumé, nous trouvons que, dans le cas d'un sol imparfaite-

ment conducteur entouré d'un réflecteur parfaitement conducteur, l'ordre de grandeur de $\Lambda_a(a,\theta)$ est

$$\sqrt{\operatorname{cosec}\theta}\, e^{-\frac{1}{2}a\frac{\delta\theta}{h}}$$

sauf près des antipodes de l'oscillateur (en ces points il faudrait supprimer $\sqrt{\operatorname{cosec}\theta}$.

Mais on a, d'après les valeurs ci-dessus de δ et des constantes des milieux considérés :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Sur sol sec} & \dfrac{1}{2}\dfrac{a\delta}{h}=\dfrac{1400}{h\sqrt{\lambda}} \\ \text{Sur mer} & \dfrac{1}{2}\dfrac{a\delta}{h}=\dfrac{7}{h\sqrt{\lambda}} \end{array}\right\} \text{longueurs en kilom.}$$

l'expression trouvée pour la propagation sur mer est évidemment très petite par rapport à l'exposant $\dfrac{9,6}{\sqrt{\lambda}}$ de la formule d'Austin. Le cas considéré, d'un sol imparfaitement conducteur entouré par une couche réflectrice parfaitement conductrice, ne peut par conséquent rendre compte de l'expérience. Il convient toutefois de remarquer que l'exposant trouvé est de la même forme que celui de la formule d'Austin : il est proportionnel à $\dfrac{1}{\sqrt{\lambda}}$.

Cas d'un sol et d'un réflecteur imparfaitement conducteurs. — *60.* Affectons de l'indice c les coefficients relatifs au réflecteur ; celui-ci étant supposé conducteur, la valeur de $\Lambda_a(a,\theta)$ devient très petite dès que r est sensiblement supérieur à c; nous ne ferons donc qu'une erreur négligeable en supposant que le réflecteur s'étend à l'infini. Appelons Λ_e la fonction Λ dans le réflecteur, et écrivons :

(282 224 70) $$\Lambda_e=-\frac{J}{k_e r b}\sum_{n=0}^{n=\infty}(2n+1)\,d_n\,\zeta_n(k_e r)\,P_n(\mu)$$

les d_n étant des constantes Λ_i et Λ_a conservent les mêmes formes que ci-dessus. Les conditions aux limites sont :

(282 224 71) $$\left\{\begin{array}{ll} \beta_a\Lambda_a=\beta_i\Lambda_i & \text{pour } r=a \\ \dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_a)=\dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_i) & \text{pour } r=a \\ \beta_a\Lambda_a=\beta_e\Lambda_e & \text{pour } r=c \\ \dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_a)=\dfrac{\partial}{\partial r}(r\Lambda_e) & \text{pour } r=c \end{array}\right.$$

Les conditions aux limites donnent les équations :

(282 224 72) $$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\beta_a}{k_a}\Big[a_n\zeta_n(k_a a)+\Big\{\zeta_n(k_a b)+c_n\Big\}\psi_n(k_a a)\Big]=\dfrac{\beta_a}{k_i}b_n\psi_n(k_i a) \\ a_n\zeta'_n(k_a a)+[\zeta_n(k_a b)+c_n]\,\psi'_n(k_a a)=b_n\psi'_n(k_i a) \\ \dfrac{\beta_a}{k_a}\Big[\Big\{a_n+\psi_n(k_a b)\Big\}\zeta_n(k_a c)+c_n\psi_n(k_a c)\Big]=\dfrac{\beta_e}{k_e}d_n\zeta_n(k_e c) \\ [a_n+\psi_n(k_a b)]\,\zeta'_n(k_a c)+c\,\psi'_n(k_a c)=d_n\zeta'_n(k_e c) \end{array}\right.$$

En résolvant ces équations, et portant dans l'expression de A_a, nous trouvons

(282 224 73) $$A_a(a,\theta) = -\frac{1}{k_a ab}\sum_{8}^{\infty}\frac{(2n+1)\,g_n\,P_n(\mu)}{h_n}$$

où

(282 224 74) $$g_n = \psi_n(k_ab)\,\zeta'_n(k_ac) - \psi'_n(k_ac)\,\zeta_n(k_ab) - \\ -\left\{\psi_n(k_ab)\,\zeta_n(\ ac) - \psi_n(k_ac)\,\zeta_n(k_ab)\right\}\frac{\beta_a k_e}{\beta_e k_a}\cdot\frac{\zeta'_n(k_ec)}{\zeta_n(k_ec)}$$

(28 224 75) $$h_n = \psi'_n(k_aa)\,\zeta'_n(k_ac) - \psi'_n(k_ac)\,\zeta'_n(k_aa) \\ +\left\{\psi'_n(k_ac)\zeta_n(k_aa) - \psi_n(k_aa)\zeta'_n(k_ae)\right\}\frac{\beta_a k_i}{\beta_i k_a}\frac{\psi'_n(k_ia)}{\psi_n(k_ia)} \\ -\left\{\psi'_n(k_aa)\zeta_n(k_ac) - \psi_n(k_ac)\zeta'_n(k_aa)\right\}\frac{\beta_a k_e}{\beta_c k_a}\frac{\zeta'_n(k_ec)}{\zeta_n(k_ec)} \\ +\left\{\psi_n(k_ac)\,\zeta_n(k_aa) - \psi_n(k_aa)\,\zeta_n(k_ac)\right\}\frac{\beta_a k_i}{\beta_i k_a}\frac{\psi'_n(k_ia)}{\psi_n(k_ia)}$$

La valeur de la fonction hertzienne dépend des zéros de $h_{s-\frac{1}{2}}$. Ces zéros correspondent, comme ceux de G(s), à ceux de F(s).

61. G.-N. Watson aboutit à la conclusion suivante : pour qu'on obtienne un résultat de la forme donnée empiriquement par Austin, il est nécessaire que k_e soit grand par rapport à k_a. La phase de k_e est alors environ $-\frac{1}{4}\pi$ et, dans le cas d'ondes sur mer, nous obtenons le facteur d'Austin si :

(282 224 80) $$0{,}44.\frac{a}{h}\frac{k_a}{k_e} = \frac{9{,}6}{\sqrt{\lambda}}$$

(282 224 81) $$0{,}44\frac{a}{h}\left(\frac{2\pi\Omega}{e_e}\right)^{\frac{1}{2}} = 9{,}6$$

ou :

(28222482) $$h^2 c_e = 1{,}67.10^{11},$$

Ω étant la vitesse de la lumière.

Si par exemple, on admet :

$$h = 100 \text{ km.},$$

on trouve

$$c_e = 1{,}76.10^7$$

ce qui est une valeur très vraisemblable.

Sur sol sec, on aurait, dans les mêmes conditions, comme exposant :

$$9{,}6 + \frac{1400}{h}.$$

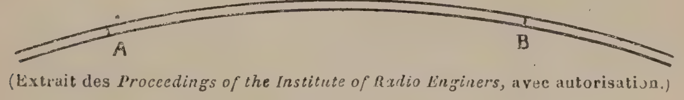
62. La théorie de Watson apporte ainsi à l'hypothèse de couches supérieures réfléchissantes et absorbantes une excellente confirmation. Certains auteurs voient dans cette étude une confirmation des idées de W.-H. Eccles. S'ils veulent dire par là qu'elle donne une présomption nouvelle de l'existence de couches conductrices dans la

haute atmosphère, c'est exact, mais j'ai montré au § 2 que bien des auteurs avaient, avant Eccles, songé à expliquer par là les particularités de la propagation à la surface de la terre. Ce qui semble appartenir en propre à W.-H. Eccles, c'est l'idée qu'en raison des propriétés particulières des milieux ionisés, les rayons électromagnétiques émis obliquement s'incurvent vers le bas dans la haute atmosphère dont il suppose l'ionisation croissante avec l'altitude. Et G.-N. Watson n'apporte aucune confirmation à cette vue; il suppose d'une part que le passage de la partie diélectrique à la partie conductrice supérieure de l'atmosphère est discontinu; d'autre part que la conductibilité des hautes couches est la conductibilité métallique ordinaire, et non pas celle qui résulte de la théorie de Eccles pour les milieux ionisés.

5° Réflexions sur les couches atmosphériques ionisées et interférences (E. W. Marchant [107]).

L'étude théorique des interférences entre rayons électromagnétiques forme le sujet d'un intéressant mémoire de E.-W. Marchant que je résumerai ci-dessous. L'auteur étudie d'abord les interférences résultant de réflexions sur un réflecteur sphérique entourant la terre; il examine ensuite le cas de surfaces réflectrices irrégulières.

Supposons d'abord un réflecteur sphérique situé à une distance de 80 kilomètres de la surface de la terre. Les ondes, allant de la station A à la station B, doivent passer dans l'espace étroit qui sépare les deux surfaces réfléchissantes dessinées figure 121. A



(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

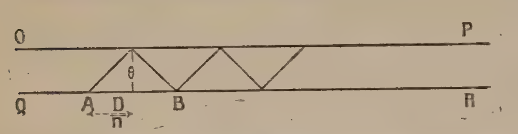
Fig. 121.

l'échelle de la figure, la distance AB est celle qui sépare les deux stations de San-Francisco et Honolulu, entre lesquelles ont été faites les expériences de L.-F. Fuller (96) (voir p. 43 et 77).

Il suffira, comme première approximation, de supposer planes les deux surfaces réfléchissantes. Deux rayons électromagnétiques arrivant en un point de la surface de la terre après avoir parcouru des chemins dont la longueur diffère d'un multiple impair de demi-longueurs d'onde donneront une intensité électromagnétique réduite; deux rayons se rencontrant après avoir parcouru des

chemins qui diffèrent d'un nombre entier de longueurs d'onde donneront un renforcement du champ électromagnétique.

Étudions les interférences entre deux rayons dont l'un a suivi la surface de la terre, tandis que l'autre s'est réfléchi sur la surface de la terre et la couche supérieure (fig. 122). Soient OP et QR les deux surfaces réflectrices, h leur distance.



(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 122.

Soit n le nombre total de réflexions, θ l'angle du rayon avec les couches réflectrices, on voit facilement que :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{nh}{D},$$

D étant la distance du point où l'on observe le champ électromagnétique. La différence des trajectoires des deux rayons arrivant au point considéré B, l'un après n réflexions, l'autre directement, est :

$$2D\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right).$$

Elle ne dépend que de θ et D.

Pour obtenir la largeur des bandes d'interférence, différentions $D\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)$ par rapport à D; il vient

$$\frac{d}{dD}\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) = \frac{d}{dD}\left(\sqrt{1+\left(\frac{nh}{D}\right)^2} - 1\right) =$$

$$= \left(\sqrt{1+\left(\frac{nh}{D}\right)^2} - 1\right) - \frac{n^2h^2}{D^2\sqrt{1+\left(\frac{nh}{D}\right)^2}}$$

Soit α la distance entre une frange brillante et la frange obscure voisine; elle correspond à une demi-longueur d'onde. Donc

$$\alpha\frac{d}{dD}\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) = \pm\frac{\lambda}{2}$$

ou

$$1 - \sqrt{1+\left(\frac{nh}{D}\right)^2} = \pm\frac{\lambda}{2\alpha}\sqrt{1+\left(\frac{nh}{D}\right)^2}$$

ou,

$$\frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{1 \pm \frac{\lambda}{2\alpha}}$$

puisque :

$$\frac{1}{\cos\theta}=\sqrt{1+\left(\frac{D}{nh}\right)^2}$$

Posons $\lambda=6$ kilomètres, $\alpha=14{,}4$ kilomètres (valeurs données dans le mémoire de L.-F. Fuller), $\frac{1}{\cos\theta}=1{,}26$, $\theta=37°6$, il faut prendre évidemment le signe moins.

Si $D=3700$ kilomètres (distance de San-Francisco à Honolulu), et $h=80$ kilomètres, il s'ensuit que :

$$n=35.$$

Les rayons auraient dû subir 35 réflexions pour donner des bandes d'interférence de cette largeur. Mais un aussi grand nombre de réflexions entraînerait probablement une perte d'énergie considérable pour le rayon réfléchi, ce qui détruirait la netteté des interférences. De plus la différence correspondante des trajets des deux rayons serait :

$$D\left(\frac{1}{\cos\theta}-1\right)=3700\times0{,}26=960 \text{ kilomètres.}$$

Mais les courbes très intéressantes obtenues par L.-F. Fuller, qui montrent des intensités de réception périodiquement variables quand la longueur d'onde varie, conduisent à des différences de trajets beaucoup moins grandes entre les rayons interférents.

On trouve, par exemple, sur l'une des courbes

des minima d'intensité pour les longueurs d'onde de 5, 7, 10 km.
des maxima d'intensité pour les longueurs d'onde de 6, et 8 km.

La différence des trajets doit être un nombre impair de demi-longueurs d'onde pour 5, 7, 10 kilomètres, un nombre pair de demi-longueurs d'onde pour 6 et 8 kilomètres. On doit donc avoir, si δ est la différence des trajets :

$$\delta=\frac{5}{2}m=\frac{7}{2}(m-2)=\frac{10}{2}(m-4)$$

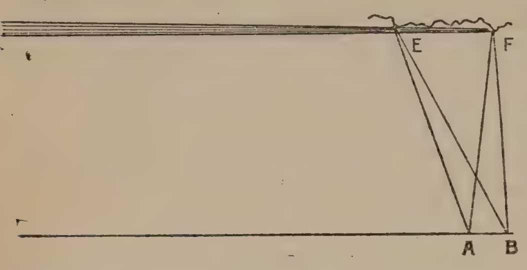
et

$$\delta=\frac{6}{2}(m-1)=\frac{8}{2}(m-3)$$

m étant un entier impair. Ces équations donnent pour m une moyenne de 7 ou 9 et, pour δ, 17,5 ou 22,5 kilomètres. Ce sont des valeurs très différentes de celles que donne la théorie ci-dessus.

E.-W. Marchant est d'avis qu'il y a lieu d'abandonner l'hypo-

thèse d'un réflecteur sphérique parfaitement lisse, pour supposer la surface réfléchissante irrégulière, et de combiner la théorie de la réflexion avec celle de la réfraction de W.-H. Eccles. Si en effet un faisceau de rayons réfractés (fig. 123), incurvé de façon à suivre à peu près la courbure de la terre, vient frapper une surface réfléchissante irrégulière, il peut se produire des interférences entre les rayons réfléchis sur les deux régions E, F. En raison des irrégularités de la surface réfléchissante, il est possible que la différence des trajets des deux rayons arrivant en A soit un nombre impair de demi-longueurs d'onde, tandis qu'elle serait un nombre pair de demi-longueurs d'onde pour les deux rayons arrivant en B. Le diagramme a été dessiné de façon à correspondre, autant que possible, aux résultats de L.-F. Fuller. La différence des trajets des deux rayons qui arrivent en A est environ 30 kilomètres; celle des deux rayons qui arrivent en B est environ 26 kilomètres; ce qui, pour une longueur d'onde de 7500 mètres, correspond à un renforcement en A, à une extinction en B. Pour une longueur d'onde de 8500 mètres, il y aurait au contraire extinction en A et renforcement en B.



(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 123.

C. — Influence de la distribution des corpuscules suivant la longitude et la latitude.

Explication des phénomènes observés au lever et au coucher du soleil.

63. Les phénomènes observés au moment du lever et du coucher du soleil peuvent s'expliquer comme l'ont montré **A.-E. Kennely** (76) et **H. Nagaoka** (102) par les propriétés réflectrices de la couche de séparation qui sépare les deux parties éclairée et obscure de l'atmosphère.

Considérons d'abord deux stations A, B situées sur le même paral-

lèle, et examinons ce qui se passe pendant une révolution de la terre autour de son axe :

1° Quand les deux stations sont dans l'ombre, dans des positions telle que A_1, B_1, les signaux ont l'intensité du régime normal de nuit;

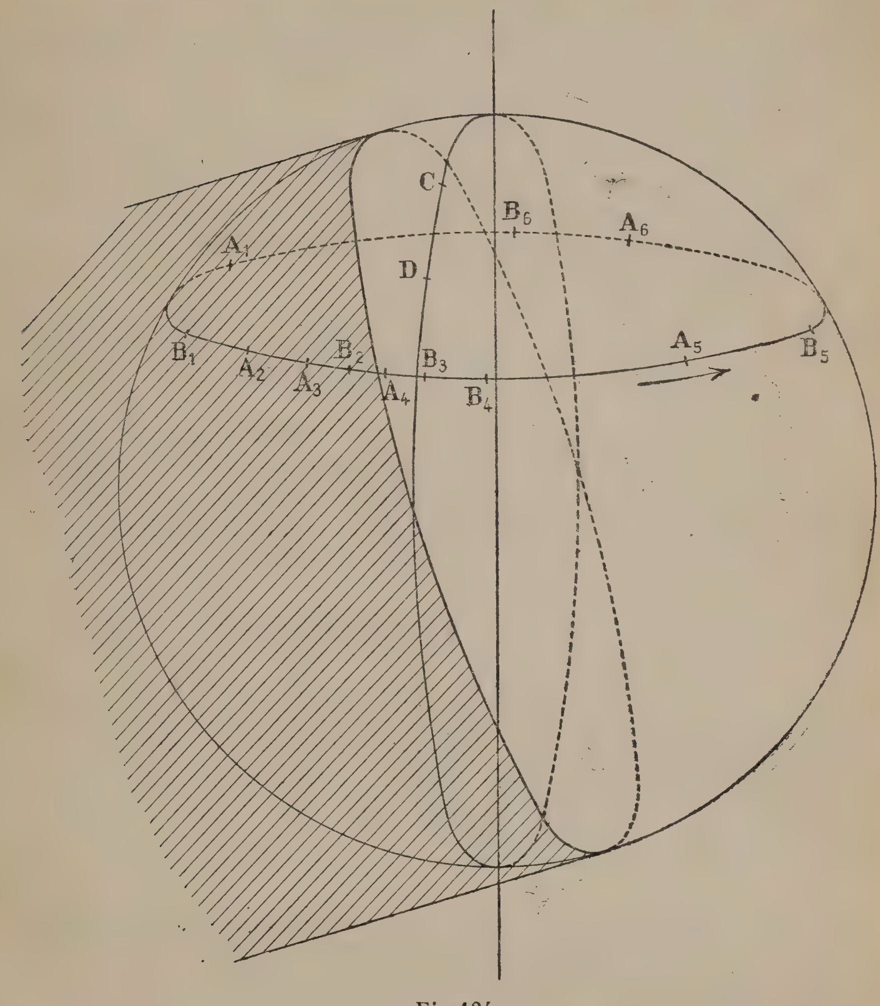


Fig 124.

2° Quand, peu avant le lever du soleil, la station B arrive près de la courbe limite de l'ombre et de la lumière, dans une position telle que B_2, les signaux réfléchis par la surface limite d'ionisation renforcent ceux qui se propagent sans réflection entre les stations;

3° Quand la courbe limite est entre les deux stations, la surface

limite agit comme un réflecteur partiel placé entre elles, et les signaux sont affaiblis (positions A_3, B_3);

4° Quand la station A dépasse la courbe limite (positions A_4, B_4), celui-ci agit comme un réflecteur placé derrière la station A et renforce les signaux.

5° Quand les deux stations sont en pleine lumière (position A_5, B_5), la propagation est soumise à l'action de la lumière sur tout le parcours. C'est le régime de jour;

6° Quand, peu avant le coucher du soleil en B, la station B approche de la courbe limite, la surface limite réfléchit les signaux, et il y a renforcement temporaire (positions A_6, B_6);

7° Quand le soleil est couché en B, mais pas encore en A (positions A_7, B_7), on doit s'attendre à un affaiblissement des signaux, la surface réflectrice étant entre les deux stations.

8° Quand le soleil vient de se coucher en A, la surface limite réfléchit les signaux émis de façon à renforcer l'intensité (positions A_8, B_8);

9° Après ce renforcement, l'intensité des signaux reprend peu à peu la valeur normale de nuit.

En résumé, on doit observer pendant une révolution du globe autour de son axe la série des phénomènes suivants : régime normal de nuit, avec intensité plus forte que le jour pour les petites longueurs d'onde; régime normal de jour; minima d'intensité quand il fait jour à l'une des stations et nuit à l'autre; maxima d'intensité avant et après les minima.

Si les deux stations sont sur le même méridien, par exemple en C et D, on ne doit attendre aucun minimum aux équinoxes, quand le lever et le coucher du soleil ont lieu à la même heure pour les deux postes. Pendant les autres périodes, on doit avoir un affaiblissement des signaux quand il fait jour dans l'une des stations et nuit à l'autre.

La comparaison des courbes des figures 10 à 16 et 44 à 46 avec la théorie montre que celle-ci s'accorde bien, dans l'ensemble, avec les phénomènes observés.

D. — L'ionisation atmosphérique et les signaux parasites (Théorie de **Cornelis-J. de Groot**).

64. J'ai déjà signalé (p. 113) l'important mémoire [113] dans lequel Cornelis-J. de Groot, après avoir étudié la variation des parasites de a région des Indes Néerlandaises, sépare les parasites suivant leur caractère :

Type 1. Parasites périodiques dus aux orages.

Type 2. Parasites apériodiques se manifestant par un sifflement dans le téléphone, dus au passage de nuages près de l'antenne réceptrice.

Type 3. Parasites apériodiques se manifestant par une friture.

65. Cornelis-J. de Groot termine son mémoire par une théorie extrêmement intéressante, que je vais reproduire, sur l'origine des parasites du type 3.

« Le diagramme polaire de la figure 76, dit-il, contient pour les observations de jour et les observations de nuit deux demi-ovales curieuses (abc et $a_1b_1c_1$) de dimensions différentes, disposées symétriquement par rapport à la direction du mouvement de la terre autour du soleil et raccordées par des parties droites (pq et p_1q_1), qui correspondent au coucher et au lever du soleil.

« Il est clair que les phénomènes nocturnes sont la répétion symétrique des phénomènes diurnes, la raison de la différence entre la nuit et le jour devant se trouver, selon toute probabilité, dans le milieu qui sépare le récepteur du lieu d'origine des parasites, milieu qui est sous l'influence du rayonnement solaire. Nous trouvons cette même influence, mais beaucoup plus prononcée, dans la propagation des ondes électromagnétiques venant du transmetteur radiotélégraphique, et j'ai montré dans une autre publication que la différence ne peut être due qu'à l'ionisation des couches supérieures de l'air jusqu'à une hauteur d'environ 200 kilomètres.

« Il est intéressant, à ce sujet, de remarquer, sur le diagramme polaire de la figure 76, que la diminution des parasites au point A commence longtemps avant le lever du soleil à l'endroit en question, c'est-à-dire que le changement commence dès que les couches supérieures de l'atmosphère situées au-dessus sont touchées par la lumière solaire.

« Cette constatation fait voir que la source des rayons n'est pas (comme le suppose Eccles) dans les couches inférieures de l'atmosphère, puisque, dans ce cas, la différence entre la nuit et le jour ne commencerait à se manifester que quand les couches inférieures situées entre la source et le récepteur seraient atteintes par la lumière solaire. L'hypothèse que la source des rayons est dans les couches supérieures de l'atmosphère est donc logique et explique la différence entre les parasites de jour et de nuit.

« La forme de la courbe polaire de la figure 76 met en lumière cet autre fait intéressant que l'intensité des parasites n'est pas fonction de la direction des faisceaux lumineux incidents, mais que les courbes sont symétriques relativement aux heures déterminées par le mouvement de la terre autour du soleil. Ceci fournit une indication sur la façon dont les couches supérieures de l'atmosphère peuvent devenir des sources de perturbations.

« Dans sa course autour du soleil, la terre est fréquemment frappée par des particules cosmiques qui produisent des perturbations dans l'état électrique des couches supérieures de l'atmosphère. Il est clair

que les perturbations doivent être différentes aux différents points de la couche, cette différence entre les chocs qui se produisent à l'avant de la terre et ceux qui se produisent à l'arrière (par rapport au mouvement de la terre) donnerait naissance à la forme ovale des diagrammes.

« Ces courbes ovales seraient facilement explicables si nous supposions que la source des parasites est une couche atmosphérique de hauteur considérable soumise au bombardement irrégulier de particules cosmiques, ou troublée de toute autre façon. Quoique la théorie du bombardement cosmique des couches supérieures me paraisse l'explication la plus plausible de l'origine des parasites du type 3, en particulier parce qu'elle expliquerait également la variation journalière d'intensité du champ magnétique terrestre, toutefois nous n'avons pas actuellement une connaissance suffisante des couches supérieures de l'atmosphère pour pouvoir donner une preuve décisive de ma supposition.

« Si donc je base mon explication des parasites du type 3 sur la proposition ci-dessus, c'est plutôt parce qu'elle me semble donner une explication parfaitement plausible, que parce qu'on peut en démontrer complètement l'exactitude. Si cette couche supérieure est la source des parasites du type 3, il est évident que le point qui est exactement au-dessus de la station (c'est-à-dire le zénith), n'est pas la seule source de parasites, mais que tout changement d'état électrique dans le segment circulaire de la couche, qui a pour centre le zénith contribuera à la production des parasites observés à la station. Plus près du zénith de la station sera l'endroit de la perturbation, plus le parasite sera prononcé.

« Il est intéressant, évidemment, tant au point de vue scientifique qu'au point de vue pratique, de chercher le rayon approximatif du segment ci-dessus, puisqu'il nous donnera une indication sur la portée des parasites du type 3 et la distance limite de deux stations dans lesquelles un même parasite du type 3 peut être entendu simultanément.

« Évidemment, le type de récepteur utilisé influe sur la portée des parasites, et on sait que, avec des récepteurs très sensibles, non seulement l'intensité, mais aussi la fréquence des parasites, augmentent, ce qui montre que dans ce cas on est influencé par des sources de parasites plus éloignées.

« En examinant les courbes ovales de la figure 76, on remarque d'une façon précise que le passage du régime de nuit au régime de jour (pour la moyenne de l'année entière) n'est terminé qu'au point p, c'est-à-dire une heure après le lever du soleil à la station de réception; de même l'augmentation des parasites qui correspond au passage du jour à la nuit commence dès le moment qui correspond au point p_1,

c'est-à-dire une heure avant le coucher du soleil à la station considérée. Ceci montre clairement que l'illumination par le soleil de lieux distants d'une heure de la station a pour conséquence un effet limite, qui se manifeste par un changement corrrespondant dans les parasites à la station de réception. La portée de ces centres de parasites, ou le rayon du segment dont j'ai parlé, est donc le chemin parcouru par un point de la terre en une heure, soit $24 \times 40\,000 = 1\,670$ kilomètres. En d'autres mots, deux stations possédant des récepteurs du type employé et séparées par une distance de 3 350 kilomètres peuvent s'attendre à entendre en même temps quelques parasites du type 3, mais tout à fait à la limite d'audibilité ; si les stations sont éloignées de 1 670 kilomètres, et que le parasite ait sa source juste au-dessus de l'une des stations, celle-ci l'entendra très fort, tandis qu'il sera à peine audible à l'autre station.

. . . .

« On peut déduire de la considération du point q, qui marque le commencement de la diminution des parasites dans le passage du régime de jour au régime de nuit, la hauteur approximative de la couche troublée.

« Le passage du régime de jour au régime de nuit commence dès qu'un point de la couche supérieure situé à 15° environ à l'est de la station considérée, est atteint par les rayons du soleil. On se souvient d'ailleurs que cette distance de 15°, qui correspond à une heure de la rotation de la terre, a été retrouvée pendant le jour (aux points p et p_1). La distance qui, la nuit, sépare la station des centres les plus éloignés de parasites perceptibles est plus grande, puisque la propagation des parasites se fait alors mieux que le jour. Nous manquons d'éléments, cependant, pour déterminer la valeur à adopter pour la transmission meilleure de la nuit; nous supposons par conséquent une distance minima, soit 15°, égale à celle obtenue pendant le jour. Nous verrons qu'avec cette hypothèse le calcul donnera une valeur trop grande de la hauteur de la couche supérieure.

« Nous remarquons, sur la figure 76, que la diminution des parasites commence deux heures à deux heures et demie avant le lever du soleil. Le moment exact n'est pas bien défini, parce que la portion pointillée du tracé de la courbe qui correspond à cette région n'est pas absolument certaine. De ces chiffres, et en supposant que le rayon moyen du cercle des parasites correspond à une heure ou 15 degrés, on déduit que le premier rayon solaire, après avoir touché la terre (voir rayon A, fig. 125), atteint la couche supérieure exactement au-dessus de la station, pourvu que le lever du soleil à la station ait lieu une heure et demie à une heure plus tard.

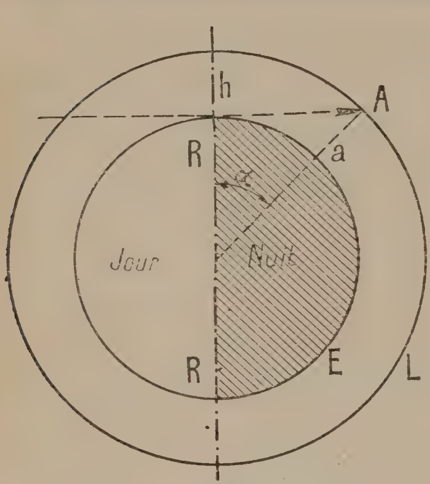
« Si dans la figure 125 E représente la terre, L la couche supérieure, A le zénith de la station a qui est atteint par le premier rayon du

soleil, nous pouvons calculer la hauteur de la couche par la formule

$$h\,(2r+h)=R^2 tg^2\alpha.$$

Pour $\alpha=15°$ à $22,5°$ (1 heure à 1,5 heure) on trouve que la hauteur h est comprise entre 225 et 540 kilomètres.

« C'est une confirmation intéressante de la théorie d'après laquelle une telle couche existerait au voisinage de la première valeur donnée (entre 180 et 200 kilomètres), théorie qui a été émise par de nombreux savants travaillant sur différents sujets. Cette couche, la couche de Heaviside, est considérée comme une surface limite bien tranchée entre les régions inférieures de l'atmosphère, peu conductrices, et la couche supérieure bien conductrice. On suppose qu'elle produit des phénomènes de réflexion dans la transmission radiotélégraphique de nuit, et qu'elle est le siège de la cause des variations du magnétisme terrestre. Des observations de l'incandescence des météores et de l'aurore boréale ont conduit à la même évaluation de la hauteur de la couche. A une autre occasion, j'ai montré que, non seulement les phénomènes de propagation nocturne des ondes électromagnétiques conduisent à des conclusions d'accord avec ce calcul, mais j'ai prouvé que, des zones de silence observée dans les radiotransmissions la nuit, on peut déduire que la hauteur de la couche est environ 200 kilomètres. Cette valeur correspond très bien à celles, comprises entre 225 et 540 kilomètres, que nous avons trouvées pour la hauteur de la couche qui produit les parasites du type 3. La valeur très grande de 540 kilomètres s'explique facilement si l'on se souvient que, comme on l'a dit plus haut, le rayon du segment qui contient les centres de parasites n'est pas, comme le jour, de 1670 kilomètres, mais beaucoup plus grand.



Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 125.

« Si l'on suppose que la couche est à la hauteur de 180 kilomètres, on obtient pour l'angle α la valeur $13,5°$, qui correspond à l'angle traversé pendant 54 minutes de rotation de la terre, de sorte que la portée des parasites de nuit serait 2,5 à 2 heures, moins 54 minutes, c'est-à-dire 1 heure 36 minutes à 1 heure 6 minutes. Ceci correspond à une portée, en kilomètres, comprise entre 2 670 et 1 750, celle de jour étant 1 670 kilomètres.

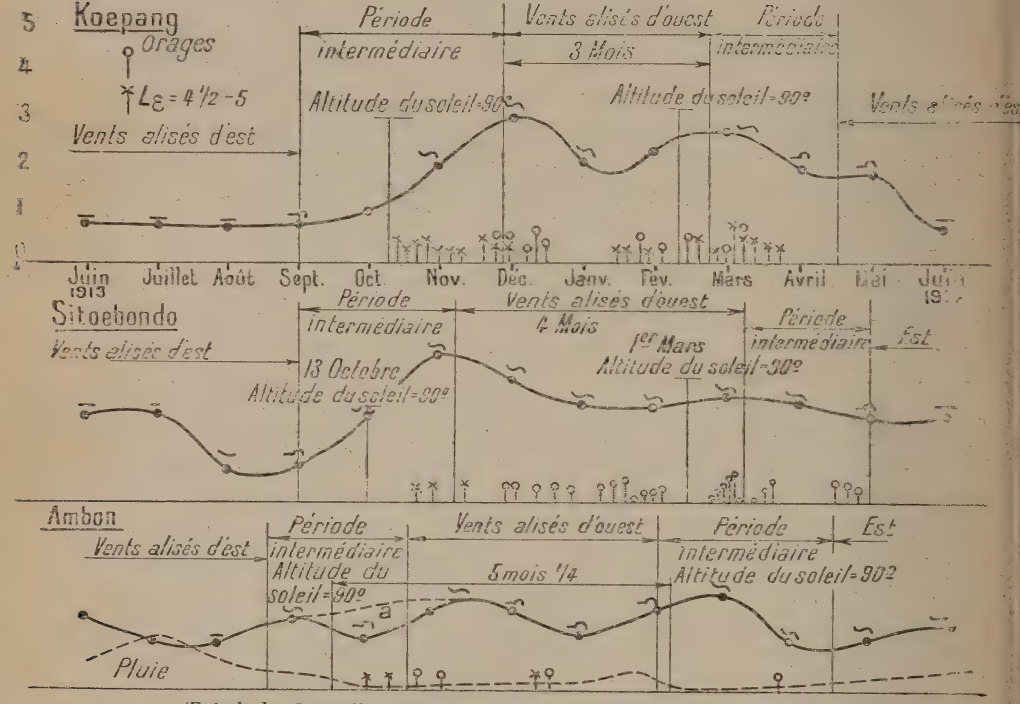
« C'est tout à fait possible, comme le montre la figure 76, puisque l'intensité moyenne des parasites est environ 1,5 fois plus grande la nuit que le jour, de sorte qu'il ne peut pas y avoir d'objection à supposer que les deux couches où les parasites prennent naissance la nuit et le jour sont identiques.

« Une nouvelle raison en faveur de l'exactitude des conclusions précédentes est ce fait que la variation journalière des signaux parasites, indiquée dans la figure 76 est tout à fait semblable à la variation du magnétisme terrestre, comme je l'ai indiqué il y a quelque temps dans le *Wireless World*. Cette variation est attribuée aux courants qui existent dans la couche de Heaviside. En supposant que cette couche soit la source *secondaire* des parasites du type 3, nous obtenons une explication suffisante des variations de ces parasites, ces variations étant analogues à celles du magnétisme terrestre. D'un autre côté, la variation graduelle de la forme de la caractéristique journalière des parasites, suivant les symboles donnés, de ◡ à —◠, puis à ∿, s'explique facilement si l'on suppose que le bombardement cosmique se produit surtout dans le plan de l'orbite terrestre. On a trouvé que le type de rayons qui correspond au symbole ∿ se manifestait quand l'angle entre le cercle de déclinaison du soleil et le parallèle de la station considérée n'est pas de plus de 10°. De même le type —◠ correspondait aux valeurs de cet angle comprises entre 10° et 20°; le type ◡ aux valeurs supérieures à 20°. C'est la raison pour laquelle les parasites sont, en Europe, à peu près constants pendant toute la journée (à l'exception de ceux qui viennent des orages). Dans le cas de la forme ◡, la distance des centres de fort bombardement cosmique est très grande, et les parasites sont faibles par conséquent. C'est pourquoi les parasites du type 3 sont si intenses sous les tropiques et si faibles en Europe. Je suppose qu'aux pôles ils doivent être presque imperceptibles. Il reste à déterminer, cependant, de quelle façon les perturbations de la couche de Heaviside peuvent produire des parasites dans l'antenne. Ce n'est pas difficile à expliquer, et l'explication donnera en même temps la raison de la différence entre les parasites de jour et les parasites de nuit du type 3.

« La couche de Heaviside est un conducteur, de même que la terre. Entre ces deux conducteurs existe une couche d'une épaisseur de 180 à 250 kilomètres, qui est un diélectrique non homogène. Ce diélectrique est presque parfait pendant la nuit, comme l'indique la bonne propagation de nuit ; il est plutôt imparfait pendant le jour, la conductibilité changeant avec l'altitude... Le bombardement cosmique par des particules chargées sur la couche supérieure aura une répercussion à travers le diélectrique, et avec une plus grande intensité pendant la nuit que pendant le jour. D'autre part, dans ce dernier cas, une partie de l'effet se perd à cause de l'imperfection

du diélectrique, ce qui explique la différence entre les caractérisques de jour et de nuit.

« L'antenne étant réunie à la terre (directement ou par contrepoids), tout changement dans le champ ou le gradient de potentiel du diélectrique du condensateur y causera une pertubation. Ces changements



(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

Fig. 126. — Cornélis-J. de Groot-1917. — Caractérisques des parasites pour une année, aux stations de Koepang, Sitoebondo et Ambon (Indes néerlandaises).

⚲ Orages.
⍏ Parasites orageux.

dépendent de la charge des particules cosmiques ou d'autres causes d'excitation de la couche supérieure, aussi bien que de la charge primitive du condensateur. De cette dernière charge vient l'influence des saisons sur les parasites, dont nous n'avons pas encore parlé. On a déjà dit que la lumière du soleil (et par conséquent l'époque de l'année) a une influence marquée sur la caractéristique journalière, définie par les symboles ◡, —◠, ∼.

« La figure 126 donne la caractéristique, mois par mois, pour chacune des trois stations expérimentées, caractéristique obtenue en prenant la valeur moyenne des parasites à midi pour chaque mois.

« Les époques où l'altitude du soleil est 90° pour les lieux considérés sont également données. On voit qu'elles arrivent deux fois par an pour chaque station. Quoique le symbole soit alors ∼∼, nous voyons que, d'un autre côté, les époques de parasites maxima n'arrivent pas en même temps, mais après un retard d'un mois et demi sur l'altitude 90° du soleil.

« On voit que les parasites maxima suivent de beaucoup plus près les saisons annuelles des vents alizés, les maxima se produisant toujours à l'époque comprise entre l'alizé d'ouest et la « période intermédiaire », tandis que le minimum s'observe toujours pendant l'alizé d'est et vers la fin de la saison pendant laquelle il se transforme en la période intermédiaire. Les signes ◡, —⌒, ∼∼, correspondent à l'aspect général de la courbe de variation journalière et sont pris sur la figure 126.

Le directeur de l'Institut météorologique de Batavia m'a affirmé que les maxima de parasites observés par moi se reproduisent en même temps que les augmentations maxima de potentiel dans le champ terrestre. Nous avons ainsi montré que la charge du condensateur terrestre, dont dépend l'intensité du champ, et par conséquent l'intensité des parasites produits, doit dépendre de la saison, même si les perturbations de la couche supérieure ne changent pas avec l'altitude du soleil. »

Les expériences de **Roy A. Weagant,** que nous avons décrites au chapitre VI, §§ 19 à 21, paraissent apporter aux idées de Cornélis J. de Groot une importante confirmation.

E. — INFLUENCES DIVERSES

66. Dans un intéressant article publié en 1915, auquel nous empruntons l'extrait suivant (102), **H. Nagaoka** a cherché à expliquer par les propriétés particulières de la couche ionisée certaines constatations d'expérience.

« La couche (ionisée), étant très basse durant le jour, doit être soumise à l'influence des conditions météorologiques et présenter des plissements locaux, comme on en observe souvent, d'après Helmoltz, dans les « vagues de vent ». L'existence de tels plissements constitue un grand obstacle aux communications sans fil, car ils donnent généralement lieu à une diffraction. Pour s'affranchir d'un pareil effet, il est préférable de travailler avec des ondes dont la longueur soit beaucoup plus grande ou plus petite que la dimenssion du plissement. Peut-être le profit des ondes longues pendant le jour est-il attribuable à cette cause.

« Pendant la nuit, la capture des corpuscules est d'une nature complexe, comme le montrent les diagrammes de Störmer, et les plisse-

ments sont de dimensions beaucoup plus grandes que de jour; aussi est-il avantageux d'utiliser des ondes relativement courtes pour éviter l'effet de la diffraction et recevoir des trains d'ondes réguliers. Pour une condition donnée de la couche ionisée, il existe un optimum de longueur d'onde à employer. Il peut exister d'autres causes qui justifient l'emploi d'ondes longues pendant le jour et d'ondes courtes pendant la nuit; mais l'apparition occasionnelle de rayons égarés semble principalement due à ces plissements.

« On s'est demandé si les gaz raréfiés de l'atmosphère supérieure participent à la rotation de la Terre, comme s'ils lui étaient rigidement fixés ou non; la vitesse énorme des nuages argentés observés à une hauteur de 40 à 50 kilomètres après l'éruption du Krakatoa est en faveur de la seconde hypothèse. Si les plissements se forment dans des régions assez élevées pour être soustraits partiellement à la rotation de la Terre, la réflexion par la surface plissée présentera de faibles maxima et minima à intervalles alternés : c'est ce qu'on enregistre généralement dans l'observation des rayons égarés.

« Donc un phénomène ressemblant aux draperies de l'aurore boréale se présente de temps à autre dans la distribution corpusculaire de l'atmosphère supérieure, et contribue à la formation de rayons égarés. L'existence d'un tel phénomène est appuyée par les observations spectroscopiques du ciel clair, dans lequel on trouve les lignes du krypton, qu'on observe généralement aussi dans le spectre de l'aurore.

« En ce qui concerne la transmission sans fil sur différents parallèles, il faut remarquer qu'aux hautes latitudes l'ionisation due aux corpuscules électrisés est extrêmement compliquée au voisinage des zones aurorales... La complexité ainsi introduite par l'accumulation des corpuscules sur un point particulier accroîtra sans nul doute la difficulté des communications dans les régions polaires.

« La zone équatoriale, au contraire, n'est pas soumise à une distribution aussi complexe des corpuscules. Si l'on se fie aux expériences de Birkeland et aux calculs de Störmer, l'existence d'une ceinture de corpuscules près de l'équateur magnétique n'est pas un obstacle aux communications, car la couche réfléchissante n'est pas très altérée. Il est très probable que, jusqu'à quelque distance de l'équateur, la transmission dans la direction est-ouest est plus facile que dans la direction nord-sud, la couche étant plus unie dans la direction des parallèles que dans celle des méridiens. Il ne faut pas oublier toutefois que, dans les zones équatoriales, les perturbations fréquentes et violentes de l'électricité atmosphérique compensent et au delà les actions de la couche réfléchissante, de sorte que les observations doivent être interprétées d'un autre point de vue qui ne rentre pas dans le cadre de ce travail.

« Quant à la transmission sans fil dans la direction du méridien (nord-sud), la section de la couche réfléchissante n'y change pas brus-

quement de courbure, de sorte que la transmission doit avoir lieu beaucoup plus facilement que dans la direction est-ouest. A l'approche du lever ou du coucher du soleil, les ondes seront réfléchies latéralement, ce qui affaiblira l'effet des signaux. C'est un désavantage, mais la communication sans fil à grande distance est généralement plus favorable dans la direction méridienne que dans celle des parallèles. Cette conclusion semble avoir été confirmée par les transmissions entre l'Irlande et l'Amérique du Sud.

« En ce qui concerne les variations saisonnières dans l'intensité des signaux, il faut remarquer qu'excepté sous les hautes latitudes la position de la couche ionisée ne varie pas beaucoup au cours de l'année, et que les variations se produiront seulement la nuit. D'après Mosler, il y aurait deux maxima et minima dans l'intensité des signaux au cours d'une année. Ceux-ci sont sans doute en relation directe avec la capture par la terre des corpuscules électrisés, mais d'autres causes subsidiaires, ainsi que les dispositifs expérimentaux, doivent contribuer à cet effet, de sorte qu'il serait prématuré d'ébaucher une théorie sur ce sujet dans l'état actuel de nos connaissances. »

III. — La constitution physique de l'atmosphère et son influence sur la propagation des ondes électromagnétiques.

1° CONSTITUTION PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE

67. En raison de la difficulté d'expérimentation, la connaissance de la composition de l'atmosphère à de grandes hauteurs est encore très incomplète. Toutefois les quelques méthodes d'observation dont nous disposons donnent des résultats assez concordants pour nous permettre de nous faire une idée de la distribution générale des gaz qui composent l'atmosphère aux différentes altitudes.

Nous exposons brièvement les différentes méthodes de recherche.

1. — Température de l'atmosphère, et application de la loi du mélange des gaz.

68. L'expérience, faite avec des ballons, a montré tout d'abord que l'atmosphère peut être divisée en deux régions. Dans les couches inférieures, qui constituent la troposphère, ou région des vents, des nuages de vapeur et de poussières, les courants de convection brassant continuellement la masse gazeuse et empêchant les divers éléments de se séparer, le pourcentage des différents constituants est à peu près constant, et on peut admettre, en première approximation, que le mélange se comporte comme un gaz unique et que sa pression varie, suivant l'altitude, en suivant la loi des gaz parfaits, sous l'action de la pesanteur et de la température. Celle-ci, qui, a été étudiée au moyen des ballons-sondes, en particulier par Teisserenc du Bort, décroît d'une façon continue de 6° environ par kilo-

mètre de hauteur. L'épaisseur de la troposphère, plus grande à l'équateur qu'aux pôles, varie entre 10 et 20 kilomètres environ (fig. 129).

Dans la région supérieure, qu'on appelle la stratosphère, et où il n'y a plus de courants de convection, les différents gaz doivent se distribuer indépendamment les uns des autres, suivant la loi de Dalton, et se superposer finalement par ordre de densité, les plus lourds, tels que l'oxygène et l'azote, disparaissant d'abord graduellement, et les plus légers, l'hydrogène et l'hélium, existant seuls à de grandes hauteurs. Les expériences de Teisserenc du Bort ont d'ailleurs montré que le passage de la troposphère à la stratosphère est accompagné d'un changement dans la variation de la température. Celle-ci semble rester constante, aux environs de $-55°$ C., ou du moins diminuer beaucoup moins rapidement qu'au voisinage de la terre.

Ces principes admis, on peut déduire de la composition de l'atmosphère à la surface du sol la distribution du mélange aux différents niveaux. Soient en effet R la constante des gaz parfaits, g l'accélération de la pesanteur. Soient, pour l'altitude h et au niveau du sol ($h=0$)

p et p_0 la pression du gaz
q et q_0 la densité
T et T_0 la température absolue.

L'équation des gaz parfaits s'écrit :

$$p = RTq \tag{283 111}$$

D'ailleurs, pour un élément de volume de section horizontale égale à l'unité et de hauteur δh, l'équation d'équilibre s'écrit

$$-\frac{dp}{dh}\delta h = gq\,\delta h. \tag{283 112}$$

Éliminons p entre les deux équations (283 111) et (283 112). Il vient

$$\frac{dq}{q} = -\frac{gdh}{RT} = -\frac{dT}{T} \tag{283 113}$$

équation différentielle qui donne la densité en fonction de l'altitude, si l'on connaît la variation de la température.

On a supposé l'accélération de la pesanteur indépendante de la hauteur.

Dans la troposphère, on peut admettre

$$T = T_0\left(1 - \frac{\beta}{T_0}h\right) \tag{283 114}$$

avec $B = 6.10^{-5}$ (le centimètre étant pris comme unité de longueur).

Eliminons h entre les deux équations (283 113) et (283 114). Il vient :

$$\frac{dq}{q} = \left(\frac{g}{R\beta} - 1\right)\frac{dT}{T}$$

et, en intégrant de T_0 à T

$$q = q_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{q}{R\beta}-1} \tag{283 115}$$

ou

$$q = q_0\left(1 - \frac{\beta}{T_0}h\right)^{\frac{g}{R\beta}-1} \tag{283 116}$$

Soient

$$\beta = 6.10^{-5}\,\frac{\text{degrés}}{\text{centimètres}}$$
$$T_0 = 300 \text{ degrés}$$
$$p_0 = 10^6\,\frac{\text{dynes}}{\text{centimètre carré}}$$
$$q_0 = \frac{1}{800}$$
$$R = \frac{p_0}{q_0 T_0} = \frac{8}{3}.10^6$$

il vient

$$\frac{q}{q_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{5.125}.$$

D'où, pour $\frac{q}{q_0}$, les valeurs

0,58 à l'altitude de 5 kilomètres.
0,346 — — 10 kilomètres.

Dans la stratosphère, les différents gaz se mélangent d'après la loi de Dalton, et par conséquent se distribuent indépendamment les uns des autres. Nous allons chercher la composition à différents niveaux, en supposant d'abord que la température reste constante, puisqu'elle s'abaisse de 2° par kilomètre.

Nous avons obtenu, plus haut, la formule (283 115) qui correspond à la deuxième hypothèse. Celle qui correspond à la première se déduit immédiatement de l'équation (283 113) qui devient, en supposant T constant et égal à T_0 :

$$\frac{dq}{q} = \frac{gdh}{RT_0}$$

d'où, en intégrant,

$$q = q_0 e^{-\frac{g}{RT_0}h} \qquad (283\,117).$$

Supposons qu'à la pression p_0 10^{+6} dynes par centimètre carré à la température $T_0 =$ 0° centigrade, les densités des principaux constituants soient les suivantes :

TABLEAU I

Densité absolue des principaux gaz de l'atmosphère à la pression de 10^6 dynes par centimètre carré, à la température de 0° centigrade :

Gaz	Densité
Hydrogène	0,0000884
Hélium................	0,0001767
Néon..................	0,0008837
Azote	0,001239
Oxygène...............	0,001411

On en déduit, dans les deux hypothèses faites, à la hauteur de 100 kilomètres :

TABLEAU II

Gaz	1re hypothèse. Température constante $\frac{q}{q_0}$	2e hypothèse $B = 6.10^{-5}$ $\frac{q}{q_0}$
Hydrogène	0,403	0,807
Hélium................	0,177	0,168
Néon..................	0,00018	0,00000054
Azote.................	0,0000026	0,00000000050
Oxygène...............	0,0000010	0,000000000011

On voit en résumé que, quelle que soit l'hypothèse faite, il n'y a pratiquement dans l'atmosphère, à la hauteur de 100 kilomètres, ni azote ni oxygène. L'hydrogène et l'hélium sont alors les principaux constituants.

2. Observation de la propagation anormale du son et des zones de silence.

69. L'étude systématique de la propagation des sons intenses est susceptible, elle aussi, de fournir des renseignements sur la constitution de la haute atmosphère. Nous venons de voir en effet que la proportion des gaz les plus lourds diminue lorsqu'on s'élève et qu'à des grandes hauteurs les gaz légers, l'hydrogène en particulier, existent seuls. Mais la vitesse du son est beaucoup plus grande dans l'hydrogène que dans l'azote. Il s'ensuit que, par un phénomène analogue au mirage, les rayons sonores issus d'un point du sol s'incurveront dans les hautes couches atmosphériques et reviendront rencontrer le sol. La distance des points d'incidence varie avec l'inclinaison du départ. Elle présente un minimum qui délimite extérieurement une zone dans laquelle le son doit être minimum, ou zone de silence. La source de son sera entourée d'une zone où les rayons émis par la source arriveront directement; puis se trouvera une zone de silence, elle-même suivie d'un nouveau domaine d'audibilité. Cette théorie, donnée d'abord par Van der Borne, a été développée depuis par Von Everdingen.

Elle explique les zones de silence constatées généralement dans les cas où des sons intenses émis à la surface de la terre ont pu faire l'objet d'études systématiques, en particulier pour quelques explosions de dynamite, et pour certains bombardements pendant la guerre de 1914-1918. La limite extérieure de la zone de silence a ordinairement un rayon d'environ 160 kilomètres. En dehors de ce cercle, et près de lui, l'audition est particulièrement intense.

Le calcul du rayon de ce cercle permet de vérifier les hypothèses faites sur la composition supérieure de l'atmosphère. On obtient une valeur de 136 kilomètres pour les hypothèses suivantes :

Proportion d'hydrogène dans l'air à la surface du sol : 0,000 55 pour 100.

Abaissement de la température quand on s'élève de 0 à 10 km. : 55 degrés.

Epaisseur de la troposphère : 10 km.

Le rayon constaté de 160 km. correspond à une teneur moindre en hydrogène, celle de 0,0001 p. 100, qui a été précisément trouvée par G. Claude, dans des expériences qui paraissent les plus concluantes actuellement.

3. — Discontinuités observées dans l'intensité lumineuse au coucher du soleil.

70. Les mesures de l'intensité lumineuse au coucher du soleil montrent trois discontinuités distinctes, qui ont lieu quand les rayons deviennent tangents aux trois couches atmosphériques d'altitudes 11 kilomètres, 75 kilomètres et 220 kilomètres.

4. — Observation des aurores boréales.

71. On admet universellement maintenant que l'aurore est due aux électrons qui rendent lumineuse la haute atmosphère. L'observation spectrale de cette lumière doit donc indiquer la composition de l'air au point observé. Les aurores s'étendant depuis la hauteur de 60 kilomètres environ, où elles affectent la forme de draperies, jusqu'à 400 kilomètres environ, où l'on observe des arches stables, homogènes; on voit que les renseignements donnés par l'aurore s'étendent à toute la haute atmosphère.

Pour les aurores rayonnantes, qui sont les plus basses, la lumière vient principalement de l'azote. On y observe la ligne 391, qui donne la plus grande partie de la lumière violette, les lignes 631 et 519 qui forment la composante rouge de l'aurore; elles appartiennent toutes trois au spectre de l'azote. En ce qui concerne l'hydrogène, on a relevé d'une façon sûre la ligne 486, d'une façon plus ou moins douteuse les raies 656, 410, 434. La présence de l'hélium (raie 502) est suggérée par les lignes 500 et 505, imparfaitement observées. Enfin, la principale ligne de l'aurore (557) qui a été observée d'une façon sûre par La Cour

et Paulsen, est encore l'objet d'une controverse. Elle ne peut être confondue avec celle du coronium solaire (532,7). Toutefois la différence peut venir de ce que le coronium doit sa luminosité à la température, tandis que le gaz auroral est illuminé par les électrons; il a été provisoirement appelé geo-coronium. L'étude comparée des spectres à différentes hauteurs montre d'ailleurs que l'accroissement d'altitude est accompagné d'une diminution de la teneur en azote et d'une augmentation de la proportion d'oxygène, ainsi que le montre en particulier la comparaison suivante entre le haut et le bas de l'aurore, due à Carlheim-Gyllenskjöld.

TABLEAU III

Spectre	Nombre de lignes	
	Haut	Bas
Spectre de l'air	9	8
Azote-Spectre d'anode	2	4
Azote-Spectre de cathode	10	14
Hydrogène	3	1
Inconnus	8	4

Résumé.

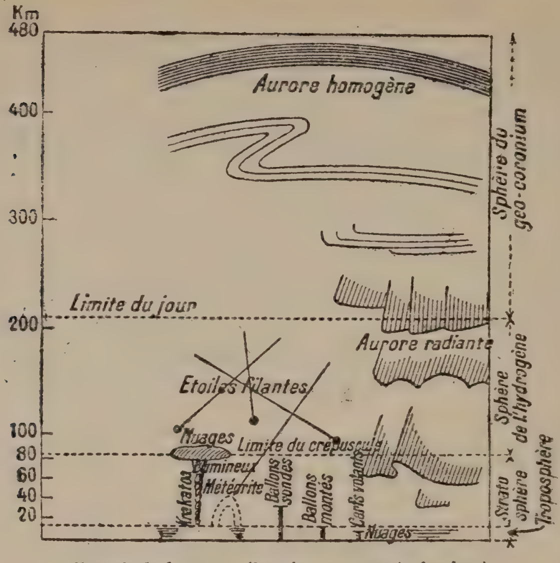
72. Les figures 127 et 128, empruntées à un mémoire de Wegener, résument assez bien les résultats généralement admis aujourd'hui sur la composition générale de l'atmosphère à différentes hauteurs. Elles montrent la disparition progressive des éléments lourds et la prépondérance croissante des gaz les plus légers à mesure que l'altitude augmente. Les figures 129 et 130, extraites d'un mémoire de Fritz Lowenstein[109 bis], montrent en outre la variation de température et de pression avec la hauteur.

2° INFLUENCE DE LA CONSTITUTION PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE SUR LA PROPAGATION DES ONDES[80, 91].

73. L'indice de réfraction n d'un gaz étant lié à sa densité q par une relation de la forme

$$\frac{n-1}{A}=q, \qquad (28321)$$

l'atmosphère se comporte, en raison de sa densité décroissante quand l'altitude augmente, comme un milieu sphérique, d'indice décroissant avec le rayon vecteur r *qui joint le point considéré au centre de la terre, et, par conséquent, doit courber vers la terre les rayons électromagnétiques issus d'un point du sol.* Cette



(Extrait de la *Revue électrique*, avec autorisation.)

Fig. 127.

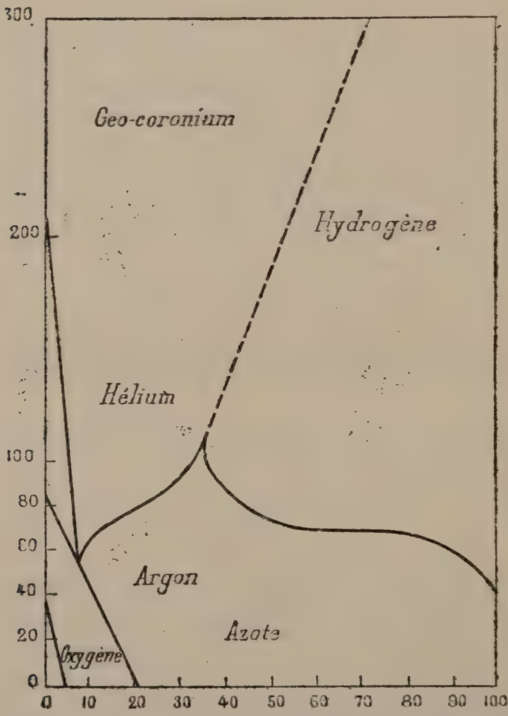
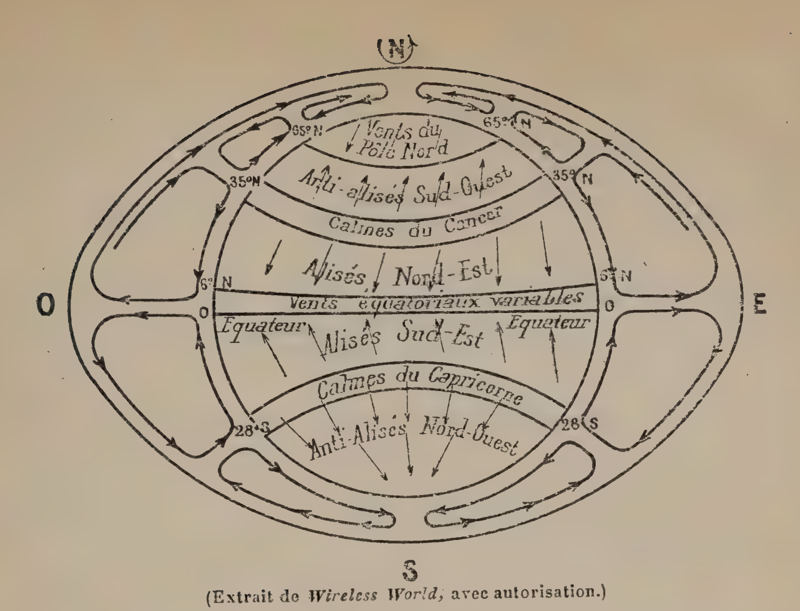


Fig. 128. — Composition de l'atmosphère d'après Wegener.



(Extrait de *Wireless World*, avec autorisation.)

Fig. 129. — H. M. Dowsett. — Les vents dans la troposphère.

km
300
220
200
100
75
11
0
Coronium
H
Az
Volumes 100 %
0,05 mm Hg 0,5
30 mm Hg 100
55°
9° km
5° km
70 60 50 40 30 20 10 0 10 20 30
Degrés-centigrades

Fig. 130.

(Extrait des *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, avec autorisation.)

Composition de l'atmosphère. — Variation de la pression avec l'altitude. — Variation de la température avec l'altitude.

action est-elle suffisante pour ramener à la surface du sol les rayons issus obliquement?

Admettons par exemple, comme loi de décroissance de la densité, celle qui est exprimée par l'égalité (283 117) dans l'étude de la constitution physique de l'atmosphère.

$$q = q_0 \, e^{-\frac{g}{RT_0} h}$$

Dans cette égalité les divers symboles représentent les grandeurs suivantes :

g Accélération de la pesanteur
R Constante des gaz parfaits
T_0 Température au niveau du sol
h Altitude.

Soient r et r_0 la distance au centre de la terre du point considéré et du niveau du sol. On a

$$h = r - r_0$$

$$q = q_0 \, e^{-\frac{g}{RT_0}(r - r_0)} \qquad (283\,22)$$

d'où, d'après l'expression (1), pour la valeur de l'indice de réfraction :

$$n = 1 + A \, q_0 \, e^{-\frac{g}{RT_0}(r - r_0)} \qquad (283\,23)$$

Cette expression, jointe aux deux expressions trouvées plus haut pour le tracé d'un rayon traversant un milieu sphérique de réfrangibilité variable avec l'altitude,

$$nr \sin i = C \qquad (283\,24)$$

$$\rho = - \frac{n}{\sin i} \frac{dr}{dn} \qquad (283\,25)$$

permet la solution du problème posé.

Nous avons d'après l'expression (283 23)

$$nr = r \left[1 + A \, q_0 \, e^{-\frac{g}{RT_0} \cdot (r - r_0)} \right]$$

d'où

$$\frac{d(nr)}{dr} = 1 + A \, q_0 \, e^{-\frac{g}{RT_0}(r - r_0)} - \frac{rg}{RT_0} \cdot A \, q_0 \, e^{-\frac{g}{RT_0}(r - r_0)} =$$

$$= n - r \frac{g}{RT_0}(n - 1)$$

A la surface de la terre ($r = r_0$), dans l'air.

$$r = r_0 = 7.10^8$$
$$g = 981$$
$$n = 1{,}000\,294$$
$$R = \frac{8}{3} \cdot 10^6.$$
$$T_0 = 300$$
$$\frac{d(nr)}{dr} = 0{,}7 \text{ environ.}$$

$\frac{d(nr)}{dr}$ est positif. Les rayons électromagnétiques émis à la surface de la terre divergeront donc.

Si l'atmosphère était composée d'hydrogène, on aurait

$$r = r_0 = 7.10^8$$
$$g = 981$$

$$n = 1{,}000\,138$$
$$R = \frac{14{,}8.}{3}\,10^6$$
$$T_0 = 300$$
$$\frac{d(nr)}{dr} = 0{,}99$$

Les rayons divergeraient donc plus encore que dans l'air.

Au contraire, dans une atmosphère de krypton, le rayon de courbure des rayons émis horizontalement serait à peu près égal au rayon de la terre. Dans une atmosphère de xénon on aurait

$$\frac{d(nr)}{dr} < 0$$

et une partie des rayons émis obliquement reviendrait frapper le sol.

Il résulte de l'étude précédente que *l'action réfringente due à la diminution de densité de l'atmosphère avec l'altitude et ses différences de composition ne sont pas suffisantes pour ramener à la terre les rayons électromagnétiques émis à sa surface.*

CHAPITRE IX

CONCLUSIONS

1. Il nous reste, pour conclure notre étude de la propagation des ondes électromagnétiques à la surface de la terre, *à résumer les résultats obtenus soit théoriquement, soit par expérience,* à les comparer entre eux, à en tirer, si possible, des formules de propagation qui, tout en satisfaisant aux résultats d'expériences actuellement acquis, aient une base physique suffisamment solide pour qu'on puisse les appliquer dans toutes les conditions, et s'en servir comme formules de travail. Il s'agira ensuite de tirer des résultats obtenus *les conclusions pratiques qui devront en être retenues et être utilisées dans la technique des radiocommunications.*

I. — Les formules de propagation.

2. *Aux petites distances*, la théorie et l'expérience sont d'accord pour conclure que, *sur mer,* la propagation se fait exactement comme **H. Hertz** et **André Blondel** l'ont prévu; la formule qui donne l'intensité dans l'antenne d'émission est la suivante :

$$I_{\rho eff} = \frac{120\pi}{R_\rho + S_\rho\omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} \frac{1}{1 + \frac{\delta_r}{\delta_\rho}} \qquad (291\,10)$$

(intensités en ampères, résistances en ohms, longueurs en unités arbitraires);

ou, en unités cohérentes :

$$I_{\rho eff} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} \frac{1}{1 + \frac{\delta_r}{\delta_\rho}} \qquad (291\,11)$$

Cette formule s'applique sur mer jusqu'à une distance qui est de l'ordre de 80 kilomètres pour la longueur d'onde de 130 mètres, mais qui est d'autant plus grande que la longueur d'onde est plus grande.

Sur terre, il y a lieu de tenir compte de l'absorption d'énergie par le sol, absorption d'autant plus importante que la longueur d'onde est plus petite.

3. *Aux grandes distances,* les phénomènes sont beaucoup plus complexes.

Le seul régime qui, en raison de sa fixité relative, a pu donner un ensemble de résultats suffisamment concordants pour qu'on puisse en tirer des conclusions quantitatives, est le *régime de jour, sur mer.* Deux formules d'expérience ont été proposées pour rendre compte de la propagation dans ces conditions :

l'une par **L.-F. Füller** (96) :

$$(291\,20) \qquad I_{\rho eff} = \frac{120\pi}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} \sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}0045 \frac{r}{\lambda^{\sqrt{2}}}}$$

(longueurs en kilomètres, intensités en ampères, résistances en ohms) ou, en unités cohérentes :

$$(291\,21) \qquad I_{\rho eff} = 4\pi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} \sqrt{\frac{\theta}{\sin\theta}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}00012 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\sqrt{2}} \theta}$$

l'autre par **L.-W. Austin** et **Louis Cohen :**

$$(291\,30) \qquad I_{\rho eff} = \frac{120\pi}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$$

(longueurs en kilomètres, intensité en ampères, résistances en ohms) ou, en unités cohérentes :

$$(291\,31) \qquad I_{\rho eff} = 4\pi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{R_\rho + S_\rho \omega^2} \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}}$$

Cette dernière formule a été vérifiée dans plusieurs séries d'expériences jusqu'à des distances de l'ordre de 6 000 à 7 000 kilomètres et des longueurs d'ondes de 10 000 mètres. Toutefois, pour les très grandes distances, les valeurs observées du courant $I_{\rho eff}$ présentent d'assez grandes différences par rapport à celles qu'on calcule par la formule : celles-ci ne représentant plus que la moyenne de longues séries d'observations.

Il est certain toutefois que la formule d'Austin n'est pas exacte, d'une façon générale, pour toutes les longueurs d'onde, toutes les distances et toutes les directions. **G. Vallauri** a trouvé, en

1919, pour la réception à Livourne de la station américaine d'Annapolis, une intensité dix fois plus grande que celle qu'on déduit de la formule d'Austin; les conclusions de la mission de la *Marine française* qui étudia, en 1919-1920, entre Toulon et Tahiti, les signaux de Nantes et de Lyon, sont que la formule qui, pour les longueurs d'ondes étudiées, de 9000 à 15000 mètres, donne des résultats comparables à ceux de l'expérience tant que la distance n'est pas supérieure à 4000 kilomètres environ, conduit ensuite à des intensités plus petites que celles qui ont été constatées, et cela d'autant plus que la distance est plus grande.

Il n'est possible d'attendre une solution définitive de la question, que d'expériences systématiques étendues à toutes les longueurs d'ondes et toutes les régions du globe terrestre. Il est d'ailleurs certain qu'on n'obtiendra pas de cette façon une formule universellement applicable, mais un certain nombre de formules, s'appliquant chacune à une région limitée, dans des directions déterminées autour du centre d'émission et pendant des périodes limitées : il serait invraisemblable qu'aux complications géologiques de la croûte terrestre, qu'à la diversité des climats et des régions de l'atmosphère ne correspondissent pas des modes variés de propagation.

4. *Quels résultats théoriques pouvons-nous mettre en regard des conclusions d'expériences?*

Les seules études antérieures à 1919 qui aient conduit à des résultats quantitatifs sont celles qui ont eu pour objet l'influence de la courbure de la terre. Encore les formules données par les différents auteurs aux termes de leurs recherches sont-elles différentes, et chaque mémoire commence par une critique, qui paraît fondée, des travaux précédents sur le même sujet.

Nous avons vu toutefois que la discussion des travaux de Henri Poincaré (36), J.-W. Nicholson (47), H.-M. Macdonald (87), G.-N. Watson (121), conduit à ce résultat que le champ électromagnétique à grande distance d'un oscillateur placé à la surface de la terre, et supposé tel que $2lI=1$, a, en un point situé à la surface de la terre, à une distance angulaire θ de l'oscillateur, la valeur

$$(2915)\qquad (2\pi)^{\frac{10}{6}} a^{-\frac{5}{6}} \lambda^{-\frac{7}{6}} \frac{1}{\sqrt{\sin\theta}} \sum \frac{1}{\rho} e^{-\alpha\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta}$$

a étant le rayon de la terre et λ la longueur d'onde.

Dans la série $\sum \frac{1}{\rho} e^{-\alpha\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta}$ le premier terme est prédominant, et l'on a, pour ce terme :

$$\rho_1 = 0{,}8033, \qquad \alpha_1 = 1{,}29.$$

On peut considérer comme démontré que, dans le cas d'une atmosphère diélectrique indéfinie entourant une terre sphérique et conductrice, la théorie de la diffraction conduit à introduire dans l'expression du champ électromagnétique un terme exponentiel, dont l'exposant est négatif, proportionnel à θ et par conséquent à la distance, et inversement proportionnel à la racine cubique de la longueur d'onde. Abstraction faite de ce terme, l'amplitude décroîtrait comme $\lambda^{-\frac{7}{6}}$ et comme $\frac{1}{\sqrt{\sin\theta}}$, et il s'ensuivrait que les ondes suivent exactement la surface de la terre, l'énergie étant la même sur toutes les circonférences décrites à la surface de la terre et ayant leurs centres sur l'axe de l'oscillateur.

La comparaison du résultat théorique avec ceux qu'on déduit de la formule d'Austin, laquelle donne pour valeur du champ électromagnétique

$$\frac{2\pi}{a\lambda} \cdot \frac{1}{\theta} \cdot e^{-0{,}038\left(\frac{a}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}\theta},$$

montre que, quelle que soit la longueur d'onde, la théorie de la diffraction conduit à une diminution du champ électromagnétique avec la distance beaucoup plus rapide que ne le veut l'expérience. Elle ne suffit donc pas, à elle seule, à expliquer les résultats obtenus dans la pratique des radiocommunications.

5. Les formules théoriques obtenues par les méthodes optiques, en calculant l'*effet de diffraction à la surface de la terre,* doivent donc, très probablement, être complétées par des termes qui représentent les autres influences. Quoique les études faites sur le rôle de l'atmosphère n'aient pas encore abouti à des résultats définitifs, il ne semble pas douteux qu'il faille en tenir compte et que, soit par réflexion, soit par réfraction pendant le jour, par réflexion pendant la nuit, la propagation soit facilitée.

Louis Cohen [112] avait proposé de compléter les formules de diffraction par un facteur additionnel représentant cette influence ; il remarque

qu'un effet de cet ordre doit augmenter avec la distance, et qu'il est raisonnable de le supposer proportionnel à la distance. Dans ces conditions, prenant comme base une formule de Zenneck, il écrit :

(29160) $$I_\rho = \frac{K}{r}(1 + Nr)\, e^{-0{,}0019\,\lambda^{-\frac{1}{3}}\, r}$$

(longueurs en kilomètres).

Soit, en ramenant l'exposant de e à la dimension zéro par rapport aux longueurs :

(29161) $$I_{\rho\,\text{eff}} = \frac{K}{r}(1 + Nr)\, e^{-0{,}66\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}\theta}.$$

N est un coefficient atmosphérique, qui varie avec chaque série d'observations, et est déterminé, pour une série donnée, par une expérience. Si ensuite, pour la valeur de N ainsi calculée, les résultats de la formule concordent avec ceux de la série entière d'essais, la formule peut être considérée comme donnant une représentation exacte du phénomène de la transmission. Louis Cohen a fait le calcul pour plusieurs séries d'expériences d'Austin et a trouvé un accord remarquable entre les résultats ainsi obtenus et les résultats observés. Il y a lieu de remarquer toutefois que la fausseté probable de la formule de Zenneck entraîne également celle de l'expression proposée.

6. Nous avons vu (ch. VIII, §§ 51 à 62) qu'au contraire la théorie de G.-N. Watson [123] aboutit à un résultat plus satisfaisant. Assimilant l'effet des parties supérieures de l'atmosphère à celui d'une couche réflectrice, de conductibilité finie, entourant la sphère, G.-N. Watson montre que si l'on attribue à l'altitude h de la couche et à sa conductibilité c les valeurs d'ailleurs très vraisemblables

$$h = 100 \text{ km.}$$
$$c = 1{,}67.10^7$$

on trouve des résultats qui concordent avec ceux qu'on peut déduire de la formule d'Austin.

II. — Application des formules de propagation à la résolution de quelques problèmes importants de la technique des radiocommunications.

7. Comment tirer, des formules de propagation, des conclusions pratiquement utilisables dans l'étude des projets de radio-

communications? Comment se servir des formules? La question a été étudiée en particulier par **Léon Bouthillon** ([115]) et **Henri de Bellescize** ([135]).

1° RADIOCOMMUNICATIONS A COURTE DISTANCE

8. Tant que les distances seront suffisamment faibles pour que la théorie de Hertz et de Blondel soit applicable sans modifications, nous pourrons écrire :

(29210) $$I_{\rho\text{eff}} = 4\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{R_\rho + S_\rho\omega^2} \cdot \frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} \cdot I_{\varepsilon\text{eff}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\rho}{\delta_\varepsilon}}$$

Les conséquences à en tirer ont été développées dans notre *Introduction à l'Étude des Radiocommunications* (chapitre III). Les plus importantes sont celles qui ont trait au rendement, je les rappelle ci-dessous.

Expression générale du rendement. — *9.* Si l'on définit le rendement radiotélégraphique comme au § 21, ch. II, par le rapport de la puissance moyenne $W_{\rho u}$ utilisable à la réception :

$$W_{\rho u} = R_{\rho u}\, I^2_{\rho\text{eff}}$$

($R_{\rho u}$ étant la résistance équivalente au détecteur), à la puissance moyenne W_ε fournie à l'antenne d'émission :

$$W_\varepsilon = (R_\varepsilon + S_\varepsilon\omega^2) I^2_{\varepsilon\text{eff}},$$

on a, comme expression du rendement dans le cas envisagé :

(292110) $$\eta = \frac{R_{\rho u}}{R_\varepsilon + S_\varepsilon\omega^2} \cdot 16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon} l_\varepsilon^2 \frac{l_\rho^2}{(R_\rho + S_\rho\omega^2)^2} \cdot \frac{1}{\lambda^2 r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}$$

ou, en unités pratiques, puisque $\mu = 1$, et $\frac{1}{\varepsilon} = 30$:

(29211) $$\eta = \frac{R_\varepsilon + S_\varepsilon\omega^2}{R_{\rho u}} \cdot \overline{120}^2 \cdot \pi^2 \cdot l_\varepsilon^2 \frac{l_\rho^2}{(R_\rho + S_\rho\omega^2)^2} \cdot \frac{1}{\lambda^2 r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}$$

Le rendement η est inversement proportionnel au carré de la distance des stations.

L'influence des résistances et des hauteurs des antennes varie suivant les cas envisagés. Nous examinerons quelques cas particulièrement intéressants.

Hypothèses n° I. — *10. A l'émission, la radiance est petite par rapport aux résistances; à la réception, la résistance équivalente au détecteur est grande par rapport aux résistances de pertes et à la radiance.*

$$R_\varepsilon + S_\varepsilon\omega^2 \text{ est sensiblement égal à } R_\varepsilon$$
$$R_{\rho u} \text{ et } R_\rho + S_\rho\omega \text{ sont sensiblement égaux à } R_\rho$$

et l'expression du rendement s'écrit :

(292120) $$\eta = 16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \cdot \frac{l_\varepsilon^2 l_\rho^2}{R_\varepsilon R_\rho} \cdot \frac{1}{\lambda^2 r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \quad \text{(Unités C. G. S.)}.$$

ou

(292121) $$\eta = \overline{120}^2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{l_\varepsilon^2 l_\rho^2}{R_\varepsilon R_\rho} \cdot \frac{1}{\lambda^2 r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \quad \text{(Unités pratiques)}.$$

Le rendement augmenterait rapidement quand la longueur d'onde diminue, il varierait comme l'inverse du carré de la longueur d'onde. Remarquons d'ailleurs que l'intérêt pratique de ce cas n'est pas très grand. Car, à mesure que la longueur d'onde diminue, la distance jusqu'à laquelle la formule reste applicable diminue également, ce qui, pour une distance donnée, limite la diminution possible de la longueur d'onde. De plus, la condition que $S_\varepsilon\omega^2$ soit négligeable par rapport à R_ε entraîne que la hauteur des antennes soit très petite par rapport à la longueur d'onde, ce qui correspondrait à une disposition fâcheuse dans la pratique, puisque l'énergie rayonnée serait petite. Aussi, en pratique, dans le cas des petites longueurs d'ondes, la hauteur des antennes est de l'ordre de quelques dixièmes de la longueur d'onde, et la radiance est de l'ordre de la résistance, ou supérieure à celle-ci.

Hypothèses n° II. — *11. A l'émission, la radiance est supposée égale aux résistances; à la réception, la résistance équivalente au détecteur est grande par rapport aux résistances de pertes et à la radiance :*

$$R_\varepsilon = S_\varepsilon\omega^2$$
$$R_{\rho u} \text{ et } R_\rho + S_\rho\omega^2 \text{ sont sensiblement égaux à } R_\rho.$$

Ce cas correspond, ainsi que nous l'avons vu dans l'*Introduction à l'étude des Radiocommunications,* au maximum d'énergie rayonnée pour une force électromotrice donnée appliquée à l'antenne d'émission, dans le cas d'ondes entretenues.

En tenant compte de l'expression de la radiance [*Introduction à l'étude des Radiocommunications,* ch. III, expression (6)] :

$$S_\varepsilon \omega^2 = \frac{16\pi^2}{3}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{l_\varepsilon^2}{\lambda^2} \qquad \text{(Unités C. G. S.)}$$

ou

$$S_\varepsilon \omega^2 = 160\pi^2 \frac{l_\varepsilon^2}{\lambda^2} \qquad \text{(Unités pratiques)}$$

on a, dans ce cas :

(292130) $$\eta = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{l_\rho^2}{R_\rho} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \qquad \text{(Unités C. G. S.)}$$

ou

(292131) $$\eta = \frac{3}{2} \cdot 30 \cdot \frac{l_\rho^2}{R_\rho} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \qquad \text{(Unités pratiques)}$$

Le rendement serait indépendant de la hauteur de l'antenne d'émission et de la longueur d'onde.

Le cas de radiances égales à la résistance est souvent réalisé en pratique, à l'émission, approximativement au moins, dans le cas des petites longueurs d'ondes.

Hypothèses n° III. — *12. La résistance du transmetteur est supposée faible par rapport à la radiance; la résistance équivalente au détecteur est grande par rapport à la radiance et aux résistances de pertes de l'antenne de réception.*

$R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2$ sensiblement égal à $S_\varepsilon \omega^2$.

$R_{\rho u}$ et $R_\rho + S_\rho \omega^2$ sensiblement égaux à R_ρ.

Le rendement est double du précédent.

(292140) $$\eta = 3\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{l_\rho^2}{R_\rho} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \qquad \text{(Unités C. G. S.)}$$

(292141) $$\eta = 3 \cdot 30 \cdot \frac{l_\rho^2}{R_\rho} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \qquad \text{(Unités pratiques)}$$

Il est encore indépendant de la hauteur de l'antenne d'émission et de la longueur d'onde.

Le cas de radiances grandes par rapport aux résistances se rencontre souvent, en pratique, à l'émission avec de faibles longueurs d'ondes et de hautes antennes (par exemple pour des antennes oscillant en quart d'onde).

Hypothèses n° IV. — *13.* Si l'on suppose les conditions les plus favorables dans le cas des ondes entretenues : bon rendement à l'émetteur combiné avec une sensibilité maxima au récepteur, ce qui arrive dans le cas suivant :

A l'émission : radiance grande par rapport à la résistance; rendement de l'antenne d'émission sensiblement égal à 1.

$$R_\varepsilon + S_\varepsilon\omega^2 \text{ sensiblement égal à } S_\varepsilon\omega^2.$$

A la réception : résistances de la terre et de l'antenne petites par rapport à la résistance équivalente au détecteur; radiance égale à la résistance :

$$R_\rho = R_{\rho u} = S_\rho\omega^2 \text{ sensiblement.}$$

On obtient, en remplaçant $S_\varepsilon\omega^2$ et $S_\rho\omega^2$ par leurs valeurs :

(29215) $$\eta = \frac{9}{64\pi^2} \cdot \frac{\lambda^2}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}$$

On voit que, dans ce cas, *le rendement croîtrait en même temps que la longueur d'onde, comme le carré de celle-ci; il serait indépendant de la hauteur des antennes.*

Ces conditions correspondraient en pratique à des antennes élevées, pour des longueurs d'onde relativement petites, et à un réglage convenable, d'ailleurs facile à obtenir dans ce cas, des circuits de réception.

Hypothèses n° 5. — *14. A l'émission : radiance grande par rapport à la résistance*

$$R_\varepsilon + S_\varepsilon\omega^2 \text{ sensiblement égal à } S_\varepsilon\omega^2.$$

A la réception : résistances de perte et radiance grandes par rapport à la résistance utile

$$R_\rho + S_\rho\omega^2 \text{ sensiblement égal à } S_\rho\omega^2.$$

Le rendement s'écrit :

(292160) $$\eta = R_\rho \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \frac{27}{256\pi^2} \cdot \frac{\lambda^4}{l_\rho^2} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}$$

ou

(292160) $$\eta = R_\rho \cdot \frac{1}{30} \cdot \frac{27}{256\pi^2} \cdot \frac{\lambda^4}{l_\rho^2} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}$$

il croît comme la quatrième puissance de la longueur d'onde;

La condition R_ρ petit par rapport à $S_\rho\omega^2$ est une condition limite qui se trouve très rarement réalisée en pratique.

Exemple n° I. — *15.* Comme exemple pratique, je considérerai d'abord une radiocommunication établie à la distance de 50 kilomètres, par ondes entretenues, avec antennes de transmission et de réception identiques, de hauteurs efficaces égales à :

$$\frac{2}{\pi}.50 \text{ mètres.}$$

Nous prendrons pour les longueurs d'ondes les valeurs :

210, 280, 350 mètres,

et pour les résistances utiles de réception les valeurs :

13,05, 17,5, 20,4, 36,5 ohms.

Le rendement de la radiocommunication étant inversement proportionnel au carré de la distance, on déduirait facilement de la valeur calculée pour 50 kilomètres le rendement pour une distance quelconque.

Les expériences de Duddell et Taylor montrent que, pour les longueurs d'onde ci-dessus et la distance de 50 kilomètres, les formules (292 110) et (292 111) sont applicables.

On suppose les résistances de la prise de terre et de l'antenne d'émission négligeables par rapport à la radiance.

Aux longueurs d'ondes : 210, 280, 350 mètres correspondent, dans notre exemple, les radiances :

13,05, 20,4, 36,5 ohms

et le rendement, calculé par la formule (292 110), a les valeurs données par le tableau ci-dessous.

Rendement en fonction de la résistance utile de la réception et de la longueur d'onde.

Longueur d'onde. — Mètres.	Radiances. — Ohms.	Résistance utile de la réception $R\rho$ (ohms). 13,05	17,5	20,4	36,5	
210	36,5	$0{,}200 \times 10^{-6}$	$0{,}228 \times 10^{-6}$	$0{,}231 \times 10^{-6}$	$0{,}251 \times 10^{-6}$	1
280	20,4	$0{,}421 \times 10^{-6}$	$0{,}443 \times 10^{-6}$	$0{,}448 \times 10^{-6}$	$0{,}412 \times 10^{-6}$	2
350	13,05	$0{,}699 \times 10^{-6}$	$0{,}684 \times 10^{-6}$	$0{,}666 \times 10^{-6}$	$0{,}542 \times 10^{-6}$	3
		1	2	3	4	

On remarquera que les données du cas particulier calculé ligne 1, colonne 2, sont, sauf la distance, celles de l'expérience de C. Tissot, discutée au chapitre premier, § 7, et par laquelle on a vu que la théorie est parfaitement vérifiée.

Les cas suivants : ligne 1, colonne 4; ligne 2, colonne 3; ligne 3, colonne 1, correspondent aux hypothèses IV; la résistance utile de la réception est égale aux résistances de perte et aux radiances.

Les cas suivants : ligne 3, colonne 2; ligne 3, colonne 4; ligne 3, colonne 3; ligne 2, colonne 3, sont intermédiaires entre les hypothèses IV et V (résistances utiles inférieures aux radiances).

Enfin les cas : ligne 2, colonne 1; ligne 2, colonne 2; ligne 1, colonne 1; ligne 1, colonne 2; ligne 1, colonne 3, sont intermédiaires entre les hypothèses III et IV (résistances utiles de la réception supérieures aux radiances).

On voit que, pour une résistance utile donnée à la réception, *le rendement de la radiocommunication croît avec la longueur d'onde,* et d'autant plus vite que la résistance utile est plus faible.

Pour une longueur d'onde donnée et une résistance variable, le rendement de la radiocommunication commence par croître en même temps que la résistance utile de réception, passe par un maximum quand la résistance utile égale la radiance (Hypothèses n° IV), et décroît ensuite quand la résistance utile continue à augmenter. Le maximum de rendement croît comme le carré de la longueur d'onde. Il correspond à une résistance utile d'autant plus petite que la longueur d'onde est plus grande.

Exemple n° II. — *16.* Considérons la même distance et des antennes d'émission et de réception de même hauteur efficace que dans l'exemple précédent; mais supposons les *longueurs d'ondes beaucoup plus grandes.*

Soient, par exemple, les longueurs d'onde

800 1 600 3 200 mètres.

Les radiances correspondantes sont :

2,4 0,625 0,156 ohms.

Pour d'aussi faibles radiances, *les résistances de terre et d'antennes ne peuvent plus être considérées comme négligeables par rapport aux radiances.* Admettons, pour la résistance à l'émis-

sion, aussi bien que pour la résistance utile à la réception, la valeur 4 ohms; on obtiendra, par la formule (292 110), pour les longueurs d'onde

	800	1 600	3 200 mètres
les rendements	$1{,}33 \times 10^{-6}$	$0{,}815 \times 10^{-6}$	$0{,}280 \times 10^{-6}$.

On voit que, pour les grandes longueurs d'onde, *le rendement diminue quand la longueur d'onde augmente.* Il devient inversement proportionnel au carré de la longueur d'onde quand les radiances sont suffisamment petites pour qu'on puisse les négliger par rapport aux radiances (Hypothèses n° I).

Conclusions. — *17.* On peut déduire des considérations précédentes que, dans les conditions où la formule (29 210) est applicable, le rendement d'une radiocommunication, toutes choses égales d'ailleurs, croît d'abord quand la longueur d'onde augmente, passe par un maximum, puis diminue pour les grandes longueurs d'onde. *Il y a donc, au point de vue rendement, pour chaque type d'installation (émission et réception) une longueur d'onde optima.*

Les considérations précédentes ne tiennent d'ailleurs compte que des constantes des antennes d'émission et de réception, et du mode de propagation. Elles ne sont qu'un des éléments de l'étude d'un poste. Il y aura lieu, dans l'établissement d'un projet, de faire état d'autres éléments : caractéristique des divers types d'appareils générateurs, récepteurs, transformateurs; questions d'exploitation, considérations géographiques, etc.

Enfin, il importe de ne pas oublier que la formule (29 110) ne s'applique que sur mer, et à des distances suffisamment petites. Sur terre, il y a lieu d'ajouter un coefficient d'amortissement par absorption d'énergie dans le sol, coefficient d'autant plus important que la longueur d'onde est plus faible. Quant au cas des grandes distances, nous allons l'étudier maintenant.

2° RADIOCOMMUNICATIONS A GRANDES DISTANCES

18. Ainsi que nous l'avons vu ci-dessus, ni l'expérience ni la théorie ne donnent de réponse précise et certaine à la question de savoir comment s'effectue la propagation des ondes électromagnétiques entre deux points donnés de la surface de la terre.

Le seul régime qui, en raison de sa fixité relative, conduit à

des résultats suffisamment concordants est le régime du jour. Mais les intensités de réception sont plus grandes la nuit que le jour; de sorte qu'un couple de stations étudiées pour assurer une bonne radiocommunication de jour, fonctionnera mieux encore la nuit, et les études sont ainsi facilitées.

Nous avons également vu que, même pour le régime de jour les résultats d'expérience ne sont encore ni assez nombreux ni assez complets; qu'il n'existe probablement pas de loi générale de propagation universellement applicable, mais qu'il faut s'attendre à ce que l'expérience, quand elle aura été suffisante, donne un certain nombre de formules, valables chacune pour une région limitée, dans des directions déterminées, pendant une période limitée.

En l'absence de cette expérience généralisée, qui permettra seule des prévisions certaines, la formule d'Austin-Cohen (29130 et 29131) est souvent employée, surtout en Amérique, dans l'étude des projets de radiocommunications.

C'est également en me servant, comme exemple, de cette formule que je vais chercher la solution de quelques problèmes qui intéressent les radiocommunications. *Je tiens toutefois à faire remarquer, dès le début, que la formule d'Austin n'est employée ici que pour concrétiser l'exposé : le procédé que j'emploie devra être appliqué avec les modifications nécessaires à la formule que l'ingénieur jugera devoir utiliser dans le cas particulier étudié.*

A. — Comparaison des résultats de la formule d'Austin et de la formule théorique (29110).

19. La formule d'Austin donne, pour l'intensité à la station de réception, une valeur inférieure à celle qui se déduit de la formule (29110) trouvée théoriquement dans le cas d'un sol plan, parfaitement conducteur, et d'une atmosphère parfaitement diélectrique.

Les deux intensités diffèrent d'autant moins que la distance est plus petite et la longueur d'onde plus grande.

J'ai, pour concrétiser, calculé, dans l'*Introduction à l'étude des Radiocommunications*, chap. III, § 40, quelles seraient, dans l'hypothèse où la formule théorique (29110) serait applicable, les caractéristiques d'une radiocommunication pour laquelle les données sont les suivantes :

Émission :

Puissance moyenne fournie à l'émetteur : $P_{\varepsilon\,moy} = 10$ kilowatts.
Hauteur efficace de l'antenne d'émission : $l_\varepsilon = 100$ mètres,
Résistance ohmique et prise de terre : $R_\varepsilon = 2$ ohms.

Réception :

Hauteur efficace de l'antenne : $l_\rho = 50$ mètres,
Résistance utile de la réception (supposée grande par rapport aux autres) : $R_\rho = 25$ ohms.

J'ai calculé également quelle serait la portée de la station d'émission, en supposant une énergie égale à 4×10^{-8} watts nécessaire et suffisante pour la réception.

Le travail a été fait pour les trois longueurs d'ondes :

1 000, 5 000, 10 000 mètres.

Le tableau page 312-313 reproduit les résultats de la formule théorique (29 110) en même temps que ceux qu'on déduit de la formule d'Austin.

B. — Les problèmes à résoudre.

20. **Détermination des caractéristiques des stations d'émission et de réception.** — 1° *Étant donnée une distance* r *à franchir avec une longueur d'onde donnée, déterminer les caractéristiques de l'émission et de la réception.*

L'expression (29 131) s'écrit, en séparant la partie qui ne dépend que de la longueur d'onde et de la distance de celle qui correspond aux caractéristiques des stations :

$$(292\,200) \quad \frac{1}{4\pi}\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot\frac{I_\rho(R_\rho + S_\rho\omega^2)}{l_\rho}\cdot\frac{1}{l_\varepsilon I_\varepsilon}\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} = \frac{1}{r\lambda}e^{-0,038\frac{r}{\sqrt{a\lambda}}},$$

On obtient ainsi, si l'on connaît r et λ, une équation de condition entre les différents paramètres qui représentent les caractéristiques de l'émission et de la réception, relation qui permet de calculer l'un quelconque des paramètres si l'on connaît tous les autres.

21. Il est intéressant de signaler, à ce sujet, les considérations suivantes, dues à **W.-H. Eccles** (129).

La formule d'Austin-Cohen donne, pour le champ électromagnétique à la station de réception, une valeur proportionnelle à

$$\frac{l_\varepsilon I_\varepsilon}{\lambda r}e^{-\frac{\alpha r}{\sqrt{\lambda}}}$$

	$\lambda = 1\,000$ mètres.	$\lambda = 5\,000$ mètres.	$\lambda = 10\,000$ mètres.
Puissance P_ε moyenne, fournie à l'antenne d'émission .... (watts)	10 000	10 000	10 000
Radiance de l'antenne d'émission, $S_\varepsilon \omega^2$.................. (ohms)	16	0,64	0,16
Rendement $\eta_\varepsilon^{\varepsilon r}$ de l'antenne d'émission $\eta_\varepsilon^{\varepsilon r} = \frac{S_\varepsilon \omega^2}{R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2}$	0,889	0,242	0,0741
Puissance moyenne rayonnée, $P_{\varepsilon r \, moy}$ .... (watts)	8 890	2 420	741
Courant dans l'antenne d'émission, $I_{\varepsilon eff}$................. (ampères)	23,6	61,5	68
Radiance de l'antenne de réception $S'_\rho \omega^2$.................. (ohms)	4	0,16	0,04
$R_\rho + S_\rho \omega^2$................ (ohms)	29	25,16	25,04
Rendement de l'antenne de réception $\eta_\rho^{\rho j} = \frac{R\rho}{R\rho + S\rho\omega^2}$	0,86	0,99	1,00

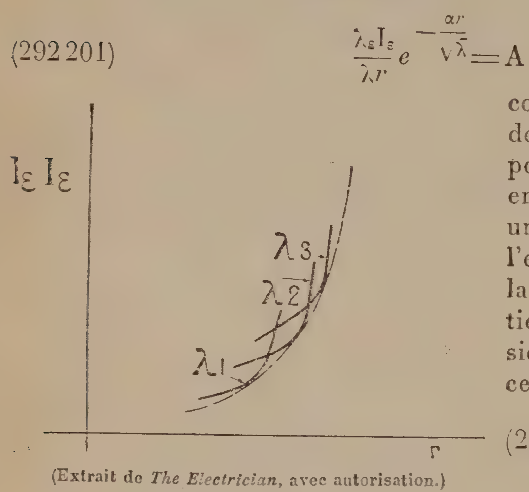
	Formule (29 110).	Formule d'Austin.	Rapport $\frac{\text{Formule Austin.}}{\text{Formule (29 110).}}$	Formule (29 110).	Formule d'Austin.	Rapport $\frac{\text{Formule Austin.}}{\text{Formule (29 110).}}$	Formule (29 110)	Formule d'Austin.	Rapport $\frac{\text{Formule Austin.}}{\text{Formule (29 110).}}$
Courant dans l'antenne de réception à 1 000 kilomètres de distance, $I_{\rho eff}$ .... (ampères)	$15{,}3 \times 10^{-4}$	$3{,}41 \times 10^{-4}$	0,223	$9{,}22 \times 10^{-4}$	$4{,}72 \times 10^{-4}$	0,513	$5{,}11 \times 10^{-4}$	$3{,}18 \times 10^{-4}$	0,622
Energie soustraite au champ incident, P_ρ .... (watts)	$67{,}8 \times 10^{-6}$	$3{,}39 \times 10^{-6}$	0,050	$21{,}4 \times 10^{-6}$	$5{,}62 \times 10^{-6}$	0,263	$6{,}54 \times 10^{-6}$	$2{,}53 \times 10^{-6}$	0,387
Energie utilisée à la réception, $P_{\rho u}$ .... (watts)	$58{,}5 \times 10^{-6}$	$2{,}92 \times 10^{-6}$	0,050	$21{,}3 \times 10^{-6}$	$5{,}60 \times 10^{-6}$	0,263	$6{,}53 \times 10^{-6}$	$2{,}52 \times 10^{-6}$	0,387
Rendement de la radiocommunication à 1 000 kilomètres de distance.	$58{,}5 \times 10^{-10}$	$2{,}92 \times 10^{-10}$	0,050	$21{,}3 \times 10^{-10}$	$5{,}60 \times 10^{-10}$	0,263	$6{,}53 \times 10^{-10}$	$2{,}42 \times 10^{-10}$	0,387
Portée de la station d'émission en supposant une énergie égale à 4×10^{-8} watts nécessaire et suffisante pour la réception.......... .... (kilomètres)	38 000	2 000	0,053	23 000	3 000	0,13	13 000	3 000	0,23

α étant une constante. Pour avoir un champ d'intensité donnée, quelle que soit la longueur d'onde, il faudrait donc faire en sorte d'avoir :

$$l_\varepsilon I_\varepsilon \text{ proportionnel à } \lambda r e^{-\frac{\alpha r}{\sqrt{\lambda}}}$$

Construisons, pour différentes valeurs λ_1, λ_2, λ_3 ... de λ, les courbes

(292 201) $$\frac{\lambda_\varepsilon I_\varepsilon}{\lambda r} e^{-\frac{\alpha r}{\sqrt{\lambda}}} = A$$



(Extrait de *The Electrician*, avec autorisation.)

Fig. 131.

correspondant à une valeur donnée de la constante A, en portant $l_\varepsilon I_\varepsilon$ en ordonnées et r en abscisses. Nous obtenons une famille de courbes dont l'enveloppe, représentée par la courbe en pointillés, s'obtient en différentiant l'expression (292 201) par rapport à λ, ce qui donne :

(292 202) $$r - \frac{1}{2}\alpha\frac{r^2}{\sqrt{\lambda}} = 0$$

et, éliminant λ entre les équations (292 201) et (292 202),

(292 203) $$l_\varepsilon I_\varepsilon = C r^3$$

C étant une constante.

On voit que si, en même temps que la distance augmente, la longueur d'onde est variée de façon à rendre toujours $l_\varepsilon I_\varepsilon$ minimum pour une intensité invariable du champ électrique à la réception, $l_\varepsilon I_\varepsilon$ doit varier proportionnellement au cube de la distance.

Cette proposition a été établie par W.-H. Eccles.

Certains paraissent en avoir déduit que, toutes choses égales d'ailleurs, c'est-à-dire pour une antenne invariable, l'énergie à la station d'émission doit varier comme la sixième puissance de la distance. Cette conclusion ne pourrait être valable que si l'ensemble des conditions suivantes se trouvait réalisé à la fois :

1° Que, à l'émission, la radiance soit très petite par rapport à la résistance de l'antenne et de la prise de terre;

2° Que, à la réception, l'énergie rayonnée et l'énergie perdue soient négligeables par rapport à l'énergie utilisée dans le détecteur;

3° Que les résistances des antennes et des terres, aussi bien à l'émission qu'à la réception, soient indépendantes de la longueur d'onde.

Toutes ces conditions ne sont évidemment jamais réalisées à la fois dans la pratique.

22. **Recherche de la portée.** — 2° *Étant données les caractéristiques de l'émission et de la réception, et la longueur d'onde, trouver la portée de la radiocommunication.*

La solution de ce problème s'obtiendra en résolvant par rapport à r l'équation transcendante (292 200). Cette solution peut se faire en particulier par une méthode graphique que j'indiquerai plus loin.

23. **Longueur d'onde et rendement.** — 3° *Étant données les constantes des postes d'émission et de réception* (qui peuvent d'ailleurs varier suivant la préoccupation dominante, qui sera par exemple d'avoir le meilleur rendement, ou d'obtenir la meilleure syntonie, etc.) *trouver, pour chaque distance à franchir, la longueur d'onde qui correspond au meilleur rendement.*

On a, dans le cas de la formule d'Austin (expression 22 660) :

$$(292\,210) \quad \eta = \frac{R_{\rho u}}{R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2} \cdot 16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon} l_\varepsilon^2 \frac{l_\rho^2}{(R_\rho + S_\rho \omega^2)^2} \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \frac{1}{\lambda^2 r^2} e^{-2 \times 0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}}$$

(Unités C. G. S.)

ou

$$(292\,211) \quad \eta = \frac{R_{\rho u}}{R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2} \cdot 120\pi^2 l_\varepsilon^2 \cdot \frac{l_\rho^2}{(R_\rho + S_\rho \omega^2)^2} \frac{1}{\lambda^2 r^2} \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \cdot e^{-2 \times 0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}}$$

(Unités pratiques)

ou

$$(292\,212) \quad \eta = \frac{R_{\rho u}}{R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2} \cdot 120\pi^2 l_\varepsilon^2 \frac{l_\rho^2}{(R_\rho + S_\rho \omega^2)^2} \frac{1}{\lambda^2 r^2} \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} \cdot e^{-2 \times 0{,}0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}}$$

Dans cette dernière expression, les intensités sont exprimées en ampères, les longueurs en kilomètres, les résistances et radiances en ohms.

a) Le problème n'a en général été envisagé jusqu'ici que dans le cas, très fréquent d'ailleurs, où *à l'émission la radiance est petite par rapport aux résistances*, et où *à la réception la résistance équivalente au détecteur est grande par rapport aux résistances de pertes et à la radiance.* Dans ce cas

$R_\varepsilon + S_\varepsilon \omega^2$ est sensiblement égal à R_ε,

$R_{\rho u}$ et $R_\rho + S_\rho \omega^2$ sont sensiblement égaux à R_ρ

et l'expression (292 210)

(292 213) $$\eta = 16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \cdot \frac{l_\varepsilon^2 l_\rho^2}{R_\varepsilon R_\rho} \cdot \frac{1}{\lambda^2 r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} e^{-2\times 0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}}.$$

Formule à comparer à l'expression (292 126).

La longueur d'onde la plus favorable est celle pour laquelle

$$\frac{d\eta}{d\lambda} = 0,$$

ou

$$\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{\lambda} e^{-0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}}\right)^2 = 0,$$

ou

$$\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{\lambda} e^{-0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}}\right) = 0,$$

ou enfin :

(292 214) $$(a\lambda)^{\frac{1}{2}} = \frac{0{,}038}{2} r$$

En kilomètres :

(292 215) $$\lambda = \left(\frac{0{,}0015}{2} r\right)^2$$

On voit qu'*à chaque distance* r *correspond une longueur d'onde optimum, qui augmente d'ailleurs avec le carré de la distance,* tandis que, dans le cas où l'on suppose la terre plane et parfaitement conductrice, le rendement, quelle que soit d'ailleurs la distance r, augmente quand la longueur d'onde diminue.

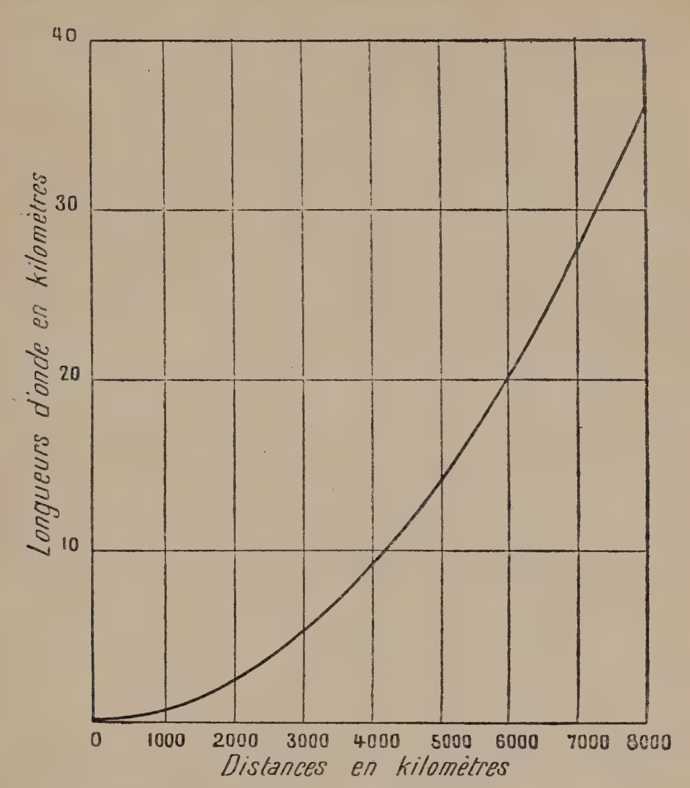
La courbe (fig. 132) et le tableau suivant donnent, dans ces conditions, d'après l'expression (292 215), les valeurs de la longueur d'onde optima en fonction de la distance.

TABLEAU

Distance (kilomètres).	Longueur d'onde optima (kilomètres). Formule d'Austin-Cohen.
1000	0,5625
2000	2,25
4000	9,00
6000	20,25
8000	36
10000	56,25

L'hypothèse que nous venons d'envisager (radiances négligea-

bles) par rapport aux résistances, résistance équivalente au détecteur, grande par rapport aux résistances de pertes à la réception,



(Extrait de la *Revue Générale de l'Électricité*, avec autorisation).

Fig. 132.

quoique très fréquemment vérifiée aux grandes distances, ne l'est pas en toutes circonstances. Il est nécessaire d'envisager les autres cas qui peuvent se présenter.

24. b) Si, comme il arrive avec de faibles longueurs d'ondes et des antennes élevées (par exemple pour des antennes oscillant en quart d'onde), et avec de bonnes prises de terre, *la résistance du transmetteur est faible par rapport à sa radiance, tandis que la résistance équivalente au détecteur est grande par rapport à la radiance et aux résistances de pertes de l'antenne de réception*, on a

$$R_\varepsilon + S_\varepsilon\omega^2 \text{ sensiblement égal à } S_\varepsilon\omega^2,$$

$$R_{\rho u} \text{ et } R_\rho + S'_\rho\omega^2 \text{ sensiblement égaux à } R_\rho,$$

l'expression (292 210) du rendement devient :

$$\eta = 16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \cdot \frac{l_\varepsilon^2 l_\rho^2}{S_\varepsilon \omega^2 R_\rho} \cdot \frac{l}{\lambda^2 r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} e^{-2\times 0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}},$$

ou, puisque :

$$S_\varepsilon \omega^2 = \frac{16}{3} \pi^2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{l_\varepsilon^2}{\lambda^2},$$

292 216 $$\eta = 3\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{l^2}{R_\rho} \frac{1}{r^2} e^{-2\times 0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}} \times \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}.$$

Formule à comparer à l'expression (292 140).

Dans ce cas, *le rendement croît*, d'après la formule expérimentale, *constamment avec la longueur d'onde*, et cela d'autant plus que la distance à franchir est plus grande, tandis que dans la propagation le long d'un sol plan et parfaitement conducteur, dans une atmosphère parfaitement diélectrique, il serait indépendant de la longueur d'onde.

25. *c*) Enfin, si l'on suppose les conditions de rendement les plus favorables, c'est-à-dire :

A l'émission : radiance grande par rapport à la résistance; rendement de l'antenne d'émission sensiblement égal à 1

$R_\varepsilon + S_\varepsilon\omega^2$ sensiblement égal à $S_\varepsilon\omega^2$,

A la réception : résistance de la terre et de l'antenne petite par rapport à la résistance équivalente au détecteur, radiance égale à la résistance (ces conditions sont celles pour lesquelles l'énergie soustraite au champ incident et l'énergie utilisée dans le détecteur sont maxima dans le cas d'ondes entretenues).

$$R_\rho = S_\varepsilon \omega^2,$$

$R_{\rho u}$ sensiblement égal à R_ρ.

On a

$$\eta = \frac{S_\rho \omega^2}{S_\varepsilon \omega^2} 16\pi^2 \frac{\mu}{\varepsilon}{}^2 l^2 \frac{l_\rho^2}{(2 S_\rho \omega^2)^2} \cdot \frac{1}{\lambda^2 r^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}} e^{-2\times 0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}},$$

ou, en tenant compte de

$$S_\varepsilon \omega^2 = \frac{16}{3} \pi^2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{l_\varepsilon^2}{\lambda^2},$$

$$S_\rho \omega^2 = \frac{16}{3} \pi^2 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{l_\rho^2}{\lambda^2},$$

(292 217) $$\eta = \frac{9}{64\pi^2} \frac{\lambda^2}{r^2} e^{-2\times 0{,}038 \frac{r}{\sqrt{a\lambda}}},$$

Formule à comparer à l'expression (29 215)

Dans les deux hypothèses, mais plus vite dans celle de la propagation réelle, et d'autant plus que la distance est plus grande, *le rendement radiotélégraphique augmente avec la longueur d'onde.*

On voit que, dans un grand nombre de cas de la pratique, *le rendement de la radiocommunication augmentera indéfiniment avec la longueur d'onde, et cela d'autant plus vite que la distance à franchir sera plus grande.* Le premier cas envisagé, des résistances grandes par rapport aux radiances, étant une limite, qui n'est jamais réalisée pratiquement, les longueurs d'onde à employer, pour obtenir le rendement maximum, seront notablement plus grandes que celles qu'indiquerait la courbe de la figure 132.

L'augmentation du rendement avec la longueur d'onde serait d'ailleurs plus rapide encore si, au lieu d'employer la formule d'Austin, nous avions pris 27143 de Watson-Van der Pol.

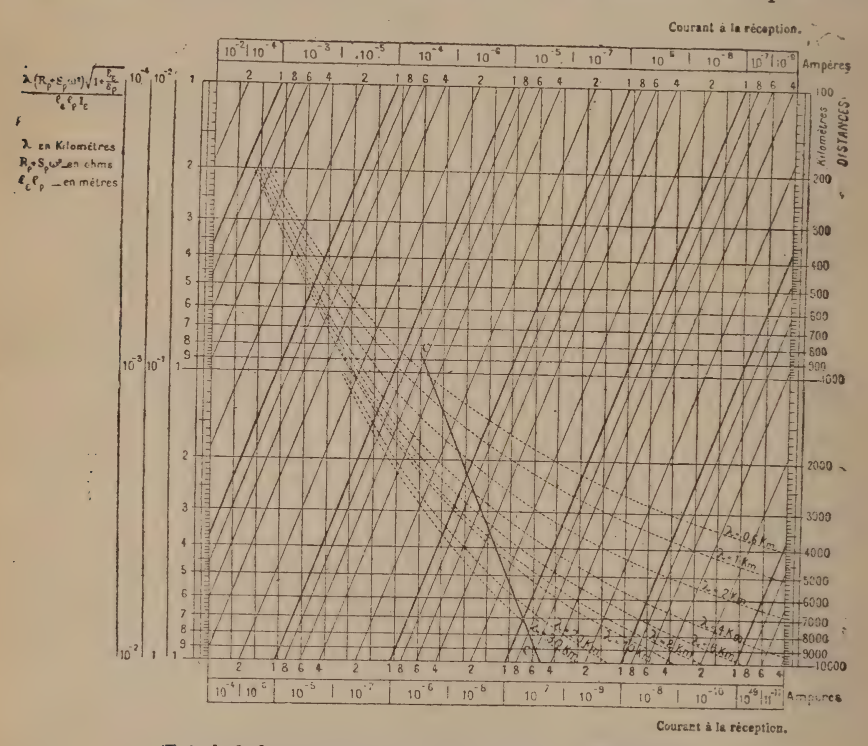
26. Ces considérations expliquent pourquoi les progrès successifs de la télégraphie sans fil, sur des distances de plus en plus grandes, correspondent à des longueurs d'ondes sans cesse croissantes, depuis les quelques centaines de mètres employées au début, jusqu'au 23000 mètres de la station transatlantique de Bordeaux. Cette loi de l'augmentation continue des longueurs d'onde, qui a été une loi du passé, semble devoir être aussi celle de l'avenir.

Dans un discours à l' « Institute of Electrical Engineers », de Londres, **W. Duddell** a proposé, il y a plusieurs années, d'essayer l'application à la télégraphie sans fil d'alternateurs à 10000 périodes, correspondant à des longueurs d'ondes de 30000 mètres, et **Léon Bouthillon** (75, 72) a proposé la construction d'une antenne de 100 kilomètres de longueur d'onde propre, qui serait excitée avec des ondes de plusieurs centaines de kilomètres de longueur.

Cette discussion montre combien les résultats d'expérience et les conclusions à en tirer pour l'établissement des stations radiotélégraphiques diffèrent de ceux que donne la théorie dans l'hypothèse d'un sol plan parfaitement conducteur et d'une atmosphère parfaitement diélectrique, et combien j'ai eu raison, dans le premier volume de cet ouvrage, d'indiquer qu'il ne s'agissait dans ce cas que de conclusions provisoires, qu'il y aurait lieu de corriger.

C. — Méthode graphique de résolution des problèmes posés [115].

27. **Mode d'établissement de l'abaque.** — La recherche des constantes de stations, la longueur d'onde et la distance étant supposées connues, ainsi que la recherche de la longueur d'onde favorable, se font au moyen de calculs relativement simples. Il



(Extrait de la *Revue Générale de l'électricité*, avec autorisation.)

Fig. 133. — Léon Bouthillon. 1918. — Abaque pour le calcul des portées, des longueurs d'onde optima et des caractéristiques des stations.

n'en est pas de même de la résolution en r de l'équation (292 200), qui donne la solution du problème de la portée des radiocommunications. Aussi s'est-on efforcé de trouver des procédés graphiques qui permettent d'obtenir simplement le résultat désiré.

En particulier, **H.-G. Cordes** et **J.-L. Hogan** ont indiqué une méthode graphique pour résoudre, par rapport à r, l'équation

$$I_p = 4{,}25 \frac{l_\varepsilon l_p}{\lambda r} I_\varepsilon e^{-0{,}0015 \frac{r}{\sqrt{\lambda}}},$$

(intensités en ampères, longueurs en kilomètres), qui avait été primitivement donnée par L.-W. Austin dans le cas d'oscillations amorties, reçues dans une antenne de 25 ohms de résistance (radiance comprise).

Tyng M. Libby a publié un graphique semblable applicable au cas des ondes entretenues.

28. Il est possible, tout en simplifiant la méthode graphique exposée par ces auteurs, de l'étendre à l'ensemble des cas de la pratique (oscillations entretenues ou amorties), et de faire servir le graphique obtenu à la solution de l'ensemble des problèmes posés ci-dessus.

Comme il s'agira maintenant uniquement de calculs numériques, nous prendrons la formule d'Austin-Cohen sous la forme

$$I_{\rho eff} = \frac{120\pi}{R_\rho + S_\rho\omega^2}\frac{l_\varepsilon l_\rho}{\lambda r} I_{\varepsilon eff} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}} e^{-0{,}0015\frac{r}{\sqrt{\lambda}}}.$$

Dans cette formule, les intensités sont exprimées en ampères, les résistances en ohms, et les longueurs en kilomètres.

Rien n'est d'ailleurs changé à la formule si, comme nous le supposons maintenant, on exprime $I_{\varepsilon eff}$ en ampères, r et λ en kilomètres, l_ε et l_ρ en mètres et $I_{\rho eff}$ en microampères.

Écrivons l'équation sous la forme

$$(292\,220) \qquad \frac{120\pi}{I_{\rho eff}} \times \frac{\lambda(R_\rho + S_\rho\omega^2)\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon l_\rho I_{\varepsilon eff}} = \frac{1}{r} e^{-0{,}0015\frac{r}{\sqrt{\lambda}}},$$

et prenons les logarithmes des deux membres; il vient :

(292 221)

$$\log \frac{120\pi}{I_{\rho eff}} \times \frac{\lambda(R_\rho + S_\rho\omega^2)\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon l_\rho I_{\varepsilon eff}} = -0{,}0015\frac{r}{\sqrt{\lambda}}\log e - \log r.$$

Construisons maintenant, pour une série de valeurs de I_{eff}, les courbes ayant pour abscisses

$$\log\left(\frac{120\pi}{I_{\rho eff}} \times \frac{\lambda(R_\rho + S_\rho\omega^2)\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon l_\rho I_{\varepsilon eff}}\right),$$

et pour ordonnées

$$\log \frac{\lambda(R_\rho + S_\rho\omega^2)\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon l_\rho I_{\varepsilon eff}}.$$

(Échelle à gauche de l'abaque fig. 133.) Ces courbes sont des droites A parallèles. La droite A correspondant à une valeur $I_{\rho \mathrm{eff}}$ correspond d'ailleurs également à la valeur $I_{\rho \mathrm{eff}}\,10^{K}$ si l'on multiplie par 10^{-K} les valeurs de

$$\left(\frac{\lambda(\mathrm{R}_\rho + \mathrm{S}_\rho\omega^2)\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon\, l_\rho\, \mathrm{I}_{\varepsilon \mathrm{eff}}}\right)$$

portées sur l'échelle des ordonnées.

Construisons, d'autre part, sur les mêmes axes, pour les différentes longueurs d'onde, les courbes B ayant pour ordonnés $\log r$, pour abscisses

$$-\frac{0{,}0015\,r}{\sqrt{\lambda}}\log e - \log r.$$

(Échelles de $\log r$ à droite du graphique.)

Les droites A ont été construites pour les valeurs de $I_{\rho \mathrm{eff}}$ comprises entre 10^{-4} et 10^{-11} A, et les valeurs de

$$\frac{\lambda(\mathrm{R}_\rho + \mathrm{S}_\rho\omega^2)\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon\, l_\rho\, \mathrm{I}_{\varepsilon \mathrm{eff}}},$$

comprises entre 10^{-2} et 1. Les mêmes droites A peuvent servir pour les valeurs de $I_{\rho \mathrm{eff}}$ multipliées par 10^2 et les valeurs de

$$\frac{\lambda(\mathrm{R}_\rho + \mathrm{S}\ \omega^2)\sqrt{1+\frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon\, l_\rho\, \mathrm{I}_{\varepsilon \mathrm{eff}}},$$

comprises entre 10^{-4} et 10^{-2}.

Les courbes B sont tracées pour les valeurs de λ comprises entre 0,6 et 10 km, et les distances de 100 à 10.000 km. Les courbes B correspondant aux longueurs d'onde de 20 à 30 km ont été également tracées, à titre de simple indication, la formule n'ayant pas été vérifiée pour des longueurs d'ondes aussi grandes.

Le diagramme ainsi établi a été complété par une courbe additionnelle. Considérons l'une quelconque des courbes B, ayant

$$(292\,223)\quad \begin{cases} \text{pour abscisses} \quad -\dfrac{0{,}0015\,r}{\sqrt{\lambda}}\log e - \log r = \mathrm{X} \\ \text{et pour ordonnées } \log r = Y. \end{cases}$$

Cette courbe correspond à une longueur d'onde λ. Soit r_0 la valeur de la distance pour laquelle cette longueur d'onde est la longueur d'onde optimum, dans le cas des résistances grandes

par rapport aux radiances, et de la résistance équivalente au détecteur grande par rapport aux résistances. On a

$$\lambda = \left(\frac{0{,}0015\,r_0}{2}\right)^2.$$

$$\frac{0{,}0015\,r_0}{\sqrt{\lambda}} = 2.$$

Portons cette valeur de r_0 dans les équations (292 223) et éliminons log r_0 entre les deux équations (soient X_0, Y_0 les nouvelles valeurs de X et Y); il vient

$$-\log e - Y_0 = X_0.$$

Le lieu du point $X_0 Y_0$ est une droite CC, qu'il est facile de tracer sur le diagramme.

29. Application. — Il est facile maintenant d'utiliser le graphique pour la solution des problèmes posés.

1° Supposons données la distance r et la longueur d'onde λ, et le facteur

$$\frac{\lambda (R_\rho + S_\rho \omega^2) \sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon\, l_\rho\, I_{\varepsilon eff}} = D,$$

et cherchons la valeur du courant dans l'antenne de réception $I_{\rho eff}$.

On trace par le point de l'échelle des distances correspondant à r, une droite parallèle à l'axe des abscisses qui coupe la courbe B correspondant à λ en un point. Par ce point, on mène une droite parallèle à l'axe des ordonnées, qui rencontre l'horizontale passant par le point marqué D à l'échelle de gauche, en un point P. Par P passe une droite A qui correspond à une valeur de $I_{\rho eff}$ qui est la valeur cherchée et qu'il est facile de déterminer par la position du point P entre les droites A tracées par le diagramme.

Supposons données par la distance r, la longueur d'onde λ et l'intensité $I_{\rho eff}$ dans l'antenne de réception. Il s'agit de trouver la valeur de

$$\frac{\lambda (R_\rho + S_\rho \omega^2) \sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon\, l_\rho\, I_{\varepsilon eff}} = D.$$

Par le point de l'échelle des distances correspondant à r, traçons une horizontale. Elle coupe la courbe B correspondant à λ

en un point M. La verticale qui passe par ce point coupe en un point P la droite A qui correspond à $I_{\rho eff}$. L'horizontale qui passe par P rencontre l'échelle de gauche en un point Q qui donne la valeur D cherchée.

2° Étant données l'intensité efficace $I_{\rho eff}$ dans l'antenne de réception nécessaire pour le service envisagé, la longueur d'onde λ et la valeur D

$$D = \frac{\lambda (R_\rho + S_\rho \omega^2) \sqrt{1 + \frac{\delta_\varepsilon}{\delta_\rho}}}{l_\varepsilon l_\rho I_{\varepsilon eff}},$$

trouver la portée de la radiocommunication.

Il suffit de faire en sens inverse l'opération précédente : traçons par le point Q de l'échelle de gauche qui correspond à D une horizontale. Elle coupe la droite A qui correspond à $I_{\alpha eff}$ en un point P. La verticale qui passe par ce point rencontre la courbe B voulue en un point M. L'horizontale du point Q coupe l'échelle des distances en un point N, qui donne la valeur de r cherchée.

3° Trouver la longueur d'onde optimum pour une distance donnée (dans le cas où les résistances sont grandes par rapport aux radiances, et où la résistance du détecteur est grande par rapport aux résistances de pertes de l'antenne de réception. Il suffit de mener par le point N, de l'échelle des distances, qui correspond à r, une horizontale, qui coupe la droite CC en un point Q. Par Q passe une courbe B qui correspond à la valeur de λ cherchée.

BIBLIOGRAPHIE

1. A. Schuster. — *Royal Society of London.* A., vol. 180, p. 467, 1889.
2. J.-J. Thomson. — *Recent Researches on electricity and magnetism*, 1893.
3. Popoff. — *Journal de la Société physicochimique russe*, vol. 28-29, 1896. — *Elektrichestvo*, octobre 1895.
4. Captain J.-N.-C. Kennedy. — *The Electrician*, 29 oct. 1897, vol. 40, p. 22.
5. A. Blondel. — *Sur la théorie des antennes de transmission.* Comptes rendus de l'*Association française pour l'avancement des sciences.* Congrès de Nantes, 1898, p. 212.
6. Boggio Lera. — *Atti della Academicia Giœnia di Sienza di Catania*, 20 janvier 1900.
7. *Marconi Wireless Telegraph Co.* Brevet anglais n° 7777, 1900.
8. Th. Tommasina. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 26 novembre 1900.
9. A. Blondel. *Sur le rôle des Antennes en Télégraphie sans fil.* Congrès de l'*Association française pour l'avancement des sciences*, 1901, — et *Eclairage électrique*, t. XXVIII, p. 453, 1901.
10. R. Birkeland. — *Expédition norvégienne pour l'étude des aurores boréales*, 1901.
11. E. Lecher. — *Physikalische Zeitschrift*, vol. 3, p. 273, 1901-1902.
12. A. Blondel. — *Nouveaux radiateurs pour télégraphie sans fil; — Ondes dirigées.* Brevet belge, 28 mai 1902, et Congrès de l'*Association française pour l'avancement des sciences*, 1903, p. 327.
13. A.-E. Kennelly. — *Electrical World*, 15 mars 1902, p. 473.
14. Captain H.-B. Jackson. — *On some phenomena affecting the transmission of electric waves over the Surface of the Sea and Earth. — Proceedings of the Royal Society, London*, 15 mai 1902, p. 254.
15. G. Marconi. — *A note on the effect of daylight upon the propagation of electromagnetic waves over long distances. — Proceedings of the Royal Society of London*, 12 juin 1902.
16. Capitaine Quintino Bonomo. — *Telegraphia senza fili*, Rome, 1902.
17. O. Heaviside. — *Encyclopaedia Britannica*, t. XXXIII, p. 215, art. *Telegraphy*, 1902.
18. K. Uller. — *Beitrage zur theorie der elektromagnetischen Strahling*, Rostock, 1903.
19. A. Blondel. — *Quelques remarques sur les effets des antennes de transmission.* — Comptes rendus de l'*Association française pour l'avancement des sciences*, Congrès d'Angers, 1903, p. 407.
20. H.-M. Macdonald. — *The Bending of electric waves round a conducting obstacle. — Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 71, p. 51, 1903.
21. Ch.-Ed. Guillaume. — *La propagation lointaine des ondes électriques. — Revue générale des sciences*, 20 février 1904, p. 165.
22. C. Tissot. — *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, Paris, 14 mars 1904.

23. Lord Rayleigh. — *On the Bending of waves round a sperical obstacle.* — *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 72, p. 40, 1904.
24. Henri Poincaré. — *Sur la diffraction des ondes électriques.* — *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 72, p. 44, 1904.
25. H.-M. Macdonald. — *The bending of electric waves round a conducting obstacle : amended result.* — *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 72, p. 59, 1904.
26. G. Marconi. — *The Electrician*, 10 mars 1905, p. 825.
27. W. Duddell et J.-E. Taylor. — *Wireless Telegraphy Measurements.* — *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 35, p. 321, 1905.
28. — *Electrician*, vol. 55, p. 409, 1905.
29. H. Round. *The Electrician*, 16 février 1906, p. 75.
30. C. Tissot. — *Sur la résonance des systèmes d'antennes dans la télégraphie sans fils*, Paris, 1906.
31. Brylinski. — *Sur la résistance des conducteurs en courant variable.* — Bulletin de la *Société internationale des Electriciens*, 2e série, t. VI, p. 255, 1906.
32. Ch. Nordmann. — *Le champ électrique de l'atmosphère.* — *Revue générale des sciences*, 1906.
33. J. Zenneck. — *Uber die Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen längs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie.* — *Annalen der Physik*, vol. 23, p. 846, 1907.
34. A. Schuster. — *The diurnarl variations of terrestrial magnetism.* — *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 208 A, p. 163, 1907.
35. C. Villard. — *Les rayons cathodiques dans le champ magnétique.* — *Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, 2e série, vol. 6, 1907.
36. H. Poincaré. — *Conférences sur la Télégraphie sans fil*, Paris, 1908, p. 15. — *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 29 mars 1909, et autres notes. — *Rendiconti del circolo matematico del Palermo*, mars-avril 1910, pp. 169-261. — *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und telephonie*, vol. 3, p. 445, 1910.
37. Carl Störmer. — *Sur les trajectoires des corpuscules électrisés dans l'espace, sous l'action du magnétisme terrestre, avec application aux aurores boréales.* — *Archives des sciences physiques et naturelles*, t. XXIV, pp. 5, 113, 221, 317, 1907. Voir aussi différentes notes des *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, tomes CXLII, p. 1581, 1906; CXLIII, p. 141, 408, 460, 1906; CXLVI, p. 462, 526, 623, 1908; CXLVII, p. 527, 733, 770, 822, 1908; CLV, p. 1073, 1912; CLVI, p. 450, 536, 1913; CLXII, p. 829, 1916.
38. Fessenden. — *Brevet anglais* n° 20, 466, 1908.
39. F. Hack. — *Die Ausbreitung ebener elektromagnetischen Wellen längs eines geschichteten Leiters besonders in den Fällen der drahtlosen Telegraphie.* — *Annalen der Physik*, 4e série, vol. 27, p. 43, 1908.
40. A. Sommerfeld. *Uber die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie.* — *Annalen der Physik*, vol. 28, p. 665, 1909.
41. W.-H. Eccles. — *The Electrician*, vol. 63, p. 1001, 1909.
42. G. Marconi. — *Nobel prize lecture*, 11 déc. 1909. — *The Electrician*; vol. 64, 17 déc. 1909, p. 379.
43. J.-A. Fleming. — *Electric Wave Telegraphy*, 2e édition, 1910, p. 717.
44. G.-W. Pierce. — *Principles of Wireless Telegraphy*, New-York, 1910, p. 135.
45. P. Sochwazhaupt. — *Elektrotechnische Zeitschrift*, 1910, p. 115.
46. A. Sommerfeld. — *Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie.*

Einfluss der Bodenbeschaffenheit auf gerichtete und ungerichtete Wellenzüge. — *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, vol. 4, p. 157, 1910.

47. J.-W. Nicholson. — *On the Bending of electric waves round the earth. Philosophical Magazine*, vol. 19, pp. 276, 435, 757, 1910.

48. P. Epstein. — *Kraftliniendiagramme für die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie bei Berücksichtigung der Bodenbeschaffenheit.* — *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, vol. 4, p. 176, 1910.

49. J.-W. Nicholson. — *On the bending of electric waves round a large sphere.* — *Philosophical Magazine*, vol. 19, p. 516, 1910; vol. 20, p. 157, 1910; vol. 21, pp. 62, 281, 1911.

50. — Sur la *Conductibilité de l'eau de mer et de différents matériaux*, voir : H. Schmidt. *Jahrbuch der Drahtl. Tel.*, vol. 4, p. 636, 1911. — K. Uller. *Jahrbuch der Drahtl. Tel.*, vol. 4, 638, 1911. — H. Lœwy. *Annalen der Physik*, vol. 36, p. 125, 1911. — J.-A. Fleming. *Jahrbuch der Drahtl. Tel.* vol. 5, p. 515, 1911. — Brylinski. *Bulletin Société internationale des Electriciens*, 26e série, vol. 6, p. 255, 1906. — Mc. Laghlan. *The Electrician*, 24 mars 1916, p. 875.

50 *bis*. A.-S. Eve. — *On the ionisation of the Atmosphere due to the Radioactive Matter.* — *Philosophical Magazine*, série 6, vol. 21, p. 26-40, 1911.

51. Barkhausen. — *Theorie der gleichzeitigen Messung von Sender und Empfangstation.* — *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, vol. 5, p. 261, 1911.

52. B.-L. Dolbear et J.-A. Proctor. — *The Effects of Sunlight on the Transmission of Wireless signals.* — *Electrical World*, 5 avril 1911, p. 321.

53. Erskine-Murray. *Wireless Telegraphy*, troisième édition, Londres, 1911.

54. J.-E. Taylor. — *Wireless telegraph working in relation to interferences and perturbations.* — *The Electrician*, 7 avril 1911.

55. G. Loring. — *The Electrician*, 14 avril 1911.

56. J. Erskine-Murray. — *The Origin of Atmospherics in Wireless Telegraphy.* — *The Electrician*, 19 mai 1911.

57. G. Marconi. — *Radiotelegraphy. Royal Institution*, 2 juin 1911.

58. H. von Hoerschelmann. — *Uber die Wirkungsweise der geknickten Marconischen Senders in drahtlosen Telegraphie.* — *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, vol. 5, p. 14, 1911; et *Münchener Dissertation*, 1911.

59. L.-W. Austin. — *Bulletin of bureau of standards*, vol. 7, n° 3, 1911.

60. H.-M. Macdonald. — *The Diffraction of Electric waves round a perfectly conducting obstacle.* — *Philosophical transactions of the royal Society of London*, série A, vol. 210, p. 113, 1911.

61. — *Quaterly Journal of Royal Meteorological Society*, vol. 37, octobre 1911.

62. L.-W. Austin. — *Some quantitative experiments in long distance radiotelegraphy.* — *Journal of the Washington Academy of science*, novembre 1911, n° 7.

63. P. Schwarzhaupt. — *Sonnenlicht, Gebirge, und Wellen Telegraphie. Elektrotechnische Zeitschrift*, 28 déc. 1911, p. 1313.

64. L.-W. Austin. — *Journal of the Washington academy of science*, nov. 1911.

65. — *Elektrotechnische Zeitschrift*, 30 mai 1912, p. 567.

66. L.-W. Austin. — *Gedämpfte und ungedämpfte Schwingungen* — *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, vol. 5, p. 524, 1912.

67. H.-W. March. — *Uber der Ausbreitung der Wellen der drahtlosen Telegraphie auf der Erdkugel.* — *Annalen der Physik*, 4e série, vol. 37, p. 29, 1912.

68. H. Poincaré. — *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 154, p. 795, 1912.

69. Lee de Forest. — *Interferenz zwischen elektrischen Wellen von der gleichen Antenne.* — *Jahrbuch der drahtlosen telegraphie und telephonie*, vol. 6, p. 167, 1912.
70. W.-H. Eccles. *On the diurnal variations of the electric waves occuring in nature, and on the propagation of electric waves round the bend of the earth.* — *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 87, 1912.
On certain phenomena accompanying the propagation of electric waves over the surface of the earth. — *The Electrician*, 27 sept. 1912, p. 1015.
Atmospheric refraction in wireless telegraphy. — *The Electrician*, 19 sept. 1913, p. 969.
71. *Lumière électrique*, 6 septembre 1912.
72. A. Troller. — *Gigantesque antenne pour télégraphie sans fil. La Nature*, 15 février 1913, p. 177.
73. A.-H. Taylor. — *Electrician*, 28 mars 1913, p. 1165.
74. Austen Curtis. — *The Electrician*, 21 mars 1913, p. 1104. — *The Electrician*, 28 mars 1913, p. 143. — *Proceedings of the Institute of Radioengineers*, vol. 1, p. 68, juillet 1913.
75. Léon Bouthillon. — *Télégraphie sans fil à grandes longueurs d'ondes.* — *Annales des Postes, Télégraphes et Téléphones*, décembre 1912. — *La Lumière électrique*, 12 avril 1913, p. 45.
76. A.-E. Kennelly. — *The Daylight effect in Radiotelegraphy.* — *Proceedings of the Institute of Radioengineers*, vol. I, p. 39, mai 1913.
77. L.-W. Austin. — *Difference in strength of day and night signals in Radiotelegraphy.* — *Journal of the Washington Academy of science.* — *The Electrician*, vol. 71, p. 533, 4 juillet 1913.
78. Witold von Rybczynski. — *Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie auf der Erd Kugel.* — *Annalen der Physik*, 4e série, vol. 41, p. 191, 1913.
79. Max Reich. — *Quantitative messungen der durch elektrische Wellen übertragenen Energie.* — *Physikalische Zeitschrift*, vol. 14, p. 934, 1913.
80. F. Kiebitz. — *Uber die Brechung elektrischer Wellen in der Atmosphäre.* — *Jahrbuch der drahtlosen telegraphie und telephonie*, vol. 7, p. 154, 1913.
81. J.-L. Hogan. — *Electrician*, 8 août 1913, p. 720.
82. H. Mosler. — *Elektrotechnische Zeitschrift*, 28 août 1913, p. 996.
83. J. Salpeter. — *Das Reflexionsvermögen eines ionsierten Gases für elektrische Wellen.* — *Jahrbuch der drahtlosen telegraphie und telephonie*, vol. 8, p. 247, 1913.
84. L.-W. Austin. — *Comparison of arc and spark sending apparatus for radiotelegraphy.* — *Journal of the Washington Academy of Science; The Electrician*, vol. 71, p. 342, 6 juin 1913.
85. Discussion :
E.-W. Marchant. — *The Electrician*, vol. 71, p. 410; 13 juin 1913.
L.-W. Austin. — *The Electrician*, vol. 71, p. 580; 11 juillet 1913.
W.-H. Eccles. — *The Electrician*, vol. 71, p. 619; 18 juillet 1913.
E.-W. Marchant. — *The Electrician*, vol. 71, p. 658; 25 juillet 1913.
P.-O. Pedersen. — *The Electrician*, vol. 71, p. 699; 1er août 1913.
J.-E. Taylor. — *The Electrician*, vol. 71, p. 741; 8 août 1913.
E.-W. Marchant. — *The Electrician*, vol. 71, p. 741; 8 août 1913.
E.-D. Forbes. — *The Electrician*, vol. 71, p. 784; 15 août 1913.
Sir Olivier Lodge. — *The Electrician*, vol. 71, p. 863; 29 août 1913.
Lee de Forest. — *The Electrician*, vol. 71, p. 904; 5 sept. 1913.
W.-H. Eccles. — *The Electrician*, vol. 71, p. 944; 12 sept. 1913.
E.-W. Marchant. — *The Electrician*, vol. 71, p. 945; 12 sept. 1913.

Lee de Forest. — *The Electrician*, vol. 72, p. 27 ; 10 oct. 1913.
W.-H. Eccles. — *The Electrician*, vol. 72, p. 66; 17 oct. 1913.
86. L.-W. Austin. — *Transmission by damped and continuous oscillations. Bulletin of Bureau of Standards*, vol. 11, n° 1.
87. H.-M. Macdonald. — *Proceedings of the Royal Society of London*; vol. 90, p. 50, 1914.
88. L.-W. Austin. — *Further Comparison of arc and spark radiotransmission. Journal of the Washington Academy of Science.* — *The Electrician*, vol. 72, p. 568,9 janvier 1914.
89. Henri Abraham. — *Sur les progrès probables dans la réception des ondes faibles en télégraphie sans fil à longue portée.* — *Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, tome IV, 3e série, mars 1914, p. 295.
90. A. Hoyt Taylor. — *Radiotransmission and Weather.* — *Physical Review*, mai 1914, p. 346.
91. J.-A. Fleming. — *On atmospherie refraction and its bearing in the transmission of electromagnetic waves round the Earth's surface.* — *Proceedings of the physical Society*, vol. XXVI, p. 318, 1914.
92. H. Abraham, A. Dufour et G. Ferrié. — *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. 159, p. 38, 6 juillet 1914.
93. A. Hoyt Taylor. — *Diurnal and Annual Variations in Overland Radiotransmission.* — *Physical Review*, novembre 1914, p. 435.
94. J.-G. Balsillie. — *Radiotelegraphy in the Commonwealth of Australia.* — *The Electrician*, 13 nov. 1914.
95. E.-W. Marchant. — *Conditions affecting the variation in strength of signals.* — *The Electrician*, 12 février 1915, p. 621.
96. L.-F. Fuller. — *Electrician*, 7 mai 1915, p. 154.
97. L.-W. Austin. — *Seasonal Variations in the Strength of Radiotelegraphic Signals.* — *Proceedings the Institute of Radioengineers*, vol. III, p. 103, juin 1915.
98. J.-A. Fleming. — *On the causes of ionisation of the atmosphere.* — *The Electrician*, 11 juin 1915, p. 348.
99. — *Atmospheric disturbances.* — *Wireless World*, avril 1915.
100. H.-M. Dowsett. — *The Physical and electrical state of the atmosphere.* — *The Wireless World*, vol. 3, p. 278, 1915.
101. H.-M. Dowsett. — *The Influence of Atmospheric ionisation on the propagation of electromagnetic waves.* — *The Wireless World*, vol. 3, p. 386, 1915.
102. — Prof. A. Nagaoka. — *La propagation des ondes électriques à la surface de la terre et la couche ionisée de l'atmosphère.* — *Revue générale des sciences*, vol. 26, 30 oct. 1915, p. 570.
103. A.-E.-H. Love. — *The Transmission of electric waves over the Surface of the earth.* — *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, vol. 215, A, p. 105, 1915.
104. — *British Association and Radiotelegraphic investigations.* — *Wireless World*, novembre 1915, p. 487-492. — *Report of the British Association*, 1915.
105. J.-L. Hogan. — *The Signalling range in radiotelegraphy.* — *The Electrician*, vol. 76, 18 février 1916, p. 699.
106. Léon Bouthillon. — *Vérification expérimentale d'une formule de la théorie des radiocommunications.* — *Annales des Postes et Télégraphes*, vol. IV, 1916, p. 443.
107. E.-W. Marchant. — *The Heaviside layer.* — *Proceedings of the Institute of Radioengineers*, vol. 4, p. 511, 1916.
108. — *Asymetrical Transmission Phenomena.* — *Wireless World*, avril 1916, p. 54.
109. A. Hoyt Taylor et Albert S. Blattermann. — *Variations in nocturnal*

transmission. — *Proceedings of the Institute of Radioengineers*, vol. 4, p. 131, avril 1916.

109 *bis.* Fritz Lowenstein. — *The mechanism of Radiation and Propagation in Radio communication.* — *Proceedings of the Institute of radioengineers*, vol. 4, p. 271-283, 1916.

110. L.-W. Austin. — *Quantitative Measurements at Washington on the signals from the german radiostations at Nauen and Eilvese.* — *The Electrician*, 12 janvier 1917, p. 465.

111. Tyng M. Libby. — *Sustanied Wave transmission chart.* — *Proceedings of the Institute of Radioengineers*, vol. 5, février 1917, p. 25.

112. Louis Cohen. — *Long-distance radiotransmission.* — *The Electrician*, vol. 76, p. 743, 25 février 1917.

113. Cornelis J. de Groot. — *On the nature and elimination of Strays.* — *Proceedings of the Institute of Radioengineers*, vol. 5, avril 1917, p. 75.

114. — *Long distance. Wireless reception in Australia.* — *Wireless World*, mars 1918, p. 815.

115. Léon Bouthillon. — *Sur l'application de la formule d'Austin-Cohen à la résolution de quelques problèmes importants de la technique des radiocommunications.* — *Revue générale de l'Electricité*, 23 mars 1918, t. III, p. 419-424.

116. — *Journal télégraphique*, 25 février 1918, p. 32; — *Journal de Genève*, 3 mars 1918.

116 *bis.* Carl Stormer. — *La théorie corpusculaire des aurores boréales. L'Astronomie*, mai 1918, p. 153.

117. — *Long distance communication.* — *Wireless World*, juin 1918, p. 147.

118. C.-H. Taylor. — *High Power stations. Some features of the long distance stations of the American Marconi Company.* — *The Wireless Age*, vol. 5, 1918, p. 711 à 716, 831 à 836, 931 à 936.

119. Balth. van der Pol. — *On the Energy transmission in Wireless Telegraphy.* — *Year book of wireless Telegraphy and Telephony*, 1918: p. 855.-879.

119 *bis.* Balth. van der Pol. — *On the value of the conductivity of sea water for currents of frequencies as used in wireless telegraphy.* — *Philosophical magazine*, 20 septembre 1918, p. 432.

120. *Wireless girdles the Globe. The most strinking achievement Yet recorded in Radiotelegraphy. Wireless World*, nov. 1918, p. 461. 462.

121. G.-V. Watson. *The Diffraction of Electric waves by the Earth.* — *Proceedings of the Royal Society of London*, série A, vol. 95, 1918, pp. 83-99.

121 *bis.* A. Wigand. — *Mesure de la conductibilité de l'atmosphère libre jusqu'à 9000 mètres d'altitude.* — *Le Radium*, vol. 11, p. 204-208, mai 1919.

121 *ter.* Charles A. Culver. — *Transatlantic Radio Reception.* — *Journal of the Franklin Institute*, vol. 187, p. 529-581, mai 1919.

122. Roy A. Weagant. — *Reception thru static and Interference.* — *Proceedings of the Institute of Radio engineers*, juin 1919, vol. 7, p. 207-256.

122 *bis.* Bromwich. — *Ondes électromagnétiques.* — *Philosophical Magazine*, vol. 38, p. 143-164, juillet 1919.

123. G.-N. Watson. — *The Transmission of Electric waves around the Farth.* — *Proceedings of the Royal Society of London*, série A, vol. 95, 1919, p. 546-563.

123 *bis.* S.-A. Willoughby et P.-D. Lowell. — *Development of Loop aerial for submarine radiocommunication.* — *Physical Review*, vol. 14, p. 193-194, août 1919.

124. Ballh. van der Pol. — *Sur la propagation des ondes électromagnétiques*

autour de la terre. — *Philosophical Magazine,* vol. 38, p. 365-381, septembre 1919.

125. *The Transmission of electromagnetic waves around the Earth. The Radio Review,* vol. 1, p. 1, 78-80, nov. 1919.

125 *bis.* W.-F. G. Swann. — *Atmospherie electricity. Journal of the Franklin Institute,* vol. 188, novembre 1919, p. 577-606.

126. *Un radio. La T. S. F. en sous-marin.* — *La Nature,* 10 janv. 1920, p. 17-19.

127. Ralph R. Batcher. — *Loop Antenna for submarines.* — *Wireless Age,* janvier 1920, p. 28-31.

128. J. Erskine-Murray. — *The Transmission of electromagnetic waves about the Earth.* — *The Radio Review,* vol. 1, février 1920.

129. W.-H. Eccles. — *Wireless Telegraphy and Telephony.* — *The Electrician,* vol. 84, p. 297, 12 mars 1920.

129 *bis.* H. de Bellescize. — *Mesure et comparaison des intensités dans les récepteurs de télégraphie sans fil.* — *Revue générale de l'Electricité,* vol. VII, 7 mars 1920, p. 325-338.

130. G.-W. O.-Howe. — *The upper Atmosphere and Radio telegraphy.* — *The Radio Review,* vol. 1, p. 381-383, mai 1920.

131. Léon Bouthillon. — *Contribution à l'étude des radiocommunications sous-marines.* — *Revue Générale de l'Electricité,* 22 mai 1920, t. VII, p. 696-700.

132. T.-L. Eckersley. — *Refraction of electric waves.* — *The Radio Review,* juin 1820, t. I, p. 421-428.

133. G. Vallauri. — *Misura del campo elettromagnetico di onde R. T. transoceaniche.* — *Elettrotecnica,* 15 juin 1920, t. VII, p. 298-300; et *Publicazioni dell' Instituto Electrotecnico e Radiotelegrafico della R. Marina,* n° 9.

134. Guierre. — *Explorations hertziennes entre Toulon et Tahiti.* — *Bulletin de la Société française des Electriciens,* t. X, 3e série, juillet 1920, p. 247 à 268.

135. H. de Bellescize. — *Note sur l'utilisation de la formule d'Austin et la sécurité des communications.* — *Etude de quelques problèmes de radiotélégraphie,* p. 119-137, Paris, Gauthier-Villars, 1920.

TABLE DES MATIÈRES

DEUXIÈME PARTIE

TENTATIVES D'EXPLICATIONS

7-21

IMPRIMERIE DELAGRAVE
VILLEFRANCHE-DE-ROUERGUE